Semplice modello per l'evoluzione giornaliera della temperatura dell'aria nel surface layer

La temperatura dell'aria nei pressi della superficie planetaria evolve durante l'arco di una giornata in funzione dei flussi energetici alla superficie e delle proprietà di rimescolamento del fluido atmosferico.

Osservazione

Fenomenologicamente, nel corso di una giornata priva di nubi e con venti deboli o assenti, si osserva che la temperatura minima si registra all'alba, mentre la temperatura massima alcune (un paio circa) di ore dopo il passaggio al meridiano del sole, momento in cui il flusso di radiazione solare (onda corta), che raggiunge la superficie planetaria, è massimo.

Interpretazione dell'osservazione

Consideriamo il principio di conservazione dell'energia applicandolo ad un volume d'aria prossimo alla superficie planetaria e a contatto con essa.
Assumiamo che il volume d'aria sia in equilibrio termico con la superficie che lo delimita dal basso.
A mantenere questo equilibrio sono responsabili i processi di scambio energetico tra superficie ed aria sovrastante, in particolare la convezione e la associata turbolenza.

Quindi dal primo principio della termodinamica scritto in forma di equazione differenziale prognostica:

$$\frac{dq}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt} \qquad (1)$$

Nota
le derivate totali sono equivalenti a quelle parziali rispetto al tempo in quanto assumiamo i termini avvettivi nulli (trascurabili).

$\frac{dq}{dt}$ rappresenta il flusso di energia netto entrante (>0) (o uscente) (<0) dal volume d'aria di massa unitaria

c_p è il calore specifico a pressione costante dell'aria

T, p e ρ sono, rispettivamente, la temperatura (gradi Kelvin) la pressione e la densità dell'aria

Se consideriamo $1\,m^3$ d'aria che si trova sopra la superficie di $1\,m^2$, la sua massa corrisponderà a 1 kg circa. Mantenendo la superficie inalterata possiamo variare l'altezza del volume per individuare il sistema fisico descritto dall'equazione (1)

Per tale sistema $\frac{dq}{dt}$ è dato dalla somma di due contributi: il flusso di radiazione proveniente dal sole (onda corta) che è entrante nel volume, assorbito dalla superficie, la quale è in equilibrio termico con l'aria, quindi possiamo considerare tale flusso completamente in ingresso nel volume;

il flusso di radiazione emesso dal volume d'aria, radiazione termica in quanto l'aria si trova in condizione termodinamica $T > 0$ (K)

Quindi

$$\frac{dq}{dt} = S(t) - L(t) \qquad (2)$$

$S(t) \Rightarrow$ flusso di radiazione ad onda corta entrante nel volume $S(t) \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$

$L(t) \Rightarrow$ flusso di radiazione ad onda lunga uscente dal volume $L(t) \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$

meglio > 0 visto che fisicamente $T > 0$ sempre

Risolvendo l'equazione differenziale (1) per determinare l'evoluzione di T in funzione del tempo si ha:

$$c_p \frac{dT}{dt} = \frac{dq}{dt} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt} = S(t) - L(t) + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{dT}{dt} dt = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{c_p}(S(t) - L(t))dt + \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{c_p \rho}\frac{dp}{dt} dt$$

$$T(t_1) - T(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{c_p}(S(t) - L(t))dt + \int_{P(t_0)}^{P(t_1)} \frac{1}{c_p \rho} dp$$

Assumendo che la pressione non subisca variazioni nel corso dell'evoluzione, situazione verosimile nelle condizioni in cui ci siamo posti per lo sviluppo del modello, il secondo addendo a secondo membro è nullo.

N.B. Qualora ci fossero anche delle variazioni di 10 hPa di pressione, valore da considerarsi come estremo superiore, nell'arco di una giornata o 1/2 giornata, il contributo del secondo addendo a secondo membro è di circa

$$\sim \frac{10\ hPa}{c_p \cdot 1\ kg\ m^{-3}} \simeq \frac{10^3 J\ m^{-3}}{c_p \cdot 1\ kg\ m^{-3}} = 10^3\ J\ kg^{-1}/c_p \simeq 1K$$

che va confrontato con il contributo del primo addendo a secondo membro, in cui durante il giorno si hanno flussi netti $(S-L)$ di alcune centinaia di $W m^{-2}$ in entrata e di notte di circa $100\ W m^{-2}$ in uscita, riguardanti la stessa unità di massa d'aria. Perciò $\sim 100\ W \cdot 3600\ s = 3.6 \cdot 10^5\ J kg^{-1}$ quindi solo in un ora di flusso radiativo si ha che il primo addendo è 10^2 volte maggiore del contributo giornaliero del secondo.

