Testo [Q0001] [2★ 3⌛] Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di ferro di $\Delta T = 50\,K$ sapendo che ha una massa $m = 10\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 300\,K$? Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800\,K$ sarebbe servita più energia? *[rispondi indicando anche il perchè]*

Spiegazione Inizialmente abbiamo un oggetto di ferro di una certa massa e che si trova ad una certa temperatura. Gradualmente gli forniamo del calore e vogliamo che aumenti la sua temperatura. Innanzi tutto dobiamo chiederci quali siano i fenomeni fisici che accadono in questa situazione. Visto che l'oggetto dovrà passare da una temperatura iniziale $T_i = 300\,K$ ad una finale $T_f = 350\,K$ noi siamo sicuri che l'oggetto si trova allo stato solido e che non subisce alcuna transizione di fase. La temperatura di fusione del ferro è infatti $T_{fus} = 1808\,K$, molto più alta delle temperature assunte dall'oggetto. L'unico fenomeno che avviene è quindi il riscaldamento dell'oggetto.

Svolgimento

$$\Delta Q = c_s\, m\, \Delta T = 440\frac{J}{kg\,K}\,10kg\,50K = 220\,kJ$$

Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800\,K$ allora sarebbe avvenuta anche una transizione di fase e ci sarebbe voluta molta più energia.

Testo [Q0002] [1★ 2⌛] Quale potenza ha un fornelletto che sta scaldando una massa $m = 5\,kg$ di acqua da un tempo $\Delta t = 60\,s$ facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 50\,K$, sapendo che quell'acqua si trovava inizialmente alla temperatura $T_i = 20°C$?

Spiegazione Inizialmente abbiamo una certa massa di acqua che si trova ad una certa temperatura. Gradualmente gli forniamo del calore e vediamo che aumenta la sua temperatura. Innanzi tutto dobiamo chiederci quali siano i fenomeni fisici che accadono in questa situazione. Visto che l'oggetto è passato da una temperatura iniziale $T_i = 20°C$ ad una finale $T_i = 70°C$ noi siamo sicuri che l'acqua si trova allo stato liquido e che non subisce alcuna transizione di fase. Le temperature di fusione e di ebollizione dell'acqua sono infatti ruspettivamente $T_{fus} = 0°C$ e $T_{eb} = 100°C$. L'unico fenomeno che avviene è quindi il riscaldamento dell'oggetto.

Svolgimento Il calore fornito all'acqua dal fornelletto è dato da

$$\Delta Q = P\,\Delta t$$

; con i dati del problema possiamo anche dire che

$$\Delta Q = c_s\, m\, \Delta T$$

da cui

$$P = \frac{c_s\, m\, \Delta T}{\Delta t}$$

$$P = \frac{4186\frac{J}{kg\,K}\,5kg\,50K}{60s} = 17\,kW$$

Testo *[Q0003]* [2★ 2⧗] Quanta energia serve per innalzare la temperatura di $m = 10\,kg$ di acqua dal valore iniziale $T_i = 80\,°C$ fino al valore finale $T_f = 130\,°C$?

Spiegazione Per aumentare la temperatura di un materiale è necessario fornirgli del calore. Daremo quindi del calore per portare inizialmente l'acqua fino alla temperatura $T_{eb} = 100\,°C$ alla quale l'acqua comincia a bollire. Continuiamo a fornire calore e l'acqua rimarrà alla stessa temperatura fino a quando si sarà trasformata tutta in vapore acqueo. Fornendo ulteriore calore possiamo finalmente innalzare la temperatura dell'acqua fino alla temperatura finale $T_f = 130\,°C$.

