

# Geometria 1 per Matematica e IADA

## Foglio di esercizi 5

10 novembre 2020

1) Sia

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix} \in M_{2,3}(\mathbb{Q}).$$

Calcolare  $L_A(x, y, z)$ , e determinare una base per  $\ker L_A$  e una base per  $\text{im } L_A$ .

2) Sia

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Q}).$$

Calcolare  $(L_B \circ L_A)(x_1, x_2, x_3)$  e determinare rango e nullità di  $L_B \circ L_A$ , con  $A$  la matrice dell'esercizio precedente. Dire se  $B$  è invertibile.

3) Calcolare i prodotti  $M \cdot T$  e  $T \cdot M$  dove

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Le matrici ottenute sono invertibili?

4) Sia  $F: \mathbb{R}[X]_3 \rightarrow \mathbb{R}[X]_3$  l'applicazione definita da  $F(p) = p(X - 1)$ . Dimostrare che  $F$  è un isomorfismo e determinarne la matrice rispetto alla base  $(1, X, X^2, X^3)$  (sia nel dominio che nel codominio). Determinare  $F^{-1}$ .  $\mathbb{K}[X]_n$  denota lo spazio dei polinomi di grado  $\leq n$ .