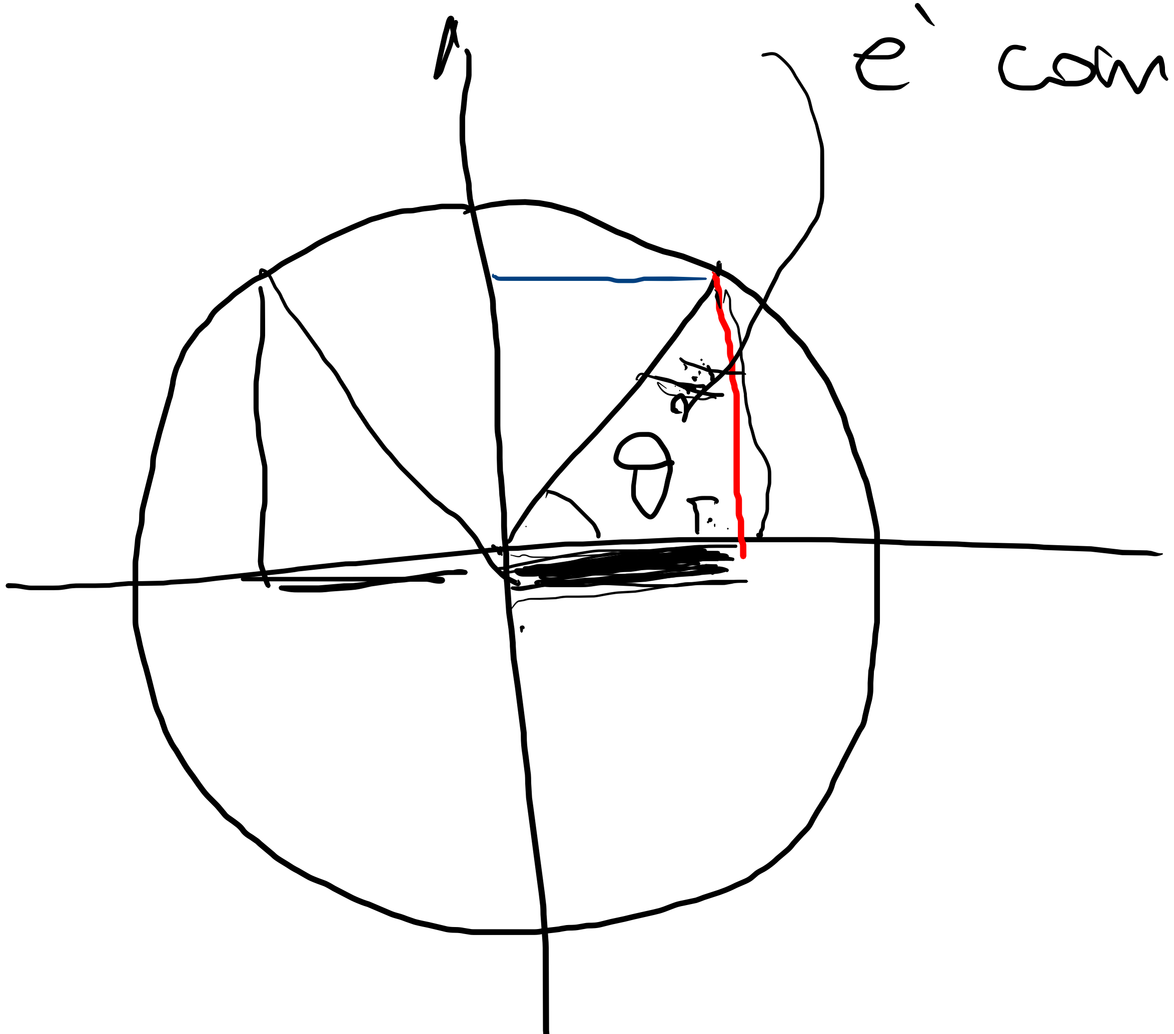
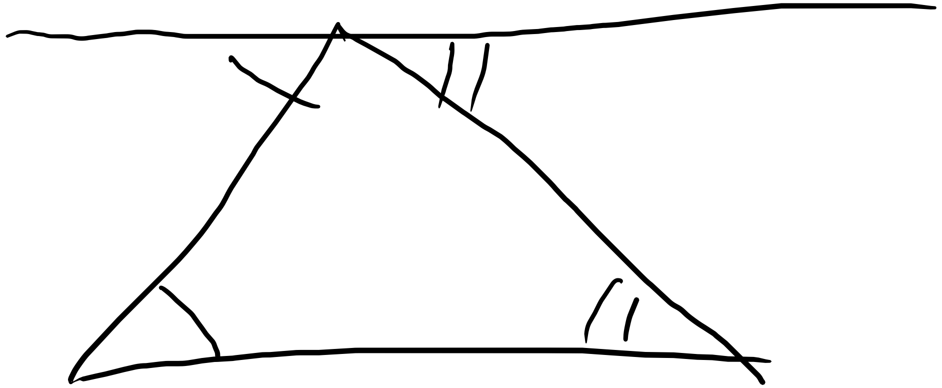
è complementare di θ