Svolgimento La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'acqua da $T_i = 80\,°C$ fino alla temperatura di ebollizione $T_{eb} = 100\,°C$ vale

$$\Delta Q_1 = c_s \cdot m \cdot \Delta T = 4186\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 10\,kg \cdot 20\,K = 837,2\,kJ$$

La quantità di energia necessaria per far bollire completamente l'acqua vale

$$\Delta Q_2 = Q_{lat-eb} \cdot m = 2272\,\frac{kJ}{kg} \cdot 10\,kg = 22720\,kJ$$

La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'acqua da $T_{eb} = 100\,°C$ fino a $T_f = 130\,°C$ vale

$$\Delta Q_3 = c_s \cdot m \cdot \Delta T = 4186\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 10\,kg \cdot 30\,K = 1255,8\,kJ$$

La quantità totale di energia che bisogna quindi fornire all'acqua è

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 = 24813\,kJ$$

Testo *[Q0004]* [1★ 2⧗] Due sbarre di eguale lunghezza $l_i = 3\,m$, una di ferro e l'altra di alluminio, vengono scaldate di $\Delta T = 50\,K$. Ammettendo che nessuna delle due raggiunga il punto di fusione, di quanto una risulterà più lunga dell'altra?

Spiegazione Il fenomeno fisico descritto da questo esercizio è quello della dilatazione termica lineare. Entrambe le sbarre si allungano in quanto aumenta la loro temperatura, ma essendo di materiali differenti, una si allungherà più dell'altra.

Svolgimento La prima sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Fe} = \lambda_{Fe} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot 50\,K = 18 \cdot 10^{-4}\,m = 1,8\,mm$$

La seconda sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Al} = \lambda_{Al} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Al} = 25 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot 50\,K = 37,5 \cdot 10^{-4}\,m = 3,75\,mm$$

La differenza di lunghezza tra le due sbarre sarà quindi

$$d = \Delta l_{Al} - \Delta l_{Fe} = 1,95\,mm$$

Testo *[Q0005]* [2★ 3⌛] Una sbarra di ferro di massa $m = 15\,kg$, lunga $l_i = 3\,m$ alla temperatura $T_i = 1600\,K$ viene immersa in una vasca riempita con una massa $m_{H_2O} = 100\,kg$ d'acqua alla temperatura $T_{H_2O} = 300\,K$. Di quanto si accorcia la sbarra?

Spiegazione Il fenomeno fisico di cui tratta l'esercizio è la dilatazione termica lineare. In questo caso la variazione di temperatura della sbarra avviene in quanto essa è stata immersa nell'acqua e raggiunge con essa l'equilibrio termico.

Svolgimento La temperatura di equilibrio raggiunta tra acqua e ferro vale

$$T_{eq} = \frac{cs_{Fe} m_{Fe} T_{i-Fe} + cs_{H_2O} m_{H_2O} T_{i-H_2O}}{cs_{Fe} m_{Fe} + cs_{H_2O} m_{H_2O}}$$

$$T_{eq} = \frac{136140000\,J}{425200\,\frac{J}{K}} = 320,18\,K$$

L'acqua si scalda quindi di $\Delta T_{H_2O} = 20,18\,K$ e non inizia a bollire.
Il ferro si raffredda di $\Delta T_{Fe} = -279,82\,K$
La sbarra si accorcia quindi di

$$\Delta l_{Fe} = \lambda_{Fe} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot (-279,82\,K) = -10,1 \cdot 10^{-3}\,m = -10,1\,mm$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un oggetto di ferro di massa $m_1 = 20\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{1i} = 300\,K$, un oggetto di argento di massa $m_2 = 10\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{2i} = 350\,K$ ed un oggetto d'oro di massa $m_3 = 1\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{3i} = 325\,K$ vengono messi a contatto. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i tre oggetti?
   [$T_{eq} = 310,6\,K$]

Testo *[Q0006]* [3★ 4⌛] Ad un oggetto di ferro di massa $m = 2kg$, alla temperatura iniziale $T_i = 600\,K$ vengono forniti $\Delta Q_{tot} = 2000\,kJ$ di calore. Quanti kilogrammi di ferro riesco a fare fondere?

Spiegazione Il ferro alla temperatura iniziale indicata nel problema è solido. Fornendogli calore l'oggetto comincerà a scaldarsi, se arriva alla temperatura di fusione allora l'oggetto comincierà a fondere.

