

prima  
 $\rho \approx \bar{\rho}$

Equazione per i valori medi della quantità di moto

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -2\nu \epsilon_{ijk} \omega_j v_k - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} - \delta_{i3} g$$

siano  $v_i = \bar{v}_i + v_i'$   $\rho = \bar{\rho} + \rho'$   $p = \bar{p} + p'$  ipotesi di Taylor ed espando il valore di aspettazione nella

$$E \left[ \frac{\partial (\bar{v}_i + v_i')}{\partial t} + (\bar{v}_k + v_k') \frac{\partial (\bar{v}_i + v_i')}{\partial x_k} \right] = E \left[ -2\nu \epsilon_{ijk} \omega_j (\bar{v}_k + v_k') - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (\bar{p} + p')}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (\bar{v}_i + v_i')}{\partial x_j \partial x_j} - \delta_{i3} g \right]$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_k \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial (\overline{v_k' v_i'})}{\partial x_k} = -2\nu \epsilon_{ijk} \omega_j \bar{v}_k - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \delta_{i3} g$$

Si noti che l'equazione per i valori medi non è più la classica equazione di Navier-Stokes perché si è aggiunto il termine

$$\frac{\partial (\overline{v_k' v_i'})}{\partial x_k}$$

è la divergenza di un tensore

$$R_{ij} := - \left[ \overline{v_k' v_i'} \right]$$

È il tensore di Reynolds il quale è causato dalle variazioni delle velocità

Il tensore di Reynolds rappresenta uno stress apparente NON è dovuto a forze reali e nasce dal termine vettoriale.

Da cui il tensore è simmetrico

$$R_{ij} = R_{ji}$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_k \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_k} = -2\nu \epsilon_{ijk} \omega_j \bar{v}_k - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + R_{ij} \right) - \delta_{i3} g$$

$$\tau_{ij} = \rho R_{ij}$$

Tensori degli stress  
quantità di Reynolds