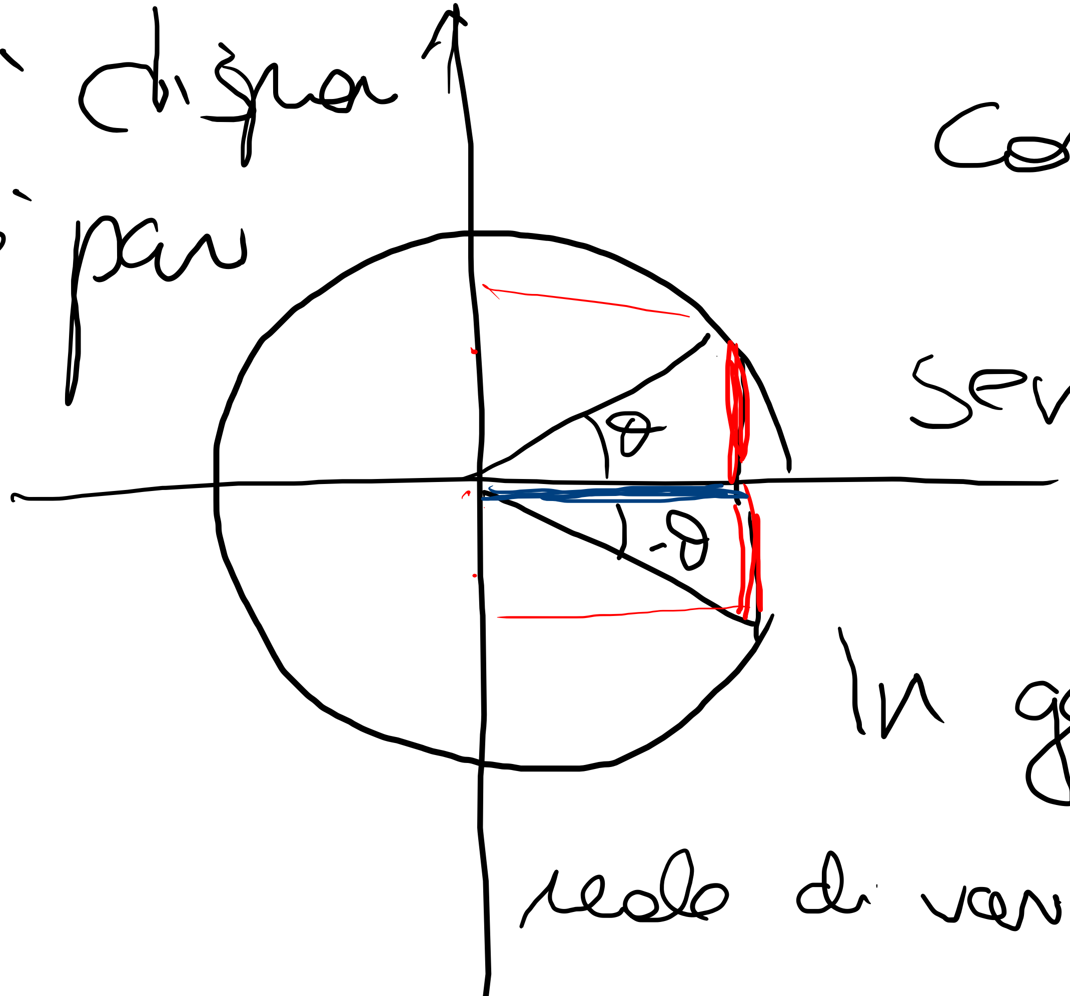




coseno è seno dell'angolo complementare

sen è dispari

cos è pari



$$\cos(\theta) = \cos(-\theta)$$

$$\operatorname{sen}(\theta) = -\operatorname{sen}(-\theta)$$

In generale, una funzione f reale di variabile reale definita su un insieme SIMMETRICO RISPETTO all'origine dell'asse x (cioè se $x \in \mathrm{Dom}\, f \Rightarrow -x \in \mathrm{Dom}\, f$)

