

# **Esercizi 3**

Un campione di 1 Kg di magnesio a 40 °C viene immerso in 1L di acqua mantenuta a 20 °C in un contenitore isolato. Quale sarà la temperatura finale della miscela? ( $c_p(\text{Mg})=1.024 \text{ J g}^{-1}\text{C}^{-1}$ ;  $c_p(\text{H}_2\text{O})=4.18 \text{ J g}^{-1}\text{C}^{-1}$ ;  $\rho(\text{H}_2\text{O})= 1\text{g/mL}$ )

$$q_{\text{Mg}} = -q_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = m \cdot c_p \cdot (T_{\text{fin}} - T_{\text{in}})$$

$$m_{\text{Mg}} \cdot c_{p\text{Mg}} \cdot (T_{\text{fin}} - 40^\circ\text{C}) = -m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{p\text{H}_2\text{O}} \cdot (T_{\text{fin}} - 20^\circ\text{C})$$

$$1000\text{g} \cdot 1.024 \frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}} \cdot (T_{\text{fin}} - 40^\circ\text{C}) = -1000\text{g} \cdot 4.18 \frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}} \cdot (T_{\text{fin}} - 20^\circ\text{C})$$

$$T_{\text{fin}} = 24^\circ\text{C}$$

A un bicchiere contenente 400 mL di acqua a 45 °C si aggiunge un cubetto di ghiaccio di 50 g a 0 °C. Quale sarà la temperatura finale del sistema una volta fuso il ghiaccio? Ammettete che non venga ceduto alcun calore all'ambiente.

$C_n(\text{H}_2\text{O}) = 75 \text{ J}/(\text{K mol})$ ;  $\Delta H_{\text{fus,m}}(\text{H}_2\text{O}) = 6.01 \text{ kJ/mol}$ ;  $P_{\text{mol}}(\text{H}_2\text{O})=18\text{g/mol}$ ;  $\rho(\text{H}_2\text{O})=1 \text{ g/L}$ .

Calore assorbito dal ghiaccio:

$$q_{\text{ice}} = \text{mol}_{\text{H}_2\text{O}(s)} \cdot \Delta H_{\text{fus,m}} = \frac{50 \text{ g}}{18 \text{ g/mol}} \cdot 6.01 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} = 16690 \text{ J}$$

Variazione di temperatura dell'acqua

$$q_{\text{water}} = -q_{\text{ice}} = n_{\text{H}_2\text{O}} C_n (T_{\text{fin1}} - 45) \Rightarrow -16690 \text{ J} = \frac{400 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} 75 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} (T_{\text{fin1}} - 45) \Rightarrow T_{\text{fin1}} = 35 \text{ }^\circ\text{C}$$

Adesso ho due soluzioni a contatto termico, una di 50 g di acqua liquida a 0 °C e una di 400 g di acqua liquida a 35 °C.

Principio 0 della termodinamica:

$$n_{\text{H}_2\text{O}(0^\circ\text{C})} \cdot C_n \cdot (T_{\text{fin2}} - 0^\circ\text{C}) = -n_{\text{H}_2\text{O}(35^\circ\text{C})} \cdot C_n \cdot (T_{\text{fin2}} - 35^\circ\text{C})$$

$$\frac{50 \text{ g}}{18 \text{ g/mol}} (T_{\text{fin2}} - 0^\circ\text{C}) = -\frac{400 \text{ g}}{18 \text{ g/mol}} (T_{\text{fin2}} - 35^\circ\text{C}) \Rightarrow T_{\text{fin2}} = 31.1 \text{ }^\circ\text{C}$$

Un proiettile di piombo avente velocità di  $v = 720 \text{ km/h}$ , penetra in un blocco di legno e si ferma. La temperatura iniziale del proiettile è di  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ammettendo che l'energia persa dal proiettile provochi un aumento di temperatura del proiettile, quanto vale la temperatura finale? Il calore specifico del piombo vale  $c_p = 129.8 \text{ J/Kg K}$ .

