ESERCIZIO 6.7

Secondo un accordo sindacale, il reddito medio per tutti i lavoratori di profilo senior della linea di assemblaggio di una grande azienda deve essere pari a 500$ alla settimana. Una rappresentante di un gruppo di donne decide di analizzare se il reddito medio μ delle lavoratrici è conforme a questo accordo. Per un campione casuale di cento donne occupate sono stati ottenuti i valori, $\bar{x}$ = 475$ e s = 60$.

a) Verifica se il reddito medio delle donne occupate è inferiore a 500$ alla settimana. Esplicita le ipotesi, calcola il test e il P-valore. Prendi una decisione per α = 0.05 e interpreta il risultato.

b) Riporta e interpreta il P-valore per H_1: μ > 500.

RISOLUZIONE:

a)

Il problema mi chiede di verificare se il reddito delle donne occupate è **inferiore** a 500$ alla settimana.

Le ipotesi quindi sono: H_0: μ ≥ 500 vs H_1: μ < 500

Come secondo passo calcolo la statistica test z associata alla media campionaria.

La formula è: $\boldsymbol{z} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{se_0}$; dove $\boldsymbol{\mu_0}$ è la media assunta sotto l'ipotesi nulla e dove $\mathbf{se_0}$ è l'errore standard della distribuzione assunta sotto l'ipotesi nulla. $\boldsymbol{se_0} = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

Quindi: $\boldsymbol{se_0} = \frac{60}{\sqrt{100}}$ **= 6.**

Quindi: $\boldsymbol{z} = \frac{475-500}{6}$ **= - 4.167.**

Adesso che ho trovato la statistica test cerco, sulla tavola z a pag. 286 del libro di Luccio, la probabilità associata a un punto z di -4.167. Questa probabilità corrisponde al suo **p-valore**. Vedo che per uno z-score di 3.99 la probabilità è inferiore a 0.0000, quindi per -4.167 è ancora inferiore.

Quindi: **p-valore = 0.0000…**

L'interpretazione del **p-valore** è: Sotto l'assunzione della veridicità dell'ipotesi nulla, la probabilità di ottenere per caso una media pari a 475$ o inferiore è uguale a 0.0000….

Per prendere una decisione con un livello di significatività α = 0.05 confronto il **p-valore** che ho ottenuto e vedo se è inferiore ad α.

0.0000… < 0.05. Essendo il p-valore inferiore rifiuto l'ipotesi nulla.

Quindi il risultato ottenuto mi dice che ho forti evidenze per ritenere che il reddito medio delle lavoratrici non sia pari a 500$ ma che sia invece inferiore.

b)

Per ricavare il **p-valore** relativo all'ipotesi H_1: μ > 500 mi basta calcolare 1 - il p-valore ottenuto al punto **a)**. Infatti, rispondere a questa ipotesi alternativa corrisponde a guardare la probabilità sottesa alla distribuzione a partire dallo z-score -4.167 in poi invece che la probabilità sottesa prima di -4.167.

Quindi **p-valore$_2$ = 1 – 0.0000… ≈ 1.**

Ovvero, sotto l'assunzione di veridicità dell'ipotesi nulla, la probabilità di ottenere per caso una media pari a 475$ o superiore è circa uguale a 1.

ESERCIZIO 6.23

Jones e Smith conducono separatamente uno studio per verificare H_0: $\mu \leq 500$ contro H_1: $\mu > 500$, ciascuno con n = 1000. Jones ottiene $\bar{x} = 516.4$, con s = 316.23. Smith ottiene $\bar{x} = 516.5$, con s = 316.23.

a) Mostra che z = 1.64 e P-valore = 0.0505 per Jones e mostra che z = 1.65 e P-valore = 0.0495 per Smith.

b) Scegliendo $\alpha = 0.050$, indica per ciascun studio se il risultato è "statisticamente significativo".

RISOLUZIONE:

a)

Le ipotesi sono: H_0: $\mu \leq 500$ vs H_1: $\mu > 500$

Jones:

La formula per calcolare lo z-score è: $z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{se_0}$; dove μ_0 è la media assunta sotto l'ipotesi nulla e dove se_0 è l'errore standard della distribuzione assunta sotto l'ipotesi nulla. $se_0 = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

Quindi: $se_0 = \frac{316.23}{\sqrt{1000}}$ **= 10.**

Quindi: $z = \frac{516.4 - 500}{10}$ **= 1.64.**

Adesso che ho trovato la statistica test cerco, sulla tavola z a pag. 286 del libro di Luccio, la probabilità associata a un punto z di 1.64. Questa probabilità corrisponde al suo **p-valore**. Vedo che per uno z-score di 1.64 la probabilità è pari a 0.0505.

Quindi: **p-valore = 0.0505.**

Smith:

La formula per calcolare lo z-score è: $z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{se_0}$; dove μ_0 è la media assunta sotto l'ipotesi nulla e dove se_0 è l'errore standard della distribuzione assunta sotto l'ipotesi nulla. $se_0 = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

Quindi: $se_0 = \frac{316.23}{\sqrt{1000}}$ **= 10.**

Quindi: $z = \frac{516.5 - 500}{10}$ **= 1.65.**

Adesso che ho trovato la statistica test cerco, sulla tavola z a pag. 286 del libro di Luccio, la probabilità associata a un punto z di 1.65. Questa probabilità corrisponde al suo **p-valore**. Vedo che per uno z-score di 1.65 la probabilità è pari a 0.0495.

Quindi: **p-valore = 0.0495.**

b)

Un risultato è statisticamente significativo se il suo **p-valore** è inferiore al livello di significatività α prefissato. In questo caso $\alpha = 0.05$. Vedo che:

Per Jones: $0.0505 > 0.05$ Quindi NON è statisticamente significativo.

Per Smith: $0.0495 < 0.05$ Quindi è statisticamente significativo.