si dice PARI se $f(-x) = f(x) \ \forall\, x \in \mathrm{Dom}\, f$

(DISPARI) $f(-x) = -f(x) \ \forall\, x \in \mathrm{Dom}\, f$

$x \longmapsto x^2$ è PARI

$x \longmapsto x^3$ è DISPARI

$x \longmapsto x^2 - 2x$ non è né pari né dispari.

f pari $\Longrightarrow$ grafico di f simmetrico rispetto all'asse y

f dispari $\Rightarrow$ grafico di f simmetrico rispetto all'origine O.

Inoltre risulta dalla costruzione

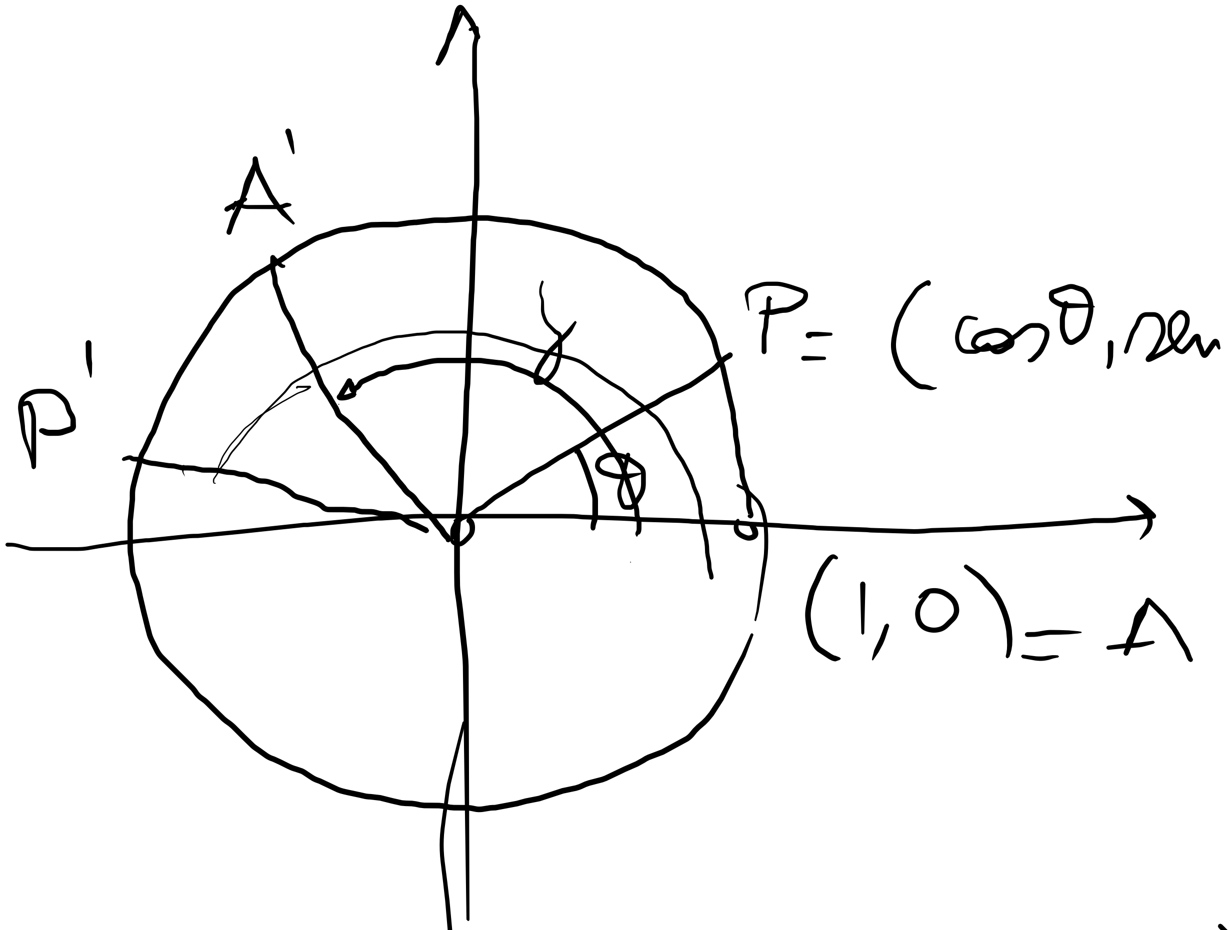
$$\operatorname{sen}(\theta + 2k\pi) = \operatorname{sen}\theta$$

$$\cos(\theta + 2k\pi) = \cos\theta \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

