Esame di Meccanica Quantistica — 01.02.19
Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2018/2019

Esercizio 1 [10pt]

Sia data la funzione d'onda, in **1 dimensione**

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax/a & \text{se } 0 \leq x \leq a \\ A(b-x)/(b-a) & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \tag{1}$$

1. Disegnare la funzione d'onda (assumere $A \in \mathbb{R}$).
2. Normalizzare la funzione d'onda, trovare cioè A in termini di a e b.
3. Quant'è la probabilità di trovare la particella a sinistra di a?
4. Il valor medio $\langle \hat{x} \rangle$ è una funzione lineare di a e b. Calcolare tale funzione.
5. In che punto è più probabile trovare la particella? Perché?

Esercizio 2 [12pt]

Si consideri l'oscillatore armonico quantistico in **2 dimensioni**.

1. Si scriva l'Hamiltoniana.
2. Si scriva l'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo e quella indipendente dal tempo per il sistema in esame.
3. Calcolare gli autovalori dell'Hamiltoniana dell'oscillatore armonico **1-dimensionale** col *metodo algebrico*. [Si ricordi che $a \equiv \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}X + i\sqrt{\frac{1}{2m\omega\hbar}}P$].
4. Utilizzando il risultato del punto 3, si ricavino gli autovalori dell'Hamiltoniana dell'oscillatore armonico **2-dimensionale** e la loro degenerazione.
5. Ricavare la funzione d'onda normalizzata dello stato fondamentale dell'oscillatore armonico 2-dimensionale.

Esercizio 3 [8pt]

Si consideri l'oscillatore armonico quantistico in **1 dimensione**.

1. Si scriva l'Hamiltoniana H_0.
2. Scrivere la funzione d'onda **normalizzata** dello stato fondamentale **e** verificare che l'autovalore di H_0 corrispondente sia il livello energetico minimo.

3. Scrivere la formula generale della correzione ai livelli energetici di un sistema quantistico, al primo ordine perturbativo (caso non degenere), per effetto di una perturbazione H' indipendente dal tempo.

4. Applicare la formula al caso in esame per determinare la correzione all'energia dello stato fondamentale, quando la perturbazione assume la forma

   - $H' = \lambda\, x\, e^{-\gamma x^2}$,
   - $H' = \lambda\, x^2\, e^{-\gamma x^2}$,

   con λ e γ generici.

5. *Facoltativa: per quali valori di* (λ, γ) *la perturbazione* $H' = \lambda\, x^2\, e^{-\gamma x^2}$ *è "piccola" rispetto ad* H_0*? Giustificare la risposta.*