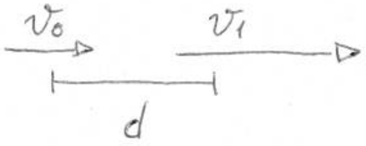
II prova scritta - Soluzione

(1)




$v_0 = 10^8$ m/s
$v_1 = 4 \cdot 10^8$ m/s
$d = 10^{-2}$ m

a) Si suppone a costante; per il moto uniformemente accelerato vale:

$$v_1^2 = v_0^2 + 2ad$$

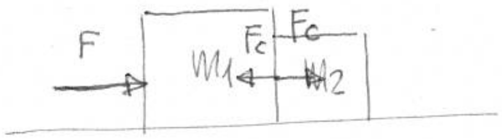
$$a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2d} = \frac{(16 \cdot 10^{16} - 10^{16})\, m^2/s^2}{2 \cdot 10^{-2}\, m}$$

$$= \frac{15 \cdot 10^{16}\, m^2/s^2}{2 \cdot 10^{-2}\, m} = 7{,}5 \cdot 10^{18}\, m/s^2$$

b) $$\frac{a}{g} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{18}\, m/s^2}{9{,}8\, m/s^2} = 7{,}65 \cdot 10^{17}$$

(2) $m_1 = 4$ kg
$m_2 = 2$ kg
$F = 12$ N

a)




Per il III principio, se $m_1$ esercita $\overline{F_c}$ su $m_2$, allora $m_2$ esercita $-\overline{F_c}$ su $m_1$

Per trovare $F_c$:

→ calcolo a del sistema applicando il II principio al sistema

$$F = (m_1 + m_2)\, a$$

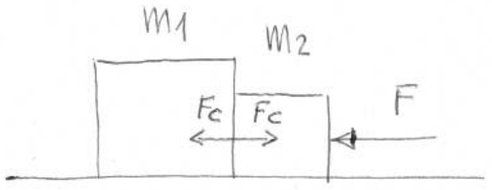
$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

→ applico il II principio sulla sola $m_2$

$$F_c = m_2 a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F = \frac{2\, Kg}{4\, kg + 2\, Kg} \cdot 12\, N = 4\, N$$

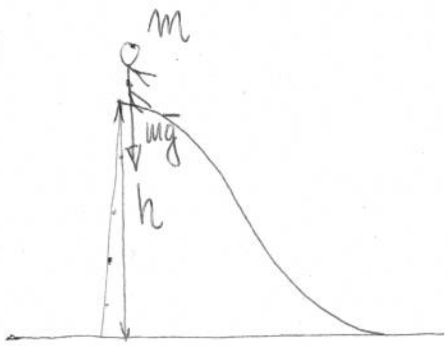
b) Si procede in modo analogo al caso precedente. L'accelerazione del sistema $a$, rimane la stessa (in modulo). Per trovare $F_c$ applico il II principio alla sola $m_1$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$




$$F_c = m_1 a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F = \frac{4\ kg}{2\ kg + 4\ kg} \cdot 12\ N = 8\ N$$

(3)




$h = 3\ m$

$m = 20\ kg$

a) Durante la salita, il lavoro fatto dalla forza di gravità è negativo

$$\mathcal{L}_g = -\Delta U_g = -mgh + 0 = -mgh = -20\ kg \cdot 9.8\ \frac{m}{s^2} \cdot 3m$$

$$= -588\ J$$

b) Se $\Delta U_g$ venisse convertito interamente in energia cinetica (conservazione dell'energia)

$$\Delta K = \Delta U_g = 588\ J$$

$$\frac{1}{2} m v'^2 = \Delta U_g$$

$$v'^2 = \frac{2 \Delta U_g}{m} \qquad v' = \sqrt{\frac{2 \Delta U_g}{m}} = \sqrt{\frac{1176\ J}{20\ kg}} = 7{,}67\ m/s$$

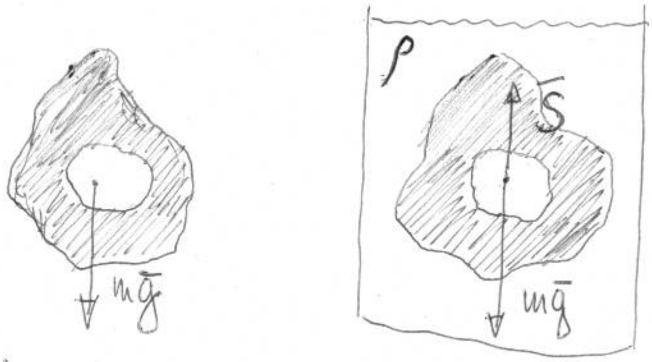
c) In realtà c'è attrito:

$$\mathcal{L} = \Delta K$$

$$-\mathcal{L}_g - \mathcal{L}_a = \Delta K$$

$$\mathcal{L}_a = -\mathcal{L}_g - \Delta K$$
$$= 588\,J - \frac{1}{2}mv^2 = 588\,J - \frac{1}{2}20\,kg\left(4\,m/s\right)^2$$
$$= 588\,J - 160\,J = 428\,J$$

(4)




in aria          in acqua

$\rho \Rightarrow \rho$ acqua $= 1\ g/cm^3$

In aria, il peso è dato da $m\bar{g}$ (trascuro spinta Archimede dell'aria)

In acqua, il peso apparente è dato da $m\bar{g} + \bar{S}$, in modulo $mg - S$.

Sappiamo che $\dfrac{\text{peso in aria}}{\text{peso app. in acqua}} = \dfrac{mg}{mg - S} = k = 1,36$

$$mg = k(mg - S) \qquad (\mathrm{I})$$

Inoltre: $m = \rho_r \cdot V_r$ $\qquad (\mathrm{II})$

$S = \rho\, V_c\, g$ con $\underset{\text{campione}}{V_c} = \underset{\text{roccia}}{V_r} + \underset{\text{aria}}{V_a}$ $\qquad (\mathrm{III})$

Si chiede $\dfrac{V_a}{V_c}$.

Ricavo S dalla (I):
$$mg = kmg - kS$$
$$mg - kmg = -kS$$
$$\frac{mg(1-k)}{-k} = S$$
$$S = mg\left(\frac{k-1}{k}\right) \overset{(\mathrm{II})}{=} \rho_r V_r\, g\left(\frac{k-1}{k}\right)$$

Confronto l'espressione per S così ottenuta con la (III)

$$S = \rho (V_r + V_a) g = \rho_r V_r g \left(\frac{K-1}{K}\right)$$

Riscrivo questa equazione usando $V_c = V_r + V_a$

$$\rho V_c \cancel{g} = \rho_r (V_c - V_a) \cancel{g} \left(\frac{K-1}{K}\right)$$

Risolvo in $\frac{V_a}{V_c}$:

$$\frac{K}{K-1} = \frac{\rho_r}{\rho} \left(1 - \frac{V_a}{V_c}\right)$$

$$\frac{\rho}{\rho_r} \frac{K}{K-1} = 1 - \frac{V_a}{V_c}$$

$$1 - \frac{\rho}{\rho_r} \frac{K}{K-1} = \frac{V_a}{V_c}$$

Si ha infine:

$$\frac{V_a}{V_c} = 1 - \frac{\rho}{\rho_r} \frac{K}{K-1} = 1 - \frac{1}{5.2} \frac{1.36}{0.36} = 1 - 0{,}726 = 0{,}284 = 28{,}4\,\%$$