In generale una funzione reale di variabile reale f tale che esiste T per cui

$$f(x) = f(x + kT) \qquad k \in \mathbb{Z}$$

è detta periodica di periodo T.



A' ruotato come P' di un angolo γ

$A \to A'$ rotazione antiorar. di angolo γ

$P \to P'$

$A' = (\cos\gamma, \operatorname{sen}\gamma)$

$P' = (\cos(\gamma+\theta), \operatorname{sen}(\gamma+\theta))$

$$d_{\mathbb{R}^2}(A,P) = d_{\mathbb{R}^2}(A',P')$$

poiché ogni rotazione è una isometria del piano

ossia conserva le distanze

$A = (1,0)$ $P = (\cos\theta, \operatorname{sen}\theta)$ $\quad d_{\mathbb{R}^2}(A,P) = \sqrt{(1-\cos\theta)^2 + (\operatorname{sen}\theta)^2} =$

$$= \sqrt{1 - 2\cos\theta + \underbrace{\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta}_{=1}} = \sqrt{2 - 2\cos\theta}$$

$$A' = (\cos\gamma, \operatorname{sen}\gamma) \qquad P' = (\cos(\theta+\gamma), \operatorname{sen}(\theta+\gamma))$$

$$d_{\mathbb{R}^2}(A', P') = \sqrt{(\cos\gamma - \cos(\theta+\gamma))^2 + (\operatorname{sen}\gamma - \operatorname{sen}(\theta+\gamma))^2}$$

$$= \sqrt{\underline{\underline{\cos^2\gamma}} - 2\cos\gamma\cdot\cos(\theta+\gamma) + \cos^2(\theta+\gamma) + \underline{\underline{\operatorname{sen}^2\gamma}} - 2\operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}(\theta+\gamma) + \operatorname{sen}^2(\theta+\gamma)}$$

$$= \sqrt{2 - 2\cos\gamma\cos(\theta+\gamma) - 2\operatorname{sen}\gamma\cdot\operatorname{sen}(\theta+\gamma)}$$

Uguagliando $d_{\mathbb{R}^2}(A,P) = d_{\mathbb{R}}(A',P')$

e considerandone i quadrati

$$\cancel{2} - 2\cos\theta = \cancel{2} - 2\cos\gamma\cdot\cos(\theta+\gamma) - 2\,\mathrm{sen}\,\gamma\,\mathrm{sen}(\theta+\gamma)$$

divido per $(-2) \neq 0$

$$\cos\theta = \cos\gamma\cos(\theta+\gamma) + \mathrm{sen}\,\gamma\,\mathrm{sen}(\theta+\gamma)$$

$\theta + \gamma =: \alpha$ $\quad\theta = \alpha - \gamma$ $\quad\boxed{\cos(\alpha-\gamma) = \cos\gamma\cos\alpha + \mathrm{sen}\,\gamma\,\mathrm{sen}\,\alpha}$

$$\cos(\alpha-\gamma) = \cos\alpha\cos\gamma + \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\gamma$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha-(-\beta)) =$$

$$= \cos\alpha\cdot\cos(-\beta) + \operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}(-\beta)$$

$$= \cos\alpha\cos\beta - \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$$

$$\boxed{\cos(-\beta) \overset{\text{PARI}}{=} \cos\beta \qquad \operatorname{sen}(-\beta) \overset{\text{DISPARI}}{=} -\operatorname{sen}\beta}$$

