ESERCIZI

DERIVATA PRIMA

Agg 2012 - prof .Paola Barberis

1- DERIVATA del **PRODOTTO** di una costante **K per f(X)**
DERIVATA della **SOMMA DI DUE FUNZIONI** -

regole

$$y = k \bullet f(x) \rightarrow y' = k \bullet f'(x)$$

$$y = f(x) + g(x) \rightarrow y' = f'(x) + g'(x)$$

1a) $y = x^3 + x^2 - x + 10 \rightarrow y' = 3x^2 + 2x - 1 + 0$

1b) $y = 4x^6 + 5x^3 - 6x - 13 \rightarrow y' = 4 \bullet 6x^5 + 5 \bullet 3x^2 - 6 \bullet 1 + 0$

$= 24x^5 + 15x^2 - 6$

1c) $y = 3x - 5\ln x + 4\sqrt{x} + 8$

$* \textit{ razionalizzo } \dfrac{2}{\sqrt{x}}$

$$y' = 3 \bullet 1 + 5 \bullet \frac{1}{x} - 4 \bullet \frac{1}{2\sqrt{x}} + 0 = 3 + \frac{5}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = *$$

$$3 + \frac{5}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \bullet \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 3 + \frac{5}{x} - \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{3x + 5 - 2\sqrt{x}}{x}$$

2 - DERIVATA DEL PRODOTT0

regola $y = f(x) \bullet g(x) \rightarrow y' = f'(x) \bullet g(x) + f(x) \bullet g'(x)$

2a) $y = (2x-3) \cdot (x^2-2)$

$$y' = D[2x-3] \bullet (x^2-2) + (2x-3) \bullet D[x^2-2]$$

$$y' = (2-0)(x^2-2) + (2x-3)(2x-0)$$

$$y' = 2x^2 - 4 + 4x^2 - 6x$$

$$y' = 6x^2 - 6x - 4$$

2b) $y = (x^2+3) \cdot (2x-1)$

$$y' = D[x^2+3] \bullet (2x-1) + (x^2+3) \bullet D[2x-1]$$

$$y^1 = (2x+0) \bullet (2x-1) + (x^2+3) \bullet (2-0)$$

$$y^1 = 4x^2 - 2x + 2x^2 + 6$$

$$y^1 = 6x^2 - 2x + 6$$

3 - DERIVATA DEL **PRODOTT0**

3a) $y = (x^3 + x^2) \cdot (5x + 2)$

$$y' = D\left[x^3 + x^2\right] \bullet (5x + 2) + (x^3 + x^2) \bullet D[5x + 2]$$

$$y' = \left(3x^2 + 2x\right) \bullet (5x + 2) + \left(x^3 + x^2\right) \bullet (5)$$

$$y' = 15x^3 + 6x^2 + 10x^2 + 4x + 5x^3 + 5x^2$$

$$y' = 20x^3 + 21x^2 + 4x$$

3b) $y = \left(7x^4 + x\right) \cdot \left(x^2 + 6\right)$

$$y' = D\left[7x^4 + x\right] \bullet \left(x^2 + 6\right) + \left(7x^4 + x\right) \bullet D\left[x^2 + 6\right]$$

$$y' = \left(28x^3 + 1\right) \bullet \left(x^2 + 6\right) + \left(7x^4 + x\right) \bullet (2x + 0)$$

$$y' = 28x^5 + 168x^3 + x^2 + 6 + 14x^5 + 2x^2$$

$$y' = 42x^5 + 168x^3 + 3x^2 + 6$$

4 - DERIVATA DEL **PRODOTTO**

4a) $y = (\sqrt{x} + x) \cdot (2x + 3)$

$$y' = D\left[\sqrt{x} + x\right] \bullet (2x + 3) + \left(\sqrt{x} + x\right) \bullet D[2x + 3]$$

$$= \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1\right) \bullet (2x+3) + \left(\sqrt{x} + x\right) \bullet (2 + 0)$$

$$ricorda: \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x^2} = |x| = x$$

$$essendo: x > 0$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2\sqrt{x}} + 2x + 3 + 2\sqrt{x} + 2x$$

$$= \frac{2x + 3 + 4x\sqrt{x} + 6\sqrt{x} + 4x + 4x\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{8x\sqrt{x} + 6\sqrt{x} + 6x + 3}{2\sqrt{x}}$$

