Chapter 1

Analisi cinematica di accelerazione per meccanismi articolati piani

1.1 L'equazione di chiusura delle accelerazioni

ANALISI DI ACCELERAZIONE

per effettuare l'analisi di accelerazione di un corpo devono essere noti:

- le accelerazioni delle coordinate indipendenti;

- la POSIZIONE dei membri (effettuata precedentemente con l'analisi cinematica di posizione) e la VELOCITA' dei membri (effettuata precedentemente con l'analisi cinematica di velocità)

Avendo a disposizione questi dati è possibile calcolare l'accelerazione dei membri (accelerazione angolare e/o accelerazione lineare)

Riprendiamo l'equazione impostata nel capitolo precedente per quanto riguarda l'analisi di velocità

$$J\,\dot{x} = -A\,\dot{q}$$

Si deriva rispetto al tempo

$$\dot{J}\,\dot{x} + J\,\ddot{x} = -\dot{A}\,\dot{q} - A\,\ddot{q}$$

E si esplicitano le incognite del sistema, cioè le accelerazioni incognite

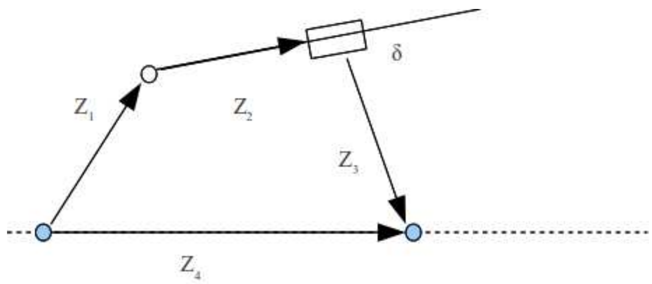
$$\ddot{x} = -J^{-1}\left(A\,\ddot{q} + \dot{A}\,\dot{q} + \dot{J}\,\dot{x}\right) \tag{1.1}$$

Alternativamente si giunge allo stesso risultato derivando direttamente le equazioni vettoriali di chiusura di velocità

$$\sum \ddot{\vec{z}}_i = 0$$

ESEMPIO

Ripresndiamo lo stesso esempio introdotto nell'analisi di velocità



Erano già stati ricavati a suo tempo, lo Jacobiano ed il sistema posto in forma matriciale

$J = \begin{bmatrix} -z_2\sin(\varphi_2) - z_3\sin(\varphi_2-\delta) & \cos(\varphi_2) \\ z_2\cos(\varphi_2) + z_3\cos(\varphi_2-\delta) & \sin(\varphi_2) \end{bmatrix}$, $A = \begin{Bmatrix} -z_1\sin(\varphi_1) \\ z_1\cos(\varphi_1) \end{Bmatrix}$

$\dot{x} = \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_2 \\ \dot{z}_2 \end{Bmatrix}$, $\dot{q} = \dot{\varphi}_1$

La soluzione è data dall'eq. (1.1) dove i termini mancanti sono

$$\dot{J} = \begin{bmatrix} -\dot{z}_2\sin(\varphi_2) - z_2\cos(\varphi_2)\,\dot{\varphi}_2 - z_3\cos(\varphi_2-\delta)\,\dot{\varphi}_2 & -\sin(\varphi_2)\,\dot{\varphi}_2 \\ \dot{z}_2\cos(\varphi_2) - z_2\sin(\varphi_2)\,\dot{\varphi}_2 - z_3\sin(\varphi_2-\delta)\,\dot{\varphi}_2 & \cos(\varphi_2)\,\dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{A} = \begin{Bmatrix} -z_1\cos(\varphi_1) \\ -z_1\sin(\varphi_1) \end{Bmatrix} \varphi_1$$

Notare che:

- L'analisi di accelerazione si riduce ad un problema LINEARE;

- Deve sempre essere preceduto dall'analisi di posizione e velocità;

1.1.0.1 Determinazione dell'accelerazione di un punto generico del meccanismo

Effettuata l'analisi di velocità si può calcolare l'accelerazione di un qualsiasi punto del meccanismo.

La velocità del punto è

$$\dot{P} = \left[\begin{array}{cc} \cos(\varphi_1) & -z_1 \sin(\varphi_1) \\ \sin(\varphi_1) & z_1 \cos(\varphi_1) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \dot{z}_1 \\ \dot{\varphi}_1 \end{array} \right\} + \ldots + \\ + \ldots + \left[\begin{array}{cc} \cos(\varphi_k) & -z_k \sin(\varphi_k) \\ \sin(\varphi_k) & z_k \cos(\varphi_k) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \dot{z}_k \\ \dot{\varphi}_k \end{array} \right\}$$

Si DERIVA per calcolare l'accelerazione assoluta del punto

$$\ddot{P} = \sum_{i=1}^{k} \left[\begin{array}{cc} -\sin(\varphi_i)\dot{\varphi}_i & -\dot{z}_i \sin(\varphi_i) - z_i \cos(\varphi_i)\dot{\varphi}_i \\ \cos(\varphi_i)\dot{\varphi}_i & -\dot{z}_i \cos(\varphi_i) - z_i \sin(\varphi_i)\dot{\varphi}_i \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \dot{z}_i \\ \dot{\varphi}_i \end{array} \right\} + \\ \left[\begin{array}{cc} \cos(\varphi_i) & -z_i \sin(\varphi i) \\ \sin(\varphi_i) & z_i \cos(\varphi_i) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \ddot{z}_i \\ \ddot{\varphi}_i \end{array} \right\}$$

Notare che:

- $\left\{ \begin{array}{c} \dot{z}_i \\ \dot{\varphi}_i \end{array} \right\}$ sono stati calcolati con l'analisi di velocità; alcuni di loro hanno valore nullo;

- $\left\{ \begin{array}{c} \ddot{z}_i \\ \ddot{\varphi}_i \end{array} \right\}$sono stati calcolati con l'analisi di accelerazione; alcuni di loro hanno valore nullo;

- φ_1,z_1,...,φ_k,z_k sono stati calcolati con l'analisi cinematica di posizione;