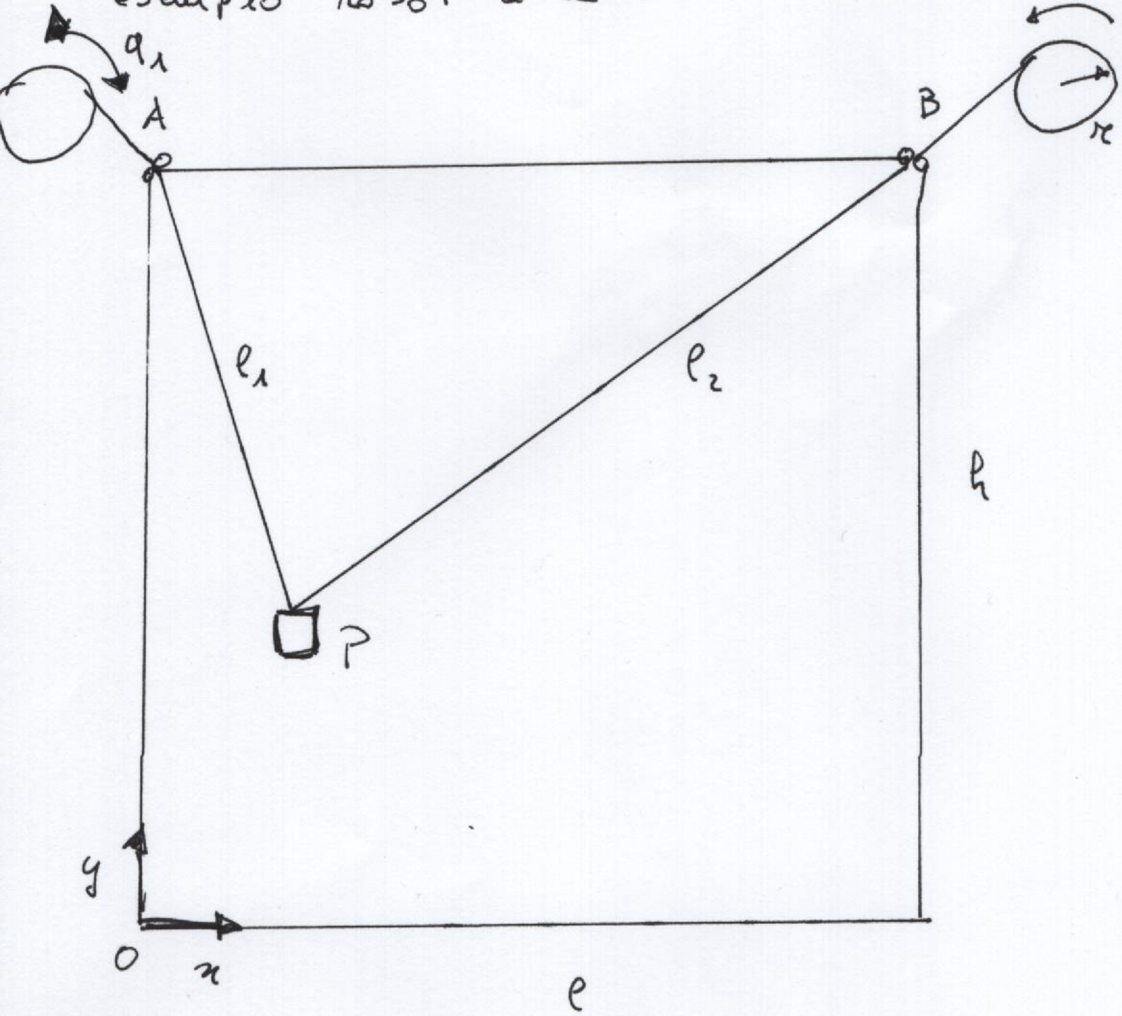
Manipolabilità robot

esempio robot a cavi



- Cinematica inversa

$$P = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \qquad l_1 = \|P - A\| \qquad l_2 = \|P - B\|$$

$$(1)\ l_1 = +r\, q_1 + k_1 \qquad (2)\ l_2 = r\, q_2 + k_2$$

- k_1 e k_2 sono costanti da determinare

quando $q_1 = q_2 = 0 \Rightarrow P$ è sul punto A

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 0 &= k_1 \\ l &= k_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{riscriviamo (1) e (2)}$$

$$\left\{ l_1 = + r\, q_1 \right.$$

Le equazioni cinematiche diventano

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (h-y)^2} = + r\, q_1 \\ \sqrt{(x-l)^2 + (h-y)^2} = l + r\, q_2 \end{cases} \qquad (3)$$

La cinematica diretta è un p.ma non lineare

Calcolo dello Jacobiano (si ipotizza che i cavi rimangono sempre tesi)

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix}$$

- Partendo dalle (3) eleviamo al quadrato e deriviamo

$$\begin{cases} x^2 + (y-h)^2 = r^2 q_1^2 \\ (x-l)^2 + (y-h)^2 = (l + r q_2)^2 \end{cases}$$

Differenziamo

$$2x\,\dot{x} + 2(y-h)\,\dot{y} = 2 r^2 q_1 \dot{q}_1$$

$$2(x-l)\,\dot{x} + 2(y-h)\,\dot{y} = 2r(l + r q_2)\,\dot{q}_2$$

$$\begin{bmatrix} \cancel{2}x & \cancel{2}(y-h) \\ \cancel{2}(x-l) & \cancel{2}(y-h) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} = \cancel{2} \begin{bmatrix} r^2 q_1 & 0 \\ 0 & r(l + r q_2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} = \underbrace{\mathbb{M}A^{-1}\,\mathbb{M}B}_{J} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix}$$

$$J = J(q_1, q_2, x, y)$$

ma q_1 e q_2 posso essere messi in funzione di x, y

$$q_1 = +\frac{1}{\pi}\sqrt{x^2+(y-h)^2}$$

$$q_2 = \frac{1}{\pi}\left(\sqrt{(x-\ell)^2+(y-h)^2} - \ell\right)$$

Per quanto riguarda la manipolabilità bisogna analizzare

$M = J J^T$ (X la velocità)

autovettori di M $\longrightarrow$ direzioni degli assi dell'ellisse

autovalori " " $\longrightarrow$ entità delle velocità