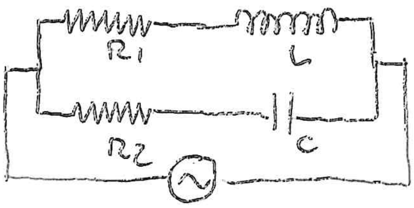
Università degli Studi di Trieste, A.A. 2020/2021
Laurea triennale in Ingegneria
Fisica generale II – Primo Appello 20.01.2021 – Compito A

Cognome ____________________ Nome ____________________ C.d.S. ____________________

Figura 1



Problema 1

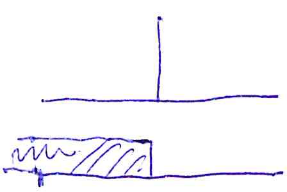
Un dielettrico di costante relativa $k = 2.67$ e spessore $d = 2.0\ mm$ viene parzialmente inserito in un condensatore quadrato di spessore $D = 5.0\ mm$ e lato $L = 8.0\ cm$. Il condensatore viene mantenuto ad una differenza di potenziale $V_0 = 200\ V$.

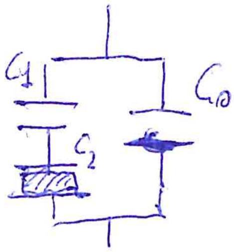
1. Calcolare la capacità del condensatore nel momento in cui il dielettrico è penetrato per metà della lunghezza del condensatore.

$C_0 = \varepsilon_0 \frac{L^2}{2D}$

$C_1 = \varepsilon_0 \frac{L^2}{2(D-d)}$

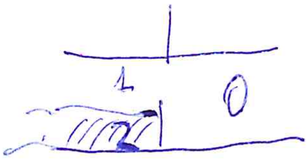
$C_2 = \varepsilon_0 k \frac{L^2}{2d}$





$C = C_0 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \varepsilon_0 \frac{L^2}{2D} + \varepsilon_0 \frac{L^2}{2} \frac{K}{d + KD - Kd} = 13.2\ pF$

2. Calcolare il campo elettrico nelle parti vuote e all'interno del dielettrico.



$E_0 = \frac{V_0}{D} = 4.0 \times 10^4\ V/m$

$E_1 (D-d) + E_2 d = V_0$

$E_2 = \frac{E_1}{K}$

$E_1 (D-d) + E_1 \frac{d}{K} = V_0$

$E_1 = \frac{V_0 K}{KD - Kd + d}$

$E_2 = \frac{V_0}{KD - Kd + d}$

3. Determinare la forza (modulo, direzione e verso) a cui è sottoposto il dielettrico.

$F = \frac{V^2}{2} \frac{d L \varepsilon_0 (K-1)}{D(d - Kd + KD)}$

Problema 2

Un cavo cilindrico coassiale lungo $l = 4.0\ m$ è composto da un conduttore interno di raggio $R_1 = 0.7\ mm$ e da una guaina cilindrica conduttrice esterna di raggio $R_2 = 4.0\ mm$ e spessa $d = 0.2\ mm$. La resistività del materiale conduttore è $1.68 \times 10^{-8}\ \Omega m$.

1. Determinare la resistenza del cavo coassiale

$R = R_A + R_B$

$R_A = \frac{\rho l}{\pi R_1^2}$

$R_B = \frac{\rho l}{2\pi R_2 d + \underbrace{(\pi d^2)}_{\simeq 0}}$

$R_A = 0.043\ \Omega$

$R_B = 0.013\ \Omega$

$R = 0.056\ \Omega$

2. Determinare l'induttanza del cavo coassiale (suggerimento: partire dal calcolo dell'energia magnetica immagazzinata tra i conduttori)

$$u = \frac{1}{2}\frac{B^2(r)}{\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \qquad U = \int u\, dV = \int_{R_1}^{R_2} u(r)\, \ell\, 2\pi r\, dr = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{1}{2} L I^2$$

$$L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \qquad L = 1.3 \times 10^{6}\, H$$

Il cavo coassiale viene connesso ad un generatore di corrente alternata della forma $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$, con $\omega = 300\ rad/s$.

3. Determinare il modulo dell'impedenza del cavo trascurando il suo potere capacitivo.

$$Z = R + i\omega L$$
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 0.056\, \Omega$$

Problema 3

Un circuito disposto come in Figura 1 è alimentato da un generatore di corrente alternata con potenziale efficace $V_{eff} = 125\ V$ e frequenza $f = 50\ Hz$. Gli elementi circuitali hanno i seguenti valori: $R_1 = 3.0\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $C = 0.6\ \mu F$, $L = 10\ mH$.

1. Determinare le impedenze (parte reale ed immaginaria) delle due maglie del circuito

$$Z_1 = R_1 + i\omega L = (3.0 + i\, 3.14)\, \Omega$$
$$Z_2 = R_2 - \frac{i}{\omega C} = (10 - i\, 5300)\, \Omega$$

2. Determinare l'impedenza totale del circuito e l'angolo di sfasamento tra corrente e potenziale

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(R_1 + iX_L)(R_2 - iX_C)}{(R_1 + iX_L) + (R_2 - iX_L)} \qquad \mathrm{Im}\, Z = \frac{X_L(R_2^2 + X_C^2) - X_C(R_1^2 + X_L^2)}{(R_1+R_2)^2 + (X_L - X_C)^2} = 3.14\, \Omega$$

$$\mathrm{Re}\, Z = \frac{R_2(R_1^2 + X_L^2) + R_1(R_2^2 + X_C^2)}{(R_1+R_2)^2 + (X_L - X_C)^2} \simeq 3\, \Omega$$

$$\phi = 46^\circ$$

3. Determinare la corrente massima che fuoriesce dal generatore.

$$|Z| = 4.3\, \Omega$$

$$I_{max} = \sqrt{2}\, \frac{V_{eff}}{|Z|} = 41\ A$$