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = ?}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \cos\left(\pi/2 - \theta\right)$$

seno $\overset{\theta}{}$ è coseno dell'angolo complementare
di θ

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \cos\left(\pi/2 - (\alpha+\beta)\right) = \cos\left(\left(\pi/2 - \alpha\right) - \beta\right)$$

$$\cos\Big(\underbrace{\left(\tfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}_{\theta}-\beta\Big)=\cos(\theta-\beta)=$$

per formule già viste

$$=\cos\theta\cdot\cos\beta+\operatorname{sen}\theta\cdot\operatorname{sen}\beta$$

$$=\underbrace{\cos\left(\tfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}_{\operatorname{sen}\alpha}\cdot\cos\beta+\operatorname{sen}\left(\tfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\operatorname{sen}\beta$$

$$=\underline{\operatorname{sen}\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta}=\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$$

$$\operatorname{sen}(\alpha-\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta - \cos\alpha\operatorname{sen}\beta$$

per esercizio

$$\alpha+\alpha$$

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \ldots\ldots - -$$

Definiamo

$$\text{tg}\,\alpha = \tan\alpha =: \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

Funzione tangente

È definita $\forall \alpha \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}_{k \in \mathbb{Z}}$

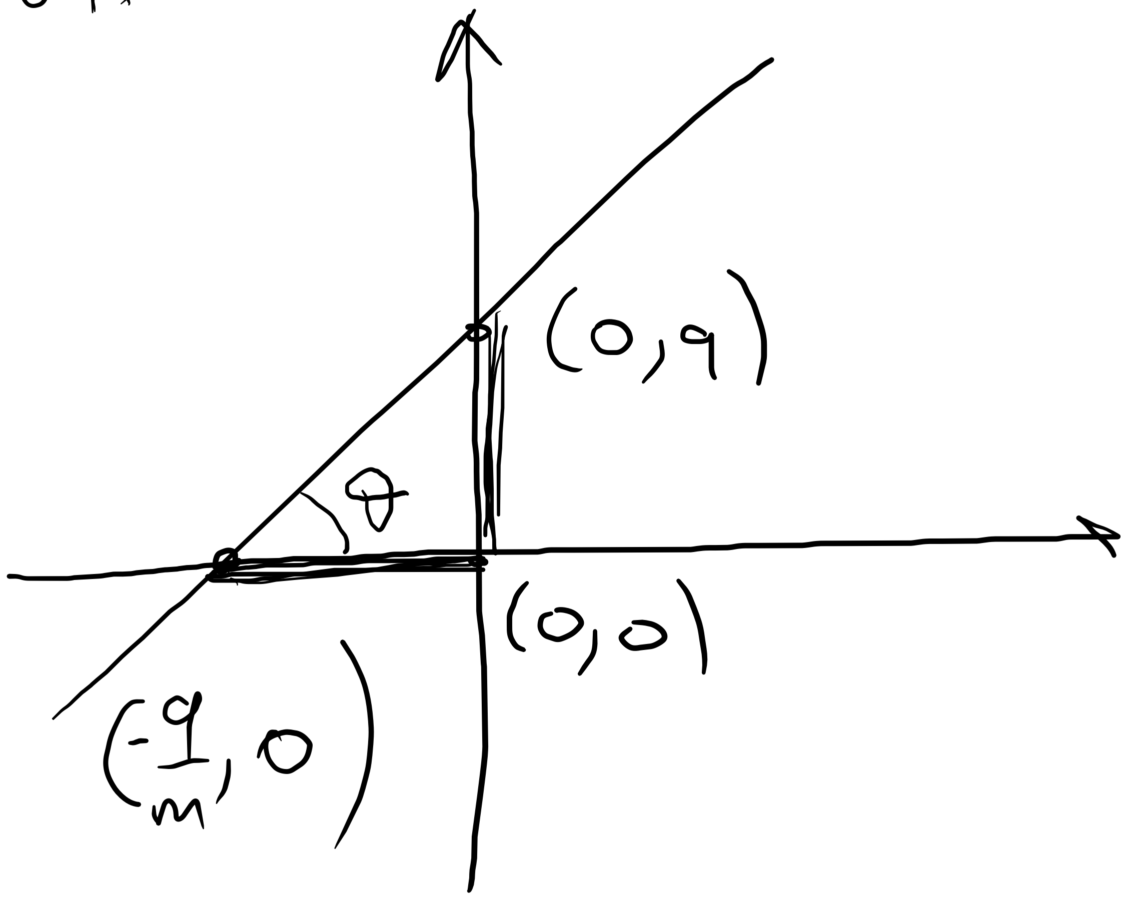
Inoltre è periodica di periodo π.

