PROVA SCRITTA DI ANALISI 3
Anno accademico 2019/2020 – CdL Matematica
Appello del 28.01.2020

1. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 6y'(x) + 5y(x) = 2xe^x \\ y(0) = 0\,, \quad y'(0) = 1\,. \end{cases}$$

2. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \le z^2 \le 4x^2 + y^2 + 1 \le 5\}\,.$$

3. Trovare una 2-parametrizzazione $\sigma : [a, b] \times [c, d] \to \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$\mathcal{M} = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \le x = y^2 + z^2 \le 9\right\}.$$

Calcolare quindi l'area di tale superficie.

4. Sia $\omega : \mathbb{R}^3 \to \Omega_2(\mathbb{R}^3)$ la 2-forma differenziale definita da

$$\omega(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2x_3\, dx_2 \wedge dx_3 - (x_1 + x_3)x_2^2\, dx_3 \wedge dx_1 + 2x_1x_2x_3\, dx_1 \wedge dx_2\,.$$

Calcolare $\int_\sigma \omega$, dove $\sigma : [1, 2] \times [-1, 0] \to \mathbb{R}^3$ è la superficie definita da

$$\sigma(u, v) = (v, uv, u)\,.$$

Trovare una 1-forma differenziale $\tilde{\omega}$ tale che $d\tilde{\omega} = \omega$. Esplicitare $\partial\sigma$ e verificare che $\int_{\partial\sigma} \tilde{\omega} = \int_\sigma \omega$.