

Geometria 1 per Matematica e IADA

Foglio di esercizi 1

9 ottobre 2020

- 1) Dimostrare che \mathbb{R}^n con le operazioni di somma e moltiplicazione scalare usuali è uno spazio vettoriale reale.
- 2) Dimostrare che \mathbb{R} è uno spazio vettoriale su \mathbb{Q} con le usuali operazioni di somma e moltiplicazione.
- 3) Dimostrare che l'insieme dei polinomi su un campo \mathbb{K} , rispetto alle usuali operazioni di addizione e moltiplicazione scalare è uno spazio vettoriale.
- 4) Dire se l'insieme $\{(a, 1) \mid a \in \mathbb{R}\}$ è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 .
- 5) Dire se l'insieme $\{(a, b) \in \mathbb{Q}^2 \mid 3a + 2b = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di \mathbb{Q}^2 .
- 6) Dire se il vettore $(2, 1)$ è combinazione lineare dei vettori $(1, 1)$ e $(-2, 3)$ in \mathbb{Q}^2 . Se sì, esprimerlo come combinazione lineare.
- 7) Si consideri \mathbb{Q} come spazio vettoriale razionale rispetto alle usuali operazioni di somma e moltiplicazione. Dimostrare che gli unici sottospazi vettoriali di \mathbb{Q} sono quelli banali.
- 8) Dimostrare che per ogni $d \geq 0$ l'insieme

$$\mathbb{K}[X]_d := \{f \in \mathbb{K}[X] \mid \deg(f) \leq d\}$$

costituito dai polinomi di grado al più d , è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{K}[X]$.