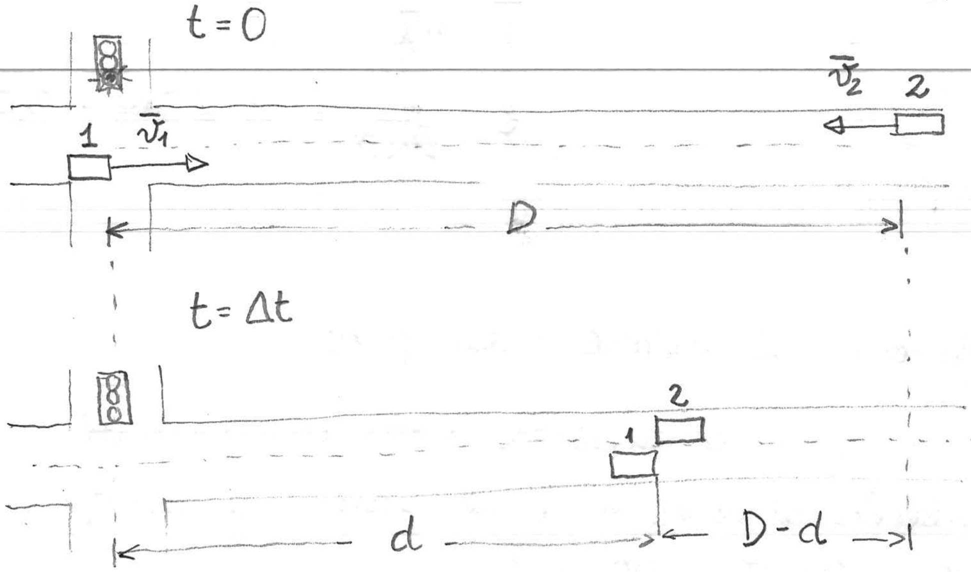
1



$v_1 = 70\ km/h$

$v_2 = 50\ km/h$

$D = 2{,}4\ km$

a) Come si vede nel disegno, nell'intervallo di tempo Δt:

→ l'automobile 1 ha percorso la distanza

$$d = v_1 \Delta t \qquad (I)$$

→ l'automobile 2 ha percorso la distanza

$$D - d = v_2 \Delta t \qquad (II)$$

Dal rapporto (I)/(II) si ha:

$$\frac{d}{D-d} = \frac{v_1}{v_2}$$

da cui:

$$d v_2 = (D-d) v_1$$

$$d(v_1 + v_2) = D v_1$$

$$d = \frac{v_1}{v_1+v_2} \cdot D = \frac{70\ \cancel{km/h}}{(50+70)\ \cancel{km/h}}\ 2{,}4\ km = \frac{7}{12}\ 2{,}4\ km = 1{,}4\ km$$

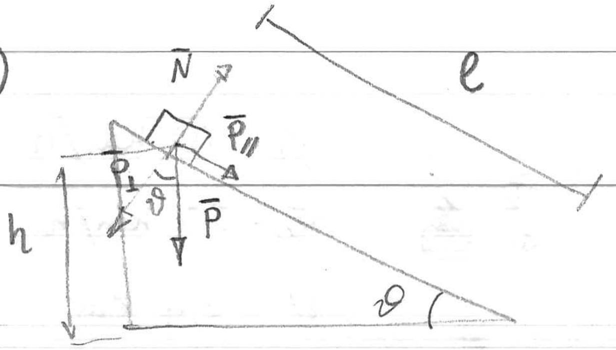
b) Dalla (I) si ottiene:

$$\Delta t = \frac{d}{v_1} = \frac{1{,}4\ km}{70\ km/h} = 0{,}02\ h = 72\ s$$

oppure analogamente dalla (II):

$$\Delta t = \frac{D-d}{v_2} = \frac{1{,}0\ km}{50\ km/h} = 0{,}02\ h = 72\ s$$

(2)



$\overline{P} = m\overline{g}$

$\ell = \frac{h}{sen\vartheta} = 2 \cdot 2{,}5\,m = 5{,}0\,m$

Il corpo è sottoposto all'azione delle forze:

- peso $\overline{P}$, che può essere scomposta nelle componenti $\overline{P}_{//}$ e $\overline{P}_{\perp}$, parallela ed ortogonale al piano inclinato, tali che:
$$P_{\perp} = P\cos\vartheta = mg\cos\vartheta$$
$$P_{//} = P\,sen\vartheta = mg\,sen\vartheta$$

- reazione vincolare normale $\overline{N}$, tale che $N = P_{\perp} = mg\cos\vartheta$

a) l'accelerazione del corpo si trova dalla II legge della dinamica, $\Sigma\overline{F} = m\overline{a}$.
Poiché $\overline{N}$ cancella esattamente $\overline{P}_{\perp}$, si ha $\Sigma\overline{F} = \overline{P}_{//}$, e quindi

$$\cancel{m}g\,sen\vartheta = \cancel{m}a$$
$$a = g\,sen\vartheta = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 4{,}9\,\frac{m}{s^2}$$

b) dalla cinematica, per il moto uniformemente accelerato, si ha:

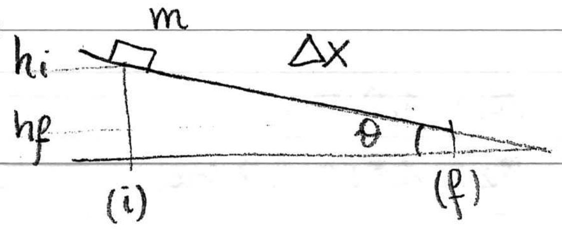
parte da fermo

$$v^2 = \cancel{v_0^2} + 2a\ell$$
$$v = \sqrt{2a \cdot \ell}$$
$$= \sqrt{2g\,\cancel{sen\vartheta} \cdot \frac{h}{\cancel{sen\vartheta}}} = \sqrt{2gh}$$

(formula generale che si ottiene anche da $\Delta U + \Delta K = 0$)

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}5\,m} = 7{,}0\,\frac{m}{s}$$

3



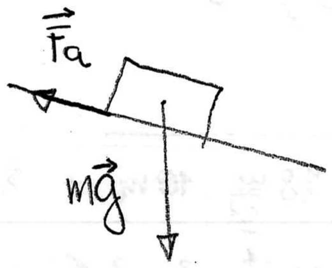
$$\Delta x = \frac{(h_i - h_f)}{\text{sen}\,\theta} = \frac{190\ m}{\text{sen}\,6°} = 1818\ m$$

$m = 1.58 \cdot 10^3\ kg$
$v_i = 45\ km/h = 12{,}5\ m/s$
$v_f = 80\ km/h = 22{,}2\ m/s$
$h_i = 1630\ m$
$h_f = 1440\ m$

a) $\Delta U = U_f - U_i = mgh_f - mgh_i = mg(h_f - h_i)$
$= 1.58 \cdot 10^3\,kg \;\; 9.8\,\frac{m}{s^2} \cdot (-190\ m) = -2.942 \cdot 10^6\ J$

b) $\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$
$= \frac{1}{2} \cdot 1.58 \cdot 10^3\ kg \cdot (22{,}2^2 - 12{,}5^2)\frac{m^2}{s^2}$
$= 2{,}667 \cdot 10^5\ J$

c) Le forze che compiono lavoro sull'autocarro durante la discesa sono la forza peso (conservativa) e la forza d'attrito $\vec{F_a}$ dovuta ai freni (dissipativa)



Per il teorema lavoro - energia.

$$\mathcal{L} = \Delta K = \underbrace{\mathcal{L}_g}_{\text{lavoro forza peso}} + \underbrace{\mathcal{L}_a}_{\text{lavoro attrito dei freni}} = -\Delta U + \mathcal{L}_a$$

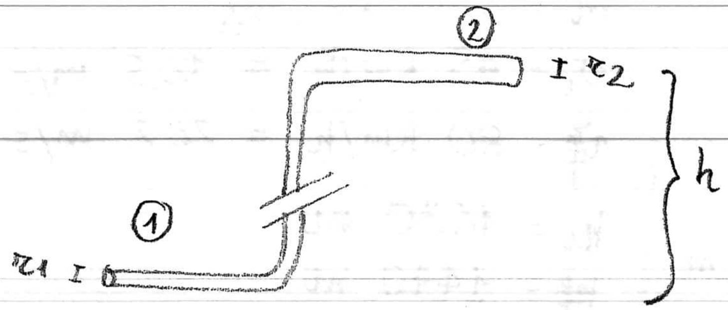
$$\mathcal{L}_a = \Delta K + \Delta U = (0{,}2667 - 2{,}942) \cdot 10^6\ J = -2{,}675 \cdot 10^6\ J$$

Per definizione di $\mathcal{L}_a$, considerando Fa sempre opposta al moto:

$$\mathcal{L}_a = -F_a \cdot \Delta x$$

$$F_a = \frac{-\mathcal{L}_a}{\Delta x} = \frac{2{,}675\ 10^6\ J}{1{,}818 \cdot 10^3\ m} = 1{,}47 \cdot 10^3\ N$$

4



$r_1 = 1{,}0$ cm

$r_2 = 2r_1 = 2{,}0$ cm

$h = 10$ m

Le ipotesi permettono di applicare il teorema di Bernoulli tra il punto 1 ed il punto 2:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Inoltre per la continuità del flusso:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$
$$v_1 \cancel{\pi} \cancel{r_1^2} = v_2 \cancel{\pi} r_2^2 = 4 v_2 \cancel{r_1^2}$$
$$v_1 = 4 v_2$$

Da cui:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\, 16 v_2^2 = p_2 + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Affinché $p_1 = p_2$ deve essere quindi:

$$\frac{1}{2}\rho\, 16 v_2^2 = \rho g h + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$
$$\frac{1}{2}\cancel{\rho}\, 15 v_2^2 = \cancel{\rho} g h$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{15} g h} = \sqrt{\frac{2}{15}\, 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 10\,m} = 3{,}6 \text{ m/s}$$

Ed infine $Q = \pi r_2^2 v_2 = \pi\, 4{,}0 \cdot 10^{-4}\, m^2 \cdot 3{,}6\, m/s = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\, m^3/s$