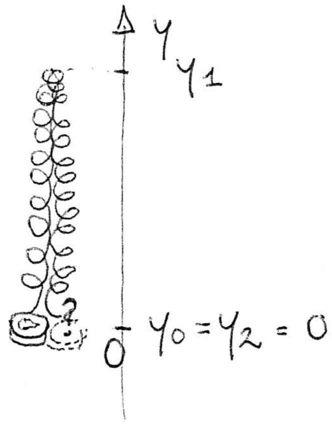
Fisica Medica - I prova in itinere
AA 2014-15

(1)



$y_1 = 60 \text{ cm} = 0{,}6 \text{ m}$

$\omega = 5 \frac{\text{giri}}{s}$

Strategia: calcolo il tempo t_2 in cui la moneta è rimasta in aria e successivamente valuto quanti giri completi (e che frazione di giro) ha fatto la moneta nel tempo t_2.
Scelgo sistema di riferimento come in figura, con $y_0 = y_2 = 0$ (istante: 0 = lancio, 1 = massima altezza, 2 = arrivo).

In generale vale (moto unif. acc.)

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

In particolare:

$$y(t_2) = \cancel{y_2} = \cancel{y_0} + v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0$$

$$t_2 \left(v_0 - \frac{1}{2} g t_2\right) = 0$$

$$t_2 = \frac{2 v_0}{g}$$

NOTA
L'espressione per t_2 poteva essere trovata osservando che t_2 è esattamente 2 volte il tempo t_1 che la moneta impiega per "cadere" da y_1 a y_0

$$t_2 = 2 t_1$$

$$y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 y_1}{g}} \qquad t_2 = 2\sqrt{\frac{2 y_1}{g}}$$

Non conosco v_0, ma so che vale:

$$v^2 = v_0^2 - 2 g \Delta y$$

In particolare: $v_1^2 = 0 = v_0^2 - 2 g y_1 \qquad v_0 = \sqrt{2 g y_1}$

Quindi: $t_2 = \frac{2 v_0}{g} = 2\sqrt{\frac{2 y_1}{g}} = 2\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}60 \text{ m}}{9{,}8 \frac{\text{m}}{s^2}}} = 0{,}70 \text{ s}$

Nei 0,70 s la moneta compie complessivamente

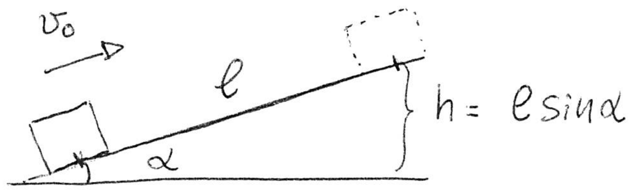
$$\Delta\vartheta = \omega t_2 = 5 \frac{\text{giri}}{\cancel{s}} \cdot 0{,}70 \cancel{s} = 3{,}5 \text{ giri.}$$

Essendo stata lanciata con testa, il risultato sarà croce.

(2)

$v_0 = 4{,}0 \ m/s$

$\ell = 1{,}5 \ m$



Si può risolvere sia calcolando l'accelerazione (costante) dovuta alla forza di gravità, sia utilizzando la conservazione dell'energia. Scelgo questo secondo approccio.

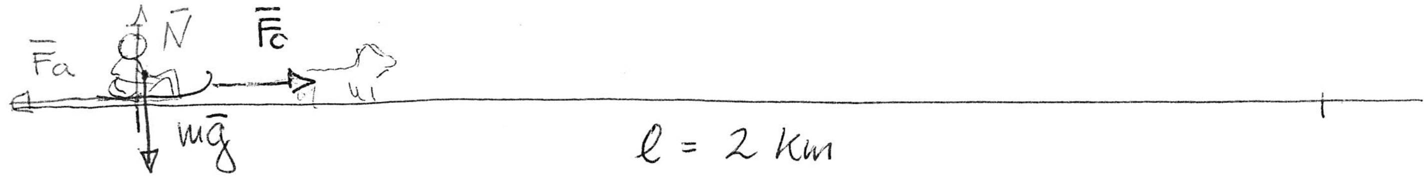
$$K = \frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h = W$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \ell \sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{v_0^2}{2g\ell} = \frac{16{,}0 \ \cancel{m^2}/\cancel{s^2}}{2 \cdot 9.8 \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}} 1.5 \ \cancel{m}} = 0{,}544$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0{,}544) = 33°$$

(3)



$m = m_u + m_s = (80 + 20) \ kg = 100 \ kg$

$N = mg$

$F_a = f \cdot N = fmg = F_c$ (la slitta procede a v costante)

Per il teorema lavoro-energia

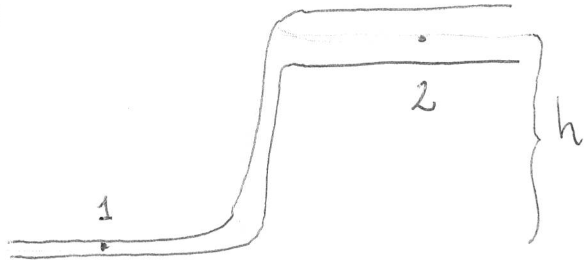
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_c + \mathcal{L}_a = \Delta K = 0$$

$$\mathcal{L}_c = -\mathcal{L}_a$$

a) $\mathcal{L}_c = fmg\ell \overset{!}{=} 0{,}15 \cdot 100 \ kg \cdot 9.8 \ \frac{m}{s^2} \cdot 2 \cdot 10^3 \ m = 2{,}94 \cdot 10^5 \ J$

b) $\mathcal{L}_a = -\mathcal{L}_c = -2{,}94 \cdot 10^5 \ J$

④



$r_1 = 2{,}00\ \text{cm}$

$r_2 = 4{,}00\ \text{cm}$

$r_2 = 2r_1\ ,\quad S_2 = 4S_1$

da Bernoulli

$$\cancel{p_1} + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_1^2 = \cancel{p_2} + \cancel{\rho} gh + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2 \qquad \text{se } p_1 = p_2,$$

$$\frac{1}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) = gh \qquad (\mathrm{I})$$

per l'eq. di continuità

$$Q_1 = v_1 S_1 = v_2 S_2 = Q_2 = Q$$

$$v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1} \qquad (\mathrm{II})$$

Mettendo insieme (I) e (II):

$$\frac{1}{2}\left(\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1\right) v_2^2 = gh$$

$$v_2^2 = \frac{2gh}{(4^2 - 1)} = \frac{2}{15} gh$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{15} gh} = 3.61\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Infine,

$$Q = v_2 A_2 = \pi r_2^2 v_2 = 1{,}82 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3/\text{s} \cong 18\ \ell/\text{s}$$