Svolgimento Il ferro fonde alla temperatura $T_{fus} = 1808\,K$. L'energia necessaria per scaldare l'oggetto dalla temperatura iniziale fino alla temperatura di fusione vale:

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta T = c_s m (T_{fus} - T_i)$$

$$\Delta Q_1 = 440\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 2\,kg \cdot 1208\,K = 1063040\,J = 1063,04\,J$$

L'energia fornita complessivamente è molto maggiore, quindi avanza del calore che verrà utilizzato per far fondere il ferro. Nel complesso avanzano

$$\Delta Q_2 = \Delta Q_{tot} - \Delta Q_1 = 936,96\,kJ$$

Utilizzando la legge della transizione di fase, con questa quantità di calore è possibile calcolare quanta massa di ferro è possibile far fondere.

$$m_f = \frac{\Delta Q_2}{Q_{lat-fus}} = \frac{936,96\,kJ}{247,2\,\frac{kJ}{kg}} = 3,79\,kg$$

Tutto il ferro a disposizione viene quindi fuso, in quanto con l'energia a disposizione saremmo in grado di fondere molto più dei $2\,kg$ di ferro a disposizione.

Testo *[Q0007]* [1★ 1⌛] Un blocco di ferro solido di massa $m = 50\,kg$ si trova alla temperatura di fusione. Quanto calore devo fornire se voglio fondere una percentuale $p = 10\%$ del blocco di ferro?

Spiegazione Visto che il blocco di ferro si trova già alla temperatura di fusione, tutto il calore che forniamo serve per fondere del ferro.

Svolgimento La quantità di ferro che vogliamo fondere è

$$m_f = m \cdot p = 50\,kg \cdot 0,1 = 5\,kg$$

La quantità di calore necessaria per fonderlo vale

$$\Delta Q = Q_{lat-fus} \cdot m_f = 247,2\,\frac{kJ}{kg} \cdot 5\,kg = 1236\,kJ$$

Testo *[Q0008]* [3★ 2⌛] Di quanto devo scaldare una sbarra di alluminio di lunghezza iniziale $l_{Al-i} = 2000\,mm$ ed una sbarra di ferro di lunghezza iniziale $l_{Fe-i} = 2001\,mm$ affinchè raggiungano la stessa lunghezza?

Spiegazione Ammettendo che le due sbarre, scaldandosi, non fondano, entrambe si dilatano aumentando la loro lunghezza. L'alluminio si dilata più di quanto faccia il ferro; quindi è possibile che le due sbarre abbiano alla fine la stessa lunghezza. Il punto chiave del problema è che l'aumento di temperatura delle due sbarre è lo stesso (probabilmente sono state messe nello stesso forno).

Svolgimento Per prima cosa chiamiamo x la differenza di lunghezza delle due sbarre; quindi $x = l_{Fe} - l_{Al}$

Visto che le lunghezze finali delle due sbarre devono essere uguali, allora

$$l_{Al-f} = l_{Fe-f}$$

$$\Delta l_{Al} = \Delta l_{Fe} + x$$

$$\lambda_{Al} l_{Al-i} \Delta T = \lambda_{Fe} l_{Fe-i} \Delta T + x$$

$$(\lambda_{Al} l_{Al-i} - \lambda_{Fe} l_{Fe-i})\,\Delta T = x$$

$$\Delta T = \frac{x}{\lambda_{Al} l_{Al-i} - \lambda_{Fe} l_{Fe-i}} = 38,5\,K$$

Esercizi concettualmente identici

1. Una sbarra di rame e una d'oro lunghe entrambe $l_i = 50\,cm$ si trovano in uno stretto contenitore lungo $l_c = 100.01\,cm$. Di quanto posso scaldare al massimo le due sbarre?
   [$\Delta t = 6,45\,K$]

Testo *[Q0009]* [2★ 2⌛] Quanta energia mi serve per portare una massa $m = 5\,kg$ di ferro dalla temperatura $T_i = 2000\,°C$ alla temperatura $T_f = 4000\,°C$?

Spiegazione Per scaldare una massa di ferro è necessario fornire del calore. Considerando le temperature in gioco, la massa di ferro all'inizio è liquida, alla fine è gassosa; per questo motivo, olytre a fornire l'energia per scaldare, bisogna anche fornire l'energia per fare bollire il ferro.

