

Matematica per l'economia e la statistica – Corso progredito
Appello del 20/05/2019

1. (a) (3 punti) Si rappresenti il dominio e il segno della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 16}{|y^2 - x^2|} \ln(x + y)$$

- (b) (3 punti) Si studino i limiti di f in $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(1/2, 1/2)$.
(c) (2 punti) Si provi che f non ha punti di minimo assoluto.
2. (a) (3 punti) Siano $f, g: D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, (x_0, y_0) interno a D . Si dimostri che se f e g sono entrambe derivabili parzialmente rispetto a x in (x_0, y_0) , allora lo è anche $f + g$.
(b) (3 punti) Si verifichi che la funzione $f(x, y) = |x| + |y|$ è derivabile parzialmente rispetto a x e rispetto a y in $(0, 1)$.
3. (a) (3 punti) Si studi il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

- (b) (3 punti) Si determini la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{2^n}$$

4. (a) (3 punti) Si calcoli l'area della regione del piano delimitata dalle curve di equazione $y = 1 - x^2$ e $y = x^2 - 3$.
(b) (2 punti) Si dia la definizione di insieme misurabile secondo Peano–Jordan.
5. (a) (3 punti) Si determinino i punti di massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x^2 + y^2)$$

nell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

- (b) (2 punti) Si dia la definizione di funzione convessa.