Ne consegue che

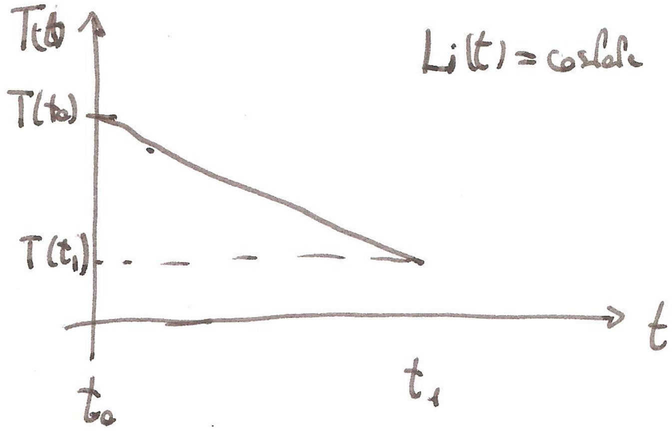
$$T(t_1) \simeq T(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{c_p} (S'(t) - L(t))\, dt \qquad (3)$$

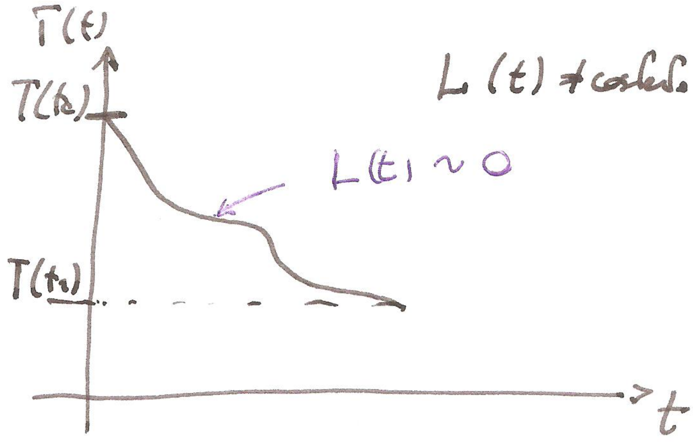
Durante la notte $S'(t) = 0$ quindi l'integrale è negativo. Considerando che $L(t) = \sigma T^4$ con σ la costante di Stefan-Boltzmann possiamo assumere che $L(t) \sim$ costante durante l'intera notte per cui

$$T(t_1) \simeq T(t_0) - \frac{L}{c_p}(t_1 - t_0)$$

Quindi il minimo di temperatura viene raggiunto nel momento in cui $(S(t) - L(t))$ continua a mantenersi ≤ 0

Osserviamo che anche nel caso in cui $L_i(t)$ non sia costante, la diminuzione, certamente non lineare persiste rendendo $T(t)$ una funzione monotona decrescente nell'intervallo $[t_0, t_1]$.

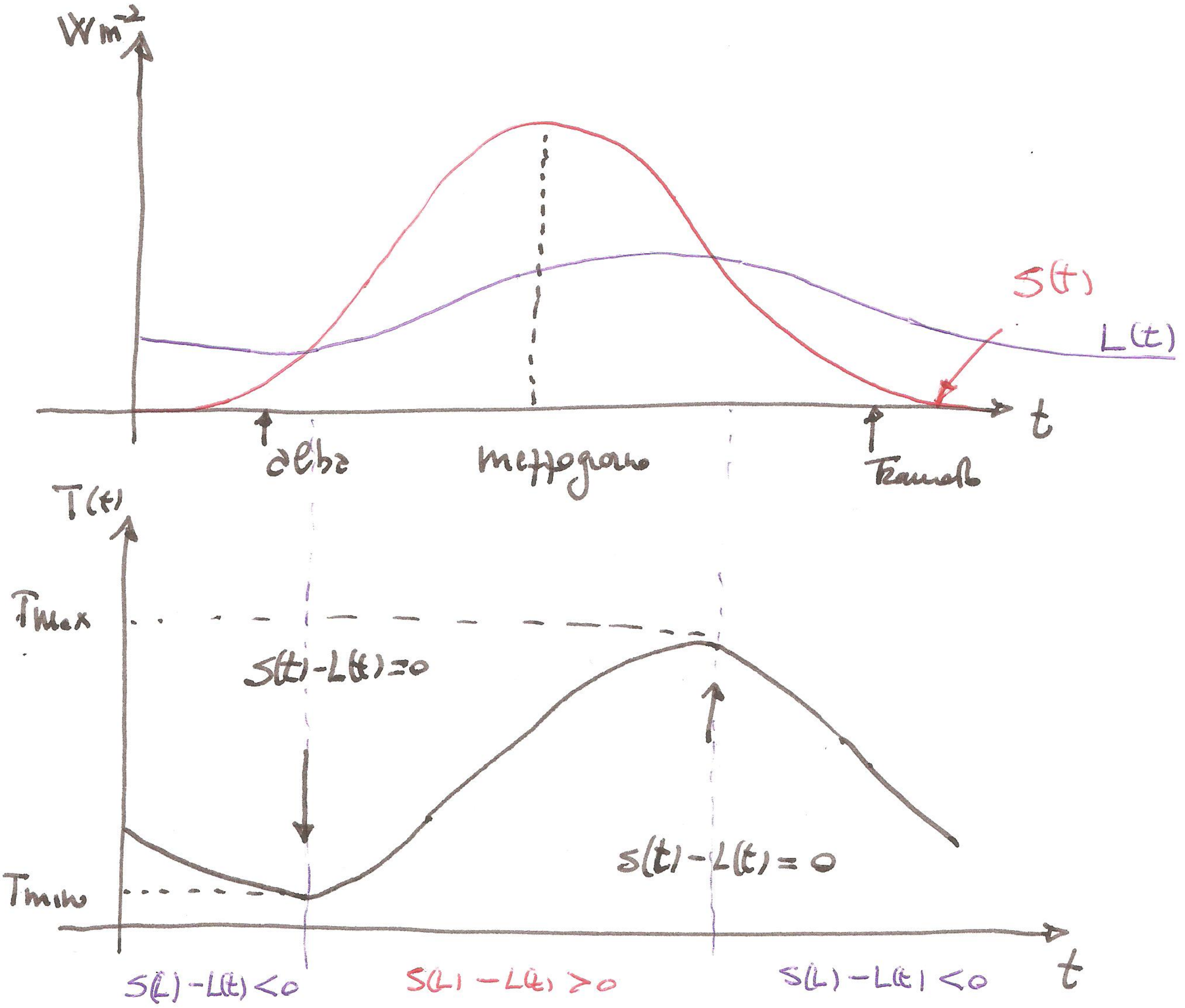




Quindi il minimo della temperatura notturna, in caso di cielo sereno e calma di vento si ottiene poco prima dell'alba, in quanto all'alba si ha, in tempi rapidissimi (minuti)

$$S(t) - L(t) > 0$$

Durante il giorno $S(t) > L(t)$ quindi la funzione descritta dell'equazione ③ è monotona crescente e lo sarà fino a quando persiste $S(t) \geq L(t)$ ovvero il flusso entrante, ad onda corta, è maggiore di quello uscente ad onda lunga. Nel momento del passaggio del sole al meridiano, l'altezza del sole sull'orizzonte è massima quindi $S(t)$ è massimo, ma $S(t) - L(t)$ continua ad essere positivo anche dopo il passaggio del sole al meridiano (mezzogiorno) perciò il volume d'aria considerato continua ad acquisire energia riscaldandosi. Per questo motivo la temperatura massima diurna, durante una giornata serena, si ha nel pomeriggio quando $S(t) = L(t)$



<u>Esercizio proposto</u>

Affinare il modello qui esposto, per il solo caso notturno assumendo che l'emissione di radiazione del volume d'aria sia esattamente descritta dalla legge di emissione termica $L(t) = \sigma T^4$