

Problema 3.27 Griffiths. MISURE IN SEQUENZA

L'operatore associato all'osservabile A, ha due autostati normalizzati ψ_1 e ψ_2 , con autovalori a_1 e a_2 . Anche l'operatore associato all'osservabile B ha due autostati normalizzati φ_1 e φ_2 con relativi autovalori b_1 e b_2 . Gli autostati sono legati dalle seguenti relazioni:

$$\psi_1 = \frac{(3\varphi_1 + 4\varphi_2)}{5}$$

$$\psi_2 = \frac{(4\varphi_1 - 3\varphi_2)}{5}$$

- (a) Viene misurata A e viene ottenuto il valore a_1 . Qual è lo stato del sistema dopo la misura?
La misura ha fatto collassare lo stato iniziale (che nemmeno conosciamo) in ψ_1 . Infatti, abbiamo ottenuto il relativo autovalore.

- (b) Se ora (cioè successivamente alla misura fatta al punto precedente) misuriamo B, quali sono i possibili risultati?

Il sistema si trova nello stato ψ_1 . La probabilità che misurando B io trovi b_n è data da:

$$\langle \varphi_n | \psi_1 \rangle = |c_n|^2$$

Overo dal modulo quadro del coefficiente relativo. Nel nostro caso avremo $\frac{9}{25}$ di probabilità di ottenere b_1 e $\frac{16}{25}$ di ottenere b_2

- (c) Ora misuriamo di nuovo A. Che probabilità ho di ottenere a_1 ?

Mi trovo ora in un autostato di B. Per dare la risposta devo innanzitutto esprimere gli autostati di A in base B... Volendo essere eleganti, possiamo scrivere le relazioni che legano gli stati del testo del problema in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ 4/5 & -3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$$

E, trovare la matrice inversa per scrivere le relazioni opposte. Nel caso specifico la matrice è autoinversa, cioè è l'inversa di sé stessa:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ 4/5 & -3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

Ora, la domanda del problema è mal posta.

Potrò avere a_1 come risultato con probabilità $9/25$ se al punto precedente avevo ottenuto b_1 e con probabilità $16/25$ se avevo ottenuto b_2 . Ma se faccio la misura al punto (b) senza guardare il risultato, allora la probabilità di ottenere a_1 alla fine sarà: $9/25 * 9/25 + 16/25 * 16/25 = 0.5392...$