4b) $y = (\cos x + x) \cdot (2 sen x + 3)$

$$y' = D[\cos x + x] \bullet (2 sen x + 3) + (\cos x + x) \cdot D[2 sen x + 3]$$

$$= [-sen x + 1] \bullet (2 sen x + 3) + (\cos x + x) \cdot (2\cos x + 0]$$

$$= -2 sen^2 x - 3 sen x + 2 sen x + 3 + 2\cos^2 x + 2x\cos x$$

$$= -2 sen^2 x - sen x + 2\cos^2 x + 2x\cos x + 3$$

5 - DERIVATA DEL **QUOZIENTE**

regola

$$y=\frac{f(x)}{g(x)}\rightarrow y'=\frac{f'(x)\bullet g(x)-f(x)\bullet g'(x)}{g^2(x)}$$

$$y=\frac{(2x+3)}{\left(x^2-1\right)}$$

$$y'=\frac{D[2x+3]\bullet\left(x^2-1\right)-(2x+3)\bullet D\left[x^2-1\right]}{\left(x^2-1\right)^2}$$

N.B.
Non svolgere I calcoli al denominatore

$$y'=\frac{[2]\bullet\left(x^2-1\right)-(2x+3)\bullet[2x]}{\left(x^2-1\right)^2}$$

$$y'=\frac{2x^2-2-4x^2-6x}{\left(x^2-1\right)^2}$$

$$y^1=\frac{-2x^2-6x-2}{\left(x^2-1\right)^2}=-\frac{2x^2+6x+2}{\left(x^2-1\right)^2}$$

6 - DERIVATA DEL **QUOZIENTE**

$$y = \frac{e^x + 1}{2e^x - 3}$$

$$y' = \frac{D\left[e^x + 1\right] \bullet \left(2e^x - 3\right) - \left(e^x + 1\right) \bullet D\left[2e^x - 3\right]}{\left(2e^x - 3\right)^2}$$

$$y' = \frac{\left(e^x + 0\right)\left(2e^x - 3\right) - \left(e^x + 1\right)\left(2e^x - 0\right)}{\left(2e^x - 3\right)^2}$$

$$y' = \frac{2e^{2x} - 3e^x - 2e^{2x} - 2e^x}{\left(2e^x - 3\right)^2}$$

attenzione :

$$e^x \bullet e^x = e^{x+x} = e^{2x}$$

$$y' = \frac{-5e^x}{\left(2e^x - 3\right)^2}$$

7 - DERIVATA FUNZ COMPOSTA CON **POTENZA**

Regola GENERALE

$$y = f[g(x)] \rightarrow y' = f'[g(x)] \bullet g'(x)$$

7a) $y = (x^3 + 4x)^4$

la funzione esterna è la POTENZA

$$y' = 4 \cdot (x^3 + 4x)^3 \bullet D[x^3 + 4x]$$

$$y' = 4 \cdot (x^3 + 4x)^3 \cdot (3x^2 + 4)$$

DERIVO LA FUNZIONE ESTERNA POTENZA E MOLTIPLICO PER LA DERIVATA DEL CONTENUTO (LA BASE)

7b) $y = (6x^2 + 5)^3$

$$y' = 3 \cdot (6x^2 + 5)^2 \bullet D[6x^2 + 5]$$

$$y' = 3 \cdot (6x^2 + 5)^2 \cdot (12x + 0) = 3 \cdot (6x^2 + 5)^2 \cdot 12x$$

$$y' = 36x \cdot (6x^2 + 5)^2$$

7c) $y = (x^3 - 2x)^2$

$$y' = 2(x^3 - 2x)^1 \bullet (3x^2 - 2) = 2(x^3 - 2x) \cdot (3x^2 - 2)$$

8 - DERIVATA FUNZ COMPOSTA CON **POTENZA**

8a) $y=(7\sqrt{x}-3x)^4$

$$y'=4\cdot(7\sqrt{x}-3x)^3\bullet D[7\sqrt{x}-3x]=4\cdot(7\sqrt{x}-3x)^3\cdot\left(7\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}-3\right)$$

$$=4\cdot(7\sqrt{x}-3x)^3\cdot\left(\frac{7-6\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\right)=\frac{2(7\sqrt{x}-3x)^3(7-6\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

8b) $y=(4e^x-5)^2$

$$y'=2\cdot(4e^x-5)^2\bullet D[4e^x-5]$$

$$y'=2\cdot(x^3+4x)^3\cdot(4e^x)=8e^x\cdot(x^3+4x)^3$$

8c) $y=(\ln x-2x)^3$

$$y'=3\cdot(\ln x-2x)^2\bullet D[\ln x-2x]=3\cdot(\ln x-2x)^2\cdot\left(\frac{1}{x}-2\right)=$$

$$=3\cdot(\ln x-2x)^2\cdot\left(\frac{1-2x}{x}\right)=\frac{3(\ln x-2x)^2(1-2x)}{x}$$