A differenza di sen e cos la tangente come funzione NON è LIMITATA

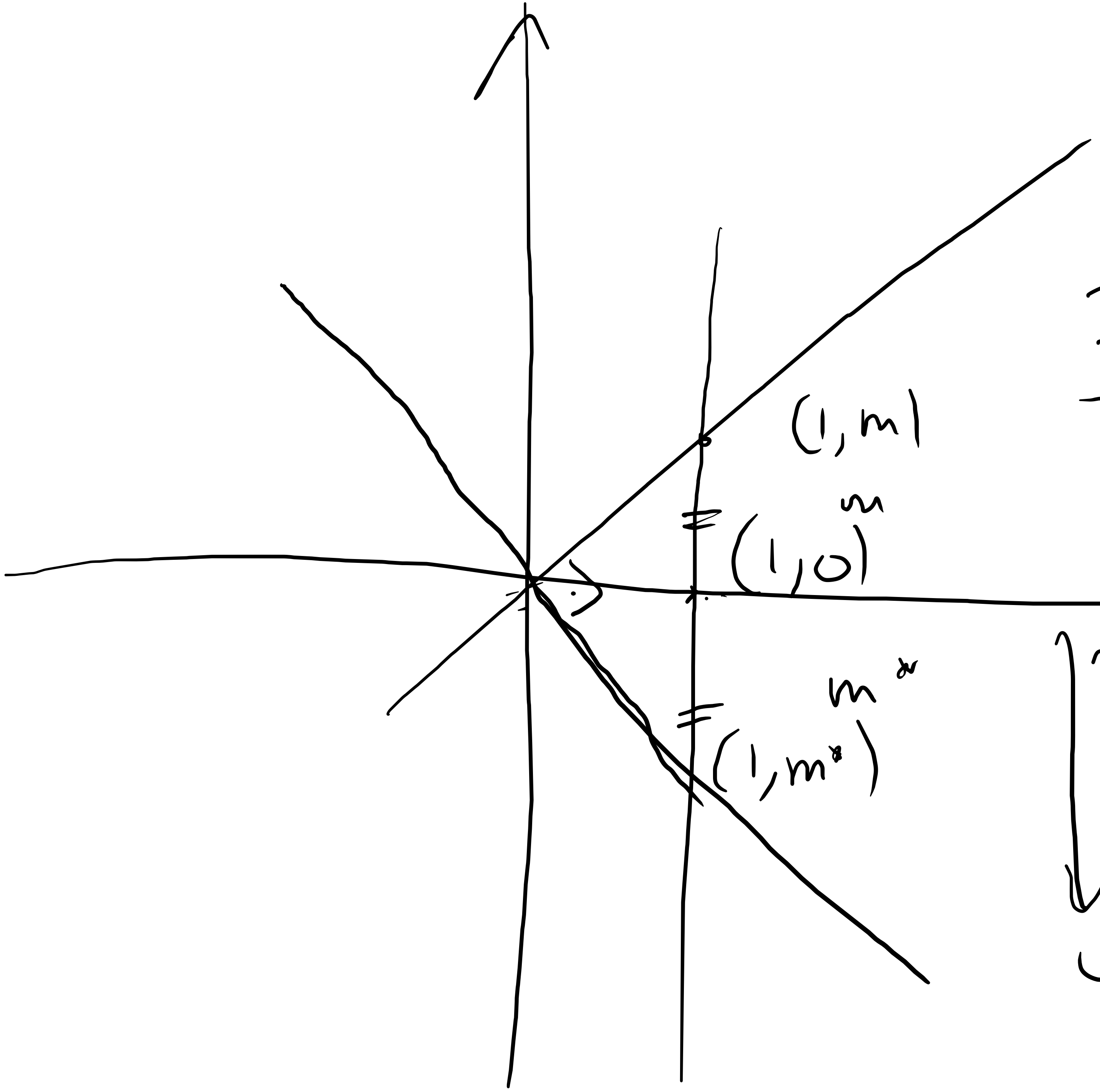
Si consideri l'equazione di una retta nel piano (non verticale o orizzontale)

$$y = mx + q$$

$m \neq 0$



$$\boxed{\operatorname{tg}\theta = \frac{q}{\frac{q}{m}} = m}$$



$y = mx \quad m \neq 0$

Euclide

$m \cdot m^* == -1$

$$\boxed{m^* = -\frac{1}{m}}$$

$y = m^* x$