

1

[Esempio 1.3.4 da Bagarello]

È data la funzione $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z^5}{|z|^4}, & z \neq 0, \\ 0, & z = 0. \end{cases}$$

Mostrare che f soddisfa le condizioni di Cauchy-Riemann in $z = 0$, ma non è analitica in $z = 0$.
Spiegare come è possibile.

2

Data f olomorfa, si mostri che $\operatorname{Re}(f)\operatorname{Im}(f)$ è una funzione armonica.

3

Si calcoli l'integrale $\int_{\gamma} z dz$, dove γ è il quadrato di vertici $0, 1, 1 + i, i$, orientato in senso antiorario.