

I. ELEMENTI DI CIRCOLAZIONE STRADALE

Mario Olivari

1. Le condizioni di deflusso

Le condizioni del deflusso dipendono dal tipo di marcia dei veicoli: quelli stradali attuano il distanziamento a vista consentito dall'elevata aderenza, quelli ferroviari attuano un distanziamento programmato dovuto alla bassa aderenza.

1.1 Tipo di deflusso dei veicoli stradali

Propriamente si parla di strade a flusso ininterrotto o interrotto: una strada consente il flusso ininterrotto se la corrente veicolare non subisce *stop* per cause ad essa estranee. Le fermate sono dovute a incidenti, eccesso di domanda, propagazione di perturbazioni. Il deflusso è, dunque, il risultato di interazioni tra veicoli, interazioni tra *vei*, geometria e ambiente e si realizza nelle tratte di viabilità extraurbana non influenzate da punti di intersezione di traiettorie veicolari (segmenti stradali-base). Alternativamente, una strada è caratterizzata da flusso interrotto se la corrente veicolare subisce periodiche o casuali interruzioni al deflusso dovute a elementi ad essa estranei; il flusso interrotto è caratteristico del sistema viario urbano. Le interruzioni del moto sono dovute alla presenza di intersezioni a raso, attraversamenti pedonali, ecc.

1. I parametri del deflusso

Flusso, q : n° di *vei* che transita in una sezione di corsia in un tempo dato [vei/tempo]

Densità, k : n° di *vei* che, all'istante "t", sono contenuti in una data lunghezza di corsia [vei/spazio]

Velocità, u : media spaziale delle velocità istantanee dei veicoli che sono contenuti in una data lunghezza di corsia [spazio/tempo].

I parametri citati sono legati dall'*equazioni di stato*:¹

$$\text{Eq. fondamentale} \quad q = u k \quad [\text{vei/tpo}] \quad 1$$

$$q = u/s \quad [\text{vei/tpo}] \quad 1'$$

$$q = 1/\tau = 1/(s/u) \quad ^{(2)} \quad [\text{vei/tpo}] \quad 1''$$

s = spaziatura (*spacing*, *gap*) tra veicoli successivi [spazio/vei] = $1/k$

τ = intervallo temporale (*headway*, *gap*) tra veicoli successivi [tempo/vei] = s/u

Il flusso è funzione di densità e velocità, ma al crescere di k la marcia viene sempre più condizionata con riduzioni della V_{med} dovute all'influenza dei *vei* lenti, per cui è:

$$q(k) = u(k) k \quad 2$$

La 2 può essere vista anche in termini aleatori: infatti il deflusso, entro limiti non esattamente definibili, è caratterizzato da distribuzioni casuali dei *gap* spaziali e temporali.

¹ Le eq. valgono se i *vei* marciano in una corsia senza possibilità di sorpasso.

² La 1'', nella forma $q = 1/\tau$, non dice a che velocità si realizza il flusso q : infatti, un flusso di 1800vei/h può aversi con *vei* che marciano spaziatati di $\tau=2s$ alla velocità di 100km/h ($18\text{vei/km}=55,5\text{m/vei}$) o di 20km/h ($90\text{vei/km}=11,1\text{m/vei}$).

2.1. La portata e l'unità di tempo di riferimento

Per il progetto della sezione, il flusso dev'essere riferito ad un appropriato periodo di tempo; per la sua scelta occorre considerare che:

- la durata d'osservazione dev'essere breve per garantire un flusso stazionario; cioè, il n° di *vei* che transita negli'intervalli elementari nei quali può dividersi il periodo di rilievo non dev'essere molto variabile; infatti, perché il n° di *vei/int* non sia una variabile casuale e sia sostituibile dal valor medio è necessario che sia piccola la dispersione relativa;
- la durata d'osservazione deve rappresentare la variabilità del flusso nel tempo con un n° di valori non eccessivo e disperso; infatti, per descrivere la variabilità del flusso orario in 1a si devono confrontare 8760 valori; per descrivere la variabilità del flusso di ¼h in 1a si devono confrontare 35040 valori che avranno una dispersione relativa maggiore della precedente.

Poiché il flusso d'un intervallo $t \ll 1^h$ ha maggior prob. di superare la sua media più di quanto non ne abbia quello orario, si giustifica il riferimento all'ora nelle misure di portata. Inoltre, scegliendo l'h si cerca d'attuare un equilibrio statistico (prob. di passaggi uguale nel t.po = bassa dispersione rispetto alla media) così che il n° di passaggi possa individuarsi col valor medio, ora parametro deterministico. Se $t \gg 1^h$, sarebbe incauto pensare ad un flusso stazionario in t . Pqm s'è scelto come riferimento l'ora quale compromesso tra opposte esigenze.

2.1.1. Definizioni

Portata oraria: media rapportata ad 1h della legge di prob. del passaggio di n *vei* in una sua frazione; è $>$ del n° di *vei* effettivamente transitati.

Portata di progetto: media rapportata ad 1h della legge di prob. del passaggio di n *vei* in una corsia in una frazione d'ora (15^{\min}) ove il flusso è \approx stazionario e statisticamente stabile.

Capacità, c : max n° di *vei* che, in date condizioni, transita in una sezione di corsia nell'unità di t.po (flusso max = portata di una strada).

Ora di punta, hdp: ora di max flusso su 24^h .

Intensità di Traffico, IT: portata ragguagliata a 1h dalla frazione d'ora a flusso più elevato.

Intensità Max di Traffico, IMT: portata ragguagliata a 1h dalla frazione d'ora a flusso più alto nell'ora di massimo flusso su 24^h (hdp).

Fattore dell'ora di punta, FhP: rapporto tra volume effettivo V_e dell'hdp e relativa IMT; indice della variabilità del flusso all'interno dell'ora; è:

$$FhP = V_e/IMT \quad (\leq 1) \quad 3$$

Il FhP si calcola su base di 15^{\min} e va da 0,25 a 1, generalmente $0,7 \leq FhP_{15} \leq 0,9$ (Fig. 1); tanto più $FhP \rightarrow 1$ tanto meno è variabile il n° di *vei/int*.

Il FhP dipende dalle caratteristiche socioeconomiche del territorio percorso dalla strada: la presenza di particolari attrattori (fabbriche, stadi, ecc.) può determinare notevoli concentrazioni di domanda in brevi periodi di tempo facendogli assumere valori molto bassi. I 15^{\min} di punta possono situarsi in qualsiasi intervallo di 15^{\min} consecutivi nell'ora.

Progettare una sezione per la portata effettiva comporterebbe probabili fenomeni di congestione in frazioni d'ora, perciò s'è scelta l' IT_{15} come portata di riferimento per progetto/analisi di sezioni di strade urbane ed extraurbane. Essa è data dalla relazione:

$$IT_{15} = V_e/FhP \quad 4$$

Traffico giornaliero medio, Tgm: volume totale di traffico in un periodo di tempo, in giorni interi, di durata $>1d$ e $<1a$, diviso per il n° di giorni di quel periodo.

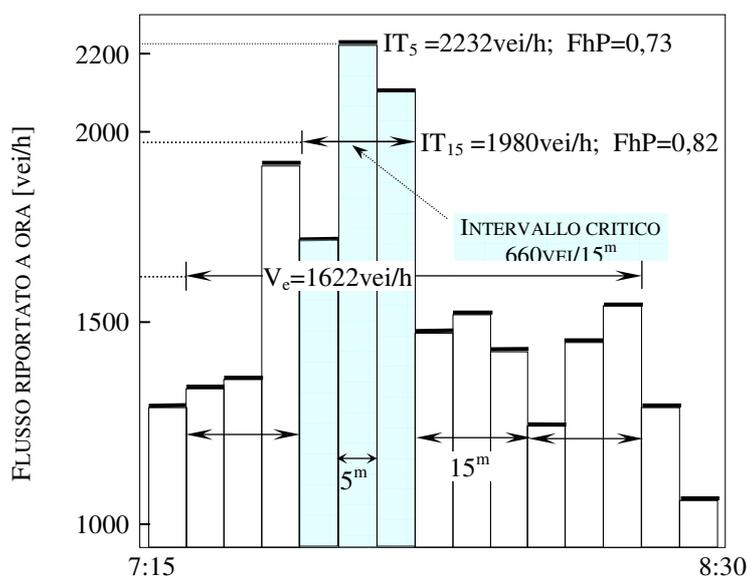


Fig. 1 - Rilievo di flusso in frazioni d'ora di 5^{min} (strada urbana, Hcm, 1985)

Su SS e A.strade s' esegue ogni anno il censimento della circolazione (16 conteggi diurni 7÷19 e 7 notturni 19÷7) ripartiti per gg. della sett. e stagioni. I rilievi sono divisi per categorie di *vei* e per tipo di traffico (legg., pes.te); il Tgm è la somma dei Tgm di ogni categoria e tipo per entrambi i sensi di marcia (Tab. 1). Vengono calcolati i seguenti tipi di Tgm:

- Tgm *diurno* primavera-estate: Tgm_{d,pe} - Tgm *nott.no* primavera-estate: Tgm_{n,pe}
- Tgm *diurno* autunno-inverno: Tgm_{d,ai} - Tgm *nott.no* autunno-inverno: Tgm_{n,ai}

$$Tgm_d = \frac{1}{2}(Tgm_{d,pe} + Tgm_{d,ai}); \quad Tgm_n = \frac{1}{2}(Tgm_{n,pe} + Tgm_{n,ai})$$

da cui:

$$Tgm = Tgm_d + Tgm_n \quad [vei/d] \quad 5$$

Tab. 1 - Valori di Tgm (1980 A1; 1990-95 per ss Sardegna)

STRADA	Località	Banchine	Carregg.ta	Corsie	Tgm _d	Tgm _n	Tgm	
	Rilievo	[m]	[m]	[n]	[vei/12 ^h]	[vei/12 ^h]	[vei/d]	
SS. 125	Or.le Sarda	km 141	≈0,5	1x≈6,0	2	81%	19%	5.185
SS. 130	Iglesiente	km 35	≈0,5	1x≈14,0	4	70%	30%	9.968
SS. 131	C. Felice	km 214	≈0,5	1x≈14,0	4	80%	20%	42.540
A1	Mi-Roma	Modena	2,5	2x7,5	2+2	29324	15171	44.495

Portata dell'n-sima ora di punta

Le cause che generano la mobilità veicolare variano nel tempo (h, d, stagione) e i flussi orari seguono tale variazione: tipico l'andamento del flusso orario nei gg. lavorativi in strade extraurb. e urbane con due caratteristiche punte coincidenti con le ore di inizio e fine delle attività.

Per rappresentare la variabilità dei flussi orari in un lungo periodo di tempo (1a), le portate di 8760h si riportano in un grafico con in ordinate i valori raggiunti o superati nel n° d'ore indicato in ascisse (Fig. 2). La portata dell'n-sima ora di punta è la portata superata in n-1 h/a. Ad es., la portata della 30^a hdp è il xxx valore di flusso orario rilevato in 1a, superato da 29 valori e superiore ai restanti: 8760-30 = 8730 valori di flusso orario. Ogni tipologia stradale ha una sua distribuzione di hdp (Fig. 3), tutte le strade extraurbane, però, presentano la max curvatura nella fascia 30^a÷50^a hdp: questo fatto ha consigliato la scelta della portata di riferimento in tale fascia per la coincidenza del cambio di velocità della variazione del tasso d'incremento o decremento dei valori di portata.

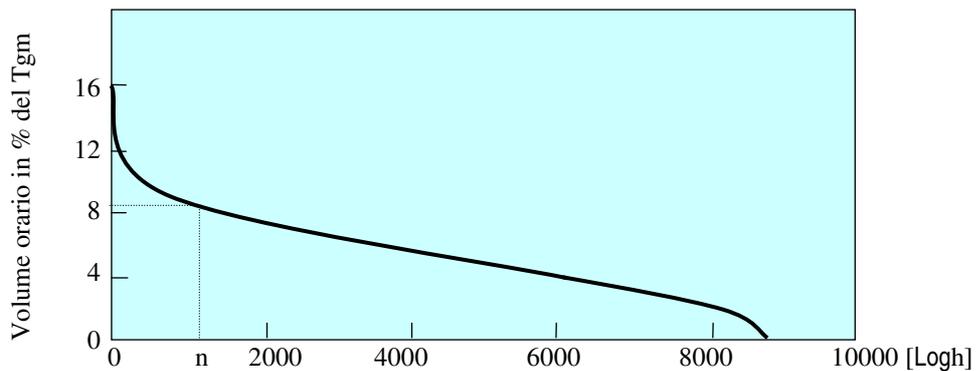
