

Geometria 1 per Matematica e IADA

Foglio di esercizi 6

13 novembre 2020

- 1) Trovare esempi di matrici $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ tali che $\text{rg}(AB) < \min(\text{rg}(A), \text{rg}(B))$, per ogni $n > 1$.
- 2) Sia $f: V \rightarrow W$ un'applicazione lineare, con V e W \mathbb{K} -spazi vettoriali di dimensione finita. Dimostrare che se $U \subset W$ è un sottospazio vettoriale, allora $\tilde{U} = f^{-1}(U) \subset V$ è un sottospazio vettoriale. Supponendo f suriettiva, esprimere $\dim \tilde{U}$ in termini di $\dim U$ e $\text{null } f$. Bonus: cosa si può dire se f non è suriettiva?
- 3) Scrivere in forma matriciale e risolvere i seguenti sistemi su \mathbb{R} , determinando anche la giacitura e la dimensione dello spazio delle soluzioni:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - 5y + z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -5x + 2y + z = 0 \\ 4x - y - 3z = 1 \\ x + y + z = -2 \\ 3x - 4y + 5z = 4. \end{cases}$$