9 - DERIVATA FUNZ COMPOSTA CON **RADICE Q**

9a) $y = \sqrt{2x^3 - 5x + 4}$

funzione esterna = RADICE quadrata

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{2x^3 - 5x + 4}} \bullet D[2x^3 - 5x + 4]$$

$$y' = \frac{6x^2 - 5}{2\sqrt{2x^3 - 5x + 4}}$$

DERIVO LA FUNZIONE ESTERNA RADICE QUADRATA E MOLTIPLICO PER LA DERIVATA DEL CONTENUTO (RADICANDO)

9b) $y = \sqrt{4e^x + 6x}$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{4e^x + 6x}} \bullet D[4e^x + 6x]$$

$$y' = \frac{4e^x + 6}{2\sqrt{4e^x + 6x}} = \frac{2(2e^x + 3)}{2\sqrt{4e^x + 6x}} = \frac{2e^x + 3}{\sqrt{4e^x + 6x}}$$

10 - DERIVATA FUNZ COMPOSTA CON **RADICE Q**

DERIVO LA FUNZIONE ESTERNA RADICE QUADRATA E MOLTIPLICO PER LA DERIVATA DEL CONTENUTO (RADICANDO) che -attenzione- è un QUOZIENTE

$$y=\sqrt{\frac{x^2-x}{4x+5}}$$

$$y'=\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2-x}{4x+5}}}\bullet D\left[\frac{x^2-x}{4x+5}\right]=$$

Regola della derivata del quoziente f(x)/g(x)

$$y'=\frac{1}{2}\bullet\sqrt{\frac{4x+5}{x^2-x}}\bullet\frac{[2x-1](4x+5)-(x^2-x)[4+0]}{(4x+5)^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\bullet\sqrt{\frac{4x+5}{x^2-x}}\bullet\frac{8x^2+10x-4x-5-4x^2+4x}{(4x+5)^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\bullet\sqrt{\frac{4x+5}{x^2-x}}\bullet\frac{4x^2+10x-5}{(4x+5)^2}$$

11 - DERIVATA FUNZ COMPOSTA con **LOGARITMO**

11a) $y = \ln(4x+5)$

funzione esterna = LOGARITMO

$$y' = \frac{1}{4x+5} \bullet D[4x+5] =$$

DERIVO LA FUNZIONE ESTERNA logaritmo E MOLTIPLICO PER LA DERIVATA DEL CONTENUTO (argomento del log)

$$y' = \frac{4+0}{4x+5} = \frac{4}{4x+5}$$

Attenzione a
NON semplificare il 4!
(4x+5) è un fattore binomiale!

11b) $y = \ln(3senx + x)$

$$y' = \frac{1}{3senx+x} \bullet D[3senx+x] = \frac{(3\cos x+1)}{(3senx+x)} = \frac{3\cos x+1}{3senx+x}$$

11c) $y = 5\ln(x^3+2x+5)$

$$y' = 5\frac{1}{x^3+2x+5} \bullet D[x^3+2x+5] = \frac{5(3x^2+2)}{x^3+2x+5}$$

12 - DERIVATA FUNZ COMPOSTA con **LOGARITMO**

DERIVO LA FUNZIONE ESTERNA logaritmo E MOLTIPLICO PER LA DERIVATA DEL CONTENUTO che - attenzione- è un QUOZIENTE!

12a) $y = \ln\left(\dfrac{2x+5}{x-2}\right)$

$$y' = \frac{1}{\dfrac{2x+5}{x-2}} \bullet D\left[\frac{2x+5}{x-2}\right] = \frac{x-2}{2x+5} \bullet \frac{2\cdot(x-2)-(2x+5)\cdot(1-0)}{(x-2)^2} =$$

$$y' = \frac{1}{2x+5} \bullet \frac{2x-4-2x-5}{(x-2)^1} = \frac{-9}{(2x+5)(x-2)}$$

12b) $y = \ln\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+x}\right)$

$$y' = \frac{1}{\dfrac{e^x-2}{e^x+x}} \bullet D\left[\frac{e^x-2}{e^x+x}\right] = \frac{e^x+x}{e^x-2} \bullet \frac{(e^x-0)\cdot(e^x+x)-(e^x-2)\cdot(e^x+1)}{(e^x+x)^2} =$$

$$y' = \frac{1}{e^x-2} \bullet \frac{e^{2x}+xe^x-e^{2x}-e^x+2e^x+2}{(e^x+x)^1} = \frac{+xe^x+e^x+2}{(e^x-2)(e^x+x)}$$