L'energia del proiettile è solo energia cinetica  $T = \frac{1}{2} m v^2$

$$720 \text{ Km/h} = 200 \text{ m/s}$$

Questa energia è persa sotto forma di calore provocando un aumento della temperatura

$$m c_p \Delta T = \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{1}{2} \frac{v^2}{c_p} = \frac{200^2}{2 \cdot 129.8} \frac{\text{Kg m}^2 \text{ K}}{\text{J s}^2} = 154 \frac{\text{N m K}}{\text{J}} = 154 \text{ K} = 154 \text{ }^\circ\text{C}$$

Temperatura finale del proiettile

$$T_{fin} = 20^\circ\text{C} + 154^\circ\text{C} = 174 \text{ }^\circ\text{C}$$

Calcolare la variazione di entropia di un cubetto di ghiaccio di 100 g che fonde immerso in un bicchiere d'acqua a 10°C.  $\Delta H_{fus,m} = 6 \text{ Kj/mol}$ .

$$\Delta S_{fus} = \frac{q}{T} = \frac{\Delta H_{fus}}{T}$$

$$\Delta H_{fus} = 6 \frac{\text{Kj}}{\text{mol}} \cdot \frac{100 \text{ g}}{18 \text{ g/mol}} = 33.3 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{fus} = \frac{33300 \text{ J}}{283.15 \text{ K}} = 118 \text{ J/K}$$

Un blocco di ghiaccio di massa 1 Kg inizialmente a temperatura  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  viene messo in un lago la cui temperatura è  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Calcolare la variazione di entropia del lago, del blocco di ghiaccio e del sistema lago+blocco di ghiaccio nell'ipotesi che la temperatura del lago non venga influenzata. Si consideri il sistema lago + ghiaccio come sistema isolato ( $c_s(\text{ghiaccio}) = 2220\text{ J}/(\text{Kg K})$ ;  $c_s(\text{acqua}) = 4186\text{ J}/(\text{Kg K})$ ;  $\Delta H_{\text{fus,m}} = 6\text{ KJ/mol}$ ;  $P_{\text{mol}}(\text{H}_2\text{O}) = 18\text{ g/mol}$ )

Iniziamo dall'entropia del lago

$$\Delta S_{\text{lago}} = \frac{q_{\text{lago}}}{T_{\text{lago}}} \quad q_{\text{lago}} = -q_{\text{ghiaccio}}$$

Il ghiaccio deve essere scaldato da  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , effettuare la transizione solido-liquido e poi essere scaldato da  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$$q_{\text{ghiaccio}} = m_{\text{ghiaccio}} \cdot c_s(\text{ghiaccio}) \cdot (T_f - T_i) + \frac{m_{\text{ghiaccio}}}{P_{\text{mol}}(\text{H}_2\text{O})} \cdot \Delta H_{\text{fus,m}} + m_{\text{ghiaccio}} \cdot c_s(\text{acqua}) \cdot (T_f - T_i)$$

$$q_{\text{ghiaccio}} = 1\text{Kg} \cdot 2220 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} \cdot (273.15\text{ K} - 263.15\text{K}) + \frac{1000\text{g}}{18\frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot \frac{6000\text{ J}}{\text{mol}} + 1\text{Kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} \cdot (288.15\text{ K} - 273.15\text{K}) = 4.18 \cdot 10^5\text{ J}$$

$$q_{\text{lago}} = -q_{\text{ghiaccio}} = -4.18 \cdot 10^5\text{ J}$$

$$\Delta S_{\text{lago}} = \frac{q_{\text{lago}}}{T_{\text{lago}}} = \frac{-4.18 \cdot 10^5\text{ J}}{288.15\text{ K}} = -1.45 \cdot 10^3\text{ J/K}$$

Calcoliamo ora la variazione di entropia del ghiaccio

Il ghiaccio aumenta la sua temperatura da -10 a 0°C, subisce la transizione di fase e poi aumenta la temperatura fino a 15 °C.

$$\Delta S_{ghiaccio} = m_{ghiaccio} \cdot c_s(ghiaccio) \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + \frac{m_{ghiaccio}}{P_{mol}(H_2O)} \cdot \Delta H_{fus} + m_{ghiaccio} \cdot c_s(acqua) \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

$$\Delta S_{ghiaccio} = 1Kg \cdot 2220 \frac{J}{Kg K} \cdot \ln\left(\frac{273.15 K}{263.15 K}\right) + \frac{1000 g \cdot \frac{6000 J}{mol}}{18 \frac{g}{mol} \cdot 273.15 K} + 1Kg \cdot 4186 \frac{J}{Kg K} \cdot \ln\left(\frac{288.15 K}{273.15 K}\right) = 1.53 \cdot 10^3 \frac{J}{K}$$

Infine

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_{lago} + \Delta S_{ghiaccio} = -1.45 \cdot 10^3 \frac{J}{K} + 1.53 \cdot 10^3 \frac{J}{K} = 80 \frac{J}{K}$$

Un cubetto di ghiaccio di massa  $m_0$  alla temperatura di  $0^\circ\text{C}$  viene immerso in una massa d'acqua  $m_1$  di  $0.1\text{ Kg}$  alla temperatura di  $27^\circ\text{C}$ , posta in un thermos di capacità termica trascurabile. Determinare la massima quantità di ghiaccio che può essere sciolta e la variazione di entropia del sistema. ( $\Delta H_{fus,m} = 6\text{ kJ/mol}$ ;  $c_s(\text{ghiaccio}) = 2220\text{ J/(Kg K)}$ ;  $c_s(\text{acqua}) = 4186\text{ J/(Kg K)}$ ;  $P_{mol}(\text{H}_2\text{O}) = 18\text{ g/mol}$ ).

Il calore assorbito dal ghiaccio raffredda la massa d'acqua. La quantità massima di ghiaccio è quella che porta la soluzione ad avere una temperatura finale di  $0^\circ\text{C}$

$$q_{acqua} = -q_{ghiaccio}$$

$$m_1 \cdot c_s(\text{acqua}) \cdot (T_f - T_i) = - \left( \left( \frac{m_0}{P_{Mol}} \right) \cdot \Delta H_{fus,m} + m_0 \cdot c_s(\text{ghiaccio}) \cdot (T_f - T_i) \right)$$

$$0.1\text{ Kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} \cdot (273.15\text{ K} - 300.15\text{ K}) = - \left( \left( \frac{m_0\text{ g}}{18\text{ g/mol}} \right) \cdot 6000 \frac{\text{J}}{\text{mol}} + \frac{m_0}{1000} \cdot 2220 \frac{\text{J}}{\text{Kg mol}} \cdot (273.15\text{ K} - 273.15\text{ K}) \right)$$

$$m_0 = 34\text{ g}$$

Variazione entropia del sistema

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_{acqua} + \Delta S_{ghiaccio} = m_1 \cdot c_s(\text{acqua}) \cdot \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right) + \frac{\left( \frac{m_0}{P_{mol}} \right) \cdot \Delta H_{fus,m}}{T_f}$$

$$\Delta S_{sist} = 0.1\text{ Kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} \cdot \ln \left( \frac{273.15\text{ K}}{300.15\text{ K}} \right) + \frac{\left( \frac{34\text{ g}}{18\frac{\text{g}}{\text{mol}}} \right) \cdot 6000 \frac{\text{J}}{\text{mol}}}{273.15\text{ K}} = 2\text{ J/K}$$

Determinare la molarità di una soluzione che in 1500 mL contiene 20 g di NaOH. ( $P_{\text{mol}}(\text{NaOH}) = 40 \text{ g/mol}$ )

Calcolo il numero di moli di NaOH

$$n_{\text{NaOH}} = \frac{20 \text{ g}}{40 \text{ g/mol}} = 0.5 \text{ mol}$$

Calcolo la molarità della soluzione (mol/L)

$$[\text{NaOH}] = \frac{\text{mol}_{\text{NaOH}}}{V_{\text{soluzione}}(L)} = \frac{0.5 \text{ mol}}{1.5 \text{ L}} = 0.33 \text{ M}$$

Calcolare quanti grammi di  $\text{HNO}_3$  ( $P_{\text{mol}} = 63 \text{ g/mol}$ ) sono disciolti in  $5.0 \text{ dm}^3$  di una soluzione  $1.55 \cdot 10^{-2} \text{ M}$  dell'acido.

Volume soluzione

$$5.0 \text{ dm}^3 \cdot \frac{1 \text{ L}}{1 \text{ dm}^3} = 5.0 \text{ L}$$

Moli di  $\text{HNO}_3$  contenute nella soluzione

$$mol_{\text{HNO}_3} = M \cdot L = \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot L = 1.55 \cdot 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 5 \text{ L} = 0.078 \text{ mol}$$

Massa di  $\text{HNO}_3$

$$m_{\text{HNO}_3} = mol_{\text{HNO}_3} \cdot P_{\text{mol}} = 0.078 \text{ mol} \cdot 63 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 4.9 \text{ g}$$