Svolgimento La temperatura di ebollizione del ferro è $T_{eb} = 3273\,K$; quella di fusione è $T_{fus} = 1808\,K$.

Il calore necessario per portare il ferro alla temperatura di ebollizione è

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta t = c_s m\,(T_{eb} - T_i)$$

$$\Delta Q_1 = 440\,\frac{J}{kgK} \cdot 5\,kg \cdot 1273\,K = 2800600\,J = 2800,6\,kJ$$

Il calore necessario per far bollire quel ferro è

$$\Delta Q_{eb} = Q_{lat} m = 6262\,\frac{kJ}{kg} \cdot 5\,kg = 31310\,kJ$$

Il calore necessario per arrivare adesso alla temperatura finale è

$$\Delta Q_2 = c_s m \Delta t = c_s m\,(T_f - T_{eb})$$

$$\Delta Q_2 = 440\,\frac{J}{kgK} \cdot 5\,kg \cdot 727\,K = 1599400\,J = 1599,4\,kJ$$

Il calore totale che bisogna fornire è quindi

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_{eb} + \Delta Q_2 = 35710\,kJ$$

1. Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di piombo fino alla temperatura $T_f = 4000\,K$ sapendo che ha una massa $m = 2\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 30\,K$?
   [$\Delta Q = 2787060\,J$]

Testo *[Q0012]* [1★ 2⌛] In quanto tempo un forno della potenza $P = 500\,W$ può far aumentare di $\Delta T = 20\,K$ la temperatura di una massa $m = 20\,kg$ di acqua?

Spiegazione In questo problema, ammettendo che non avvenga alcuna trasformazione di fase durante il riscaldamento, l'unico fenomeno che accade è il riscaldamento dell'acqua. Il calore che serve a scaldare quell'acqua viene dato in un certo intervallo di tempo dal forno. L'intervallo di tempo sarà tanto più piccolo quanto più potente è il forno.

Svolgimento Il calore necessario per scaldare l'acqua è

$$\Delta Q = c_s m \Delta T$$

Tale calore viene dato dal forno di potenza

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

quindi

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{c_s m \Delta T}{P}$$

$$\Delta t = \frac{4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 20\,kg \cdot 20\,K}{500\,W} = 3348,8\,s$$

Testo *[Q0016]* [2★ 2⌛] Un fornelletto di potenza $P = 1000\,W$ sta scaldando una massa $m = 5\,kg$ di acqua facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 45\,K$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Il fornello fornisce calore all'acqua, la quale, dice il testo, non subisce alcuna transizione di fase. Stabilito quanto calore è necessario, tanto più il fornello è potente, tanto meno tempo ci impiega.

Svolgimento Il calore necessario vale

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK}\cdot 5\,kg\cdot 45\,K = 941850\,J$$

Il tempo impiegato dal fornello vale

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{941850\,J}{1000\,W} = 941,85\,s$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un fornelletto di potenza $P = 1000\,W$ sta scaldando una massa di acqua facendone aumentare la temperatura di $\Delta t = 45\,K$ in un tempo $\Delta t = 30\,s$. Quanta massa di acqua sta scaldando?
2. Un fornelletto di potenza $P = 1000\,W$ sta scaldando una massa $m = 5\,kg$ di acqua da un tempo $\Delta t = 60\,s$. Di quanto aumenta la temperatura dell'acqua?
3. Di quanto aumenta la temperatura di $m = 10\,kg$ di piombo che si trovano inizialmente alla temperatura $T_i = 350\,K$, se vengono messi in un forno di potenza $P = 1000\,W$ per un tempo $\Delta t = 2\,min$?

Testo *[Q0017]* [3★ 2⌛] Ad una sbarra di ferro di massa $m = 50\,kg$ alla temperatura $T_i = 1500\,K$ forniamo $\Delta Q = 12000\,kJ$ di energia. Quanti kilogrammi di ferro riusciamo a far fondere?

Spiegazione Alla temperatura a cui si trova il ferro, il calore che diamo serve per far scaldare quel ferro. Raggiunta la temperatura di fusione, il calore che avanza verrà utilizzato per far fondere parte del ferro.

Svolgimento Il calore necessario a scaldare la sbarra fino alla temperatura di fusione del ferro è

$$\Delta Q_{ris} = c_s m \Delta t = c_s m\,(T_{fus} - T_i)$$
$$\Delta Q_{ris} = 440\,\frac{J}{kg\,K}\cdot 50\,kg\cdot(1808\,K - 1500\,K) = 6776\,kJ$$

Avanzano per la fusione

$$\Delta Q_{fus} = \Delta Q - \Delta Q_{ris} = 12000\,kJ - 6776\,kJ = 5224\,kJ$$

Questo calore fa fondere una certa massa di ferro

$$m_{fus} = \frac{\Delta Q_{fus}}{Q_{lat-fus}} = \frac{5224\,kJ}{247,2\,\frac{kJ}{kg}} = 21,13\,kg$$

Esercizi concettualmente identici

1. Ad un blocco di ghiaccio di massa $m = 10\,kg$ alla temperatura iniziale $T_i = -10°C$ fornisco una quantità di calore $\Delta Q = 500\,kJ$. Quanto ghiaccio riesco a far sciogliere?

Problema di: Calorimetria - $Q0023$

Testo *[Q0023]* [1 2] Un oggetto di ferro alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350\,K$ viene messo a contatto con un oggetto di rame alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300\,K$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti, sapendo che hanno la stessa massa?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare. Teniamo comunque presente che le masse dei due oggetti sono uguali.

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula:

$$T_{eq} = \frac{c_{s1} m T_{i1} + c_{s2} m T_{i2}}{c_{s1} m + c_{s2} m}$$

Avendo i due oggetti la stessa massa, tale grandezza è stata indicata con la stessa lettera per i due oggetti in modo da raccogliere a fattor comune.

$$T_{eq} = \frac{m\,(c_{s1} T_{i1} + cs2 T_{i2})}{m\,(c_{s1} + c_{s2})}$$

Adesso possiamo semplificare i calori specifici.

$$T_{eq} = \frac{c_{s1} T_{i1} + c_{s2} T_{i2}}{c_{s1} + c_{s2}} = \frac{440\,\frac{J}{kg\cdot K} \cdot 350\,K + 380\,\frac{J}{kg\cdot K} \cdot 300\,K}{820\,\frac{J}{kg\cdot K}} = 326,8\,K$$

Testo *[T0007]* [2 2] Durante una trasformazione isocora, un gas alla pressione iniziale $P_i = 25000\,Pa$ passa da una temperatura $T_i = 380\,K$ ad una temperatura $T_f = 450\,K$; quale pressione P_f ha raggiunto?

Spiegazione Abbiamo un gas che compie una trasformazione isocora durante la quale aumenta la temperatura. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio.

Svolgimento La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isocora, non facciamo differenza tra volume iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V = NKT_f \\ P_i V = NKT_i \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione dividendo le due equazioni del sistema:

$$\frac{P_f V}{P_i V} = \frac{NKT_f}{NKT_i}$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

ed infine

$$P_f = \frac{P_i T_f}{T_i} = \frac{25000\,Pa \cdot 450\,K}{380\,K} = 29605\,Pa$$

Testo *[T0008]* [2★ 2⌛] Durante una trasformazione isoterma, un gas alla pressione iniziale $P_i = 25000\,Pa$ passa da un volume $V_i = 10\,cm^3$ ad un volume $V_f = 20\,cm^3$; quale pressione P_f ha raggiunto?

Spiegazione Abbiamo un gas che compie una trasformazione isoterma durante la quale aumenta il volume. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio.

Svolgimento La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isoterma, non facciamo differenza tra temperatura iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione con il metodo di sostituzione:

$$P_f V_f = P_i V_i$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$P_f = \frac{P_i V_i}{V_f} = \frac{25000\,Pa \cdot 10\,cm^3}{20\,cm^3} = 12500\,Pa$$