AA 2014-15 - III Prova Scritta - Soluzione

(1) $x(t) = \left(2.2\ \frac{m}{s^2}\right) t^2 - 4.4\ m$

a) Si tratta di moto unif. acc. in quanto la legge oraria è del tipo:

$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$

In particolare, nel caso specifico: $\frac{1}{2} a = 2.2\ \frac{m}{s^2}$ $\quad v_0 = 0$

$a = 4{,}4\ \frac{m}{s^2}$ $\quad x_0 = -4.4\ m$

b) $t_f = 2{,}0\ s$

$t_i = 1{,}0\ s$

$v_m = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{\left(2{,}2\ \frac{m}{s^2}\right) 4{,}0\ s^2 \cancel{- 4{,}4\ m} - \left[\left(2{,}2\ \frac{m}{s^2}\right) 1{,}0\ s^2 \cancel{- 4{,}4\ m}\right]}{1\ s}$

$= \frac{8{,}8\ m - 2{,}2\ m}{1\ s} = 6{,}6\ \frac{m}{s}$

c) Nel caso di moto unif. acc., la velocità in funzione del tempo è data da:

$v(t) = v_0 + at$

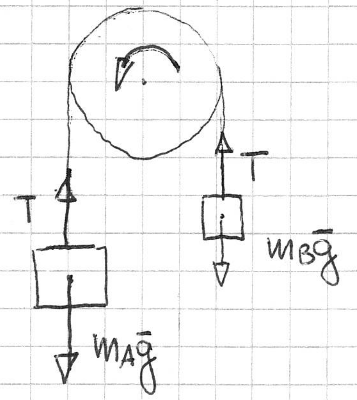
In particolare, nel caso specifico:

$v(t) = \left(4{,}4\ \frac{m}{s^2}\right) t$

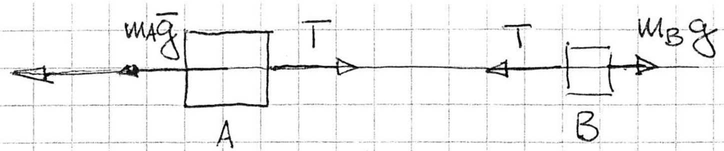
Quindi: $v(t_f) = \left(4{,}4\ \frac{m}{s^2}\right) t_f = \left(4{,}4\ \frac{m}{s^{\cancel{2}}}\right) 2{,}0\ \cancel{s} = 8{,}8\ \frac{m}{s}$

(2) (macchina di Atwood)

Il sistema tenderà a far ruotare la carrucola in verso antiorario. Il problema è sostanzialmente 1D.



Assegno valore positivo alle forze che favoriscono questo moto, negativo a quelle che vi si oppongono, in modo di ridurre il problema ad uno schema unidimensionale:



Infine, le masse si muoveranno con la medesima acc. a (in modulo)
<u>II legge di Newton</u>:

per la massa A : $\begin{cases} m_A g - T = m_A a \\ T - m_B g = m_B a \end{cases}$
" " B :

Sommando le eq. A e B: $m_A g - m_B g = (m_A + m_B)\, a \qquad a = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g$

Sottraendo le eq. A e B: $-2T + (m_A + m_B) g = (m_A - m_B)\, a$

$$2T = (m_A + m_B) g - (m_A - m_B)\, a$$
$$= (m_A + m_B) g - \frac{(m_A - m_B)^2}{m_A + m_B} g$$
$$= \frac{(m_A + m_B)^2 - (m_A - m_B)^2}{m_A + m_B} g$$
$$= \frac{4 m_A m_B}{m_A + m_B} g$$
$$T = \frac{2 m_A m_B}{m_A + m_B} g$$

Si noti che le soluzioni trovate descrivono bene anche i casi limite, ad esempio $m_A \gg m_B$:

$$a = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g \xrightarrow{m_A \gg m_B} g$$

$$T = \frac{2 m_A m_B}{m_A + m_B} g \xrightarrow{m_A \gg m_B} 2 m_B g$$

(così anche m_B accelera con $a = g$ verso l'alto)

Nel caso specifico ($m_A = 400\,g$, $m_B = 120\,g$) si ha:

$$a = \frac{(400 - 120)}{(400 + 120)} g = \frac{280}{520} g = \frac{7}{13} g = 5{,}28 \ \frac{m}{s^2}$$

$$T = \frac{2 \cdot (0{,}4\ kg) \cdot (0{,}12\ kg)}{(0{,}52\ kg)} g = 0{,}185\ kg \cdot g = 1{,}81\ N$$

Ovviamente, tornando al problema iniziale, m_A accelera con accelerazione a verso il basso, mentre m_B accelera con accelerazione a verso l'alto. Si noti infine che la cordicella esercita una forza pari a 2T diretta verso il basso sulla carrucola

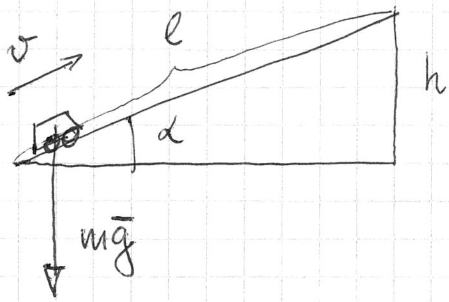
③

$m = 5.45 \cdot 10^3$ kg

$h = 750$ m

$\alpha = 18°$

$v = 3,4$ m/s

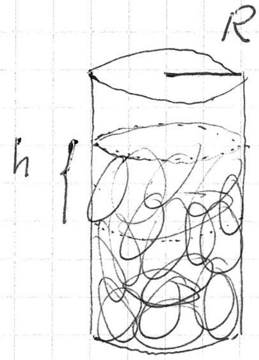


a) $l = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{750\,m}{0,31} = 2420\ m = 2,42 \cdot 10^3\,m$

b) $\mathcal{L} = mgh = (5.45 \cdot 10^3\,kg) \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0,75 \cdot 10^3\,m = 40,1 \cdot 10^6\ J$

$P = \frac{\mathcal{L}}{\Delta t} = \frac{\mathcal{L}}{\frac{l}{v}} = \frac{\mathcal{L} \cdot v}{l} = \frac{40,1 \cdot 10^6\,J \cdot 3,4\,m/s}{2.43 \cdot 10^3\,m} = 56.3 \cdot 10^3\ W$

④



$\rho = \frac{m}{V}$

$m = 20 \cdot 7.8$ g

$V = \pi R^2 \cdot h = \pi\,(1,5\ cm)^2 \cdot 3,1\ cm$

$\rho = \frac{20 \cdot 7.8\ g}{\pi (1,5)^2 \cdot 3,1\ cm^3} = 7,12\ \frac{g}{cm^3} = 7120\ \frac{kg}{m^3}$