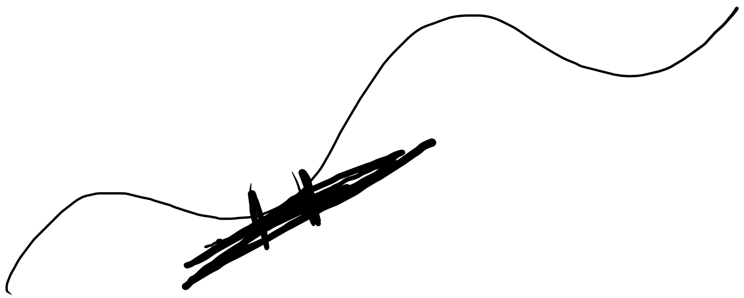

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}}$$

$m \geqslant 0$

SPAZI VETTORIALI

$\mathbb{R}$ = insieme dei numeri reali

$0, \ 1, \ -1, \ \frac{1}{3}, \ \sqrt{2}, \ \pi \ (\sim 3,14), \ \frac{-\sqrt{5}}{17} \ \ldots$

$\underset{\smile}{+}, \ \underset{\smile}{\cdot}, \ :, \ -$

$3 + 5 = 5 + 3$ $\qquad$ $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$

$3 - 5 \neq 5 - 3$

$\cancel{3 : 0}$ $\qquad$ $3 : 5$

$\frac{3}{5} \neq \frac{5}{3}$

$+, \cdot$ commutative

$+$, $\cdot$ associative, commutative

$(a+b)+c = a+(b+c)$

$(ab)c = a(bc)$

$a+b = b+a$

$ab = ba$

$\forall\, a, b, c \in \mathbb{R}$

Per ogni — appartenente

$a(b+c) = ab + ac$

$\cdot$ è distributive rispetto a $+$

$0 + a = a + 0 = a \quad \forall\, a \in \mathbb{R}$

elem. neutro di $+$

$1 \cdot a = a \quad \forall\, a \in \mathbb{R}$

elem. neutro di $\cdot$

$\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists a' \in \mathbb{R} \quad t.c.$

esiste

$$a + a' = 0$$

opposto di a

Si pone $\underline{\underline{-a}} := a'$

$$a + (-a) = 0$$

$$a - a = 0$$

$$\mathbb{R}^2 \overset{\text{def}}{=} \{ (a,b) \mid a,b \in \mathbb{R} \} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

tale che

$$(a,b) + (a',b') \overset{\text{def}}{=} (a+a',\ b+b')$$

lo stiamo definendo

già li sappiamo fare (somma di numeri reali)

$(0,0)$ è elemento neutro della $+$

$$(a,b) + (0,0) = (a,b)$$

$+_{\mathbb{R}^2}$ è commutativa e ammette elemento neutro $(0,0)$

" associativa

Infatti $\big((a,b)+(a',b')\big) +_{\mathbb{R}^2} (a'',b'') =$

$= (a +_{\mathbb{R}} a', b +_{\mathbb{R}} b') +_{\mathbb{R}^2} (a'', b'') =$

$= (a + a' + a'', b + b' + b'')$

$= (a,b) + \big((a',b') + (a'',b'')\big)$

$$(a, b) \rightsquigarrow \underset{\text{opposto}}{(-a, -b)}$$

$$(a, b) + (-a, -b) = (0, 0)$$

Moltiplicazione Scalare

$$\underset{\text{Scalare}}{\lambda} \in \mathbb{R}, \quad \underset{\text{Vettore}}{(a, b)} \in \mathbb{R}^2$$

$$\lambda \cdot (a, b) \overset{\text{def}}{=} (\lambda a, \lambda b)$$

$$\bullet\ \lambda \cdot \big((a,b) + (a',b')\big) = \lambda \cdot (a+a',\, b+b') =$$

$$= \big(\lambda(a+a'),\, \lambda(b+b')\big) =$$

$$= (\lambda a + \lambda a',\, \lambda b + \lambda b') =$$

$$= (\lambda a,\, \lambda b) + (\lambda a',\, \lambda b') =$$

$$= \lambda \cdot (a,b) + \lambda \cdot (a',b')$$

Ponendo $v = (a,b)$, $v' = (a',b')$

$$\boxed{\lambda \cdot (v + v') = \lambda \cdot v + \lambda \cdot v'}$$

$$(\lambda + \lambda') \cdot v = \lambda \cdot v + \lambda' \cdot v \quad (*)$$

$$\forall \lambda, \lambda' \in \mathbb{R}, \ \forall v \in \mathbb{R}^2$$

$$v = (a, b)$$

$$1 \cdot v = v \quad \forall v \in \mathbb{R}^2$$

$\mathbb{R}^3 = \{ (a, b, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \}$

$(a, b, c) + (a', b', c') \overset{def}{=} (a + a', b + b', c + c')$

$(0, 0, 0)$ el. neutro

$\lambda \cdot (a, b, c) \overset{def}{=} (\lambda a, \lambda b, \lambda c)$

$$\mathbb{R}^n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}\} = \underbrace{\mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R}}_{n \text{ volte}}$$

componenti

$$n \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{R}^1 \cong \mathbb{R} \qquad \mathbb{R}^1 = \{(a) \mid a \in \mathbb{R}$$

identificazione

$(a_1, \dots, a_n)$ n-uple ordinate di numeri reali

$$(a) \cong a$$

$$(a_1, \dots, a_n) + (b_1, \dots, b_n) \overset{def}{=} (a_1 + b_1, \dots, a_n + b_n)$$

$$\lambda \cdot (a_1, \dots, a_n) \overset{def}{=} (\lambda a_1, \dots, \lambda a_n)$$

ASSIOMI DI SPAZIO VETTORIALE

Uno spazio vettoriale è un insieme non vuoto V munito di un'operazione binaria chiamata addizione $(+)$

$$v_1, v_2 \in V \rightsquigarrow v_1 + v_2 \in V$$

e di una moltiplicazione scalare $(\cdot)$

$$\underset{\text{Scalari}}{\lambda} \in \mathbb{R}, \quad \underset{\text{Vettori}}{v} \in V \rightsquigarrow \lambda \cdot v \in V$$

che soddisfano le proprietà seguenti:

1) $(v_1 + v_2) + v_3 = v_1 + (v_2 + v_3)$ (+ è associativa)

2) $v_1 + v_2 = v_2 + v_1$ (+ è commutativa)

3) esiste un vettore $0_V \in V$ t.c. (elemento neutro
$v + 0_V = v$ Vettore nullo)

4) $\forall\, v \in V \ \exists\, v' \in V$ t.c. (esistenza dell'opposto)
$v + v' = 0_V$

Si denota con $-v$

$\underbrace{-v := v'}_{\text{notazione}}$ $v + (-v) = 0_V$

5) $\lambda \cdot (v_1 + v_2) = \lambda \cdot v_1 + \lambda \cdot v_2$

6) $(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot v = \lambda_1 \cdot v + \lambda_2 \cdot v$

7) $(\lambda_1 \lambda_2) \cdot v = \lambda_1 \cdot (\lambda_2 \cdot v)$

8) $1 \cdot v = v$

$\forall\, v, v_1, v_2, v_3 \in V$
$\forall\, \lambda, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$

d Zuddles Q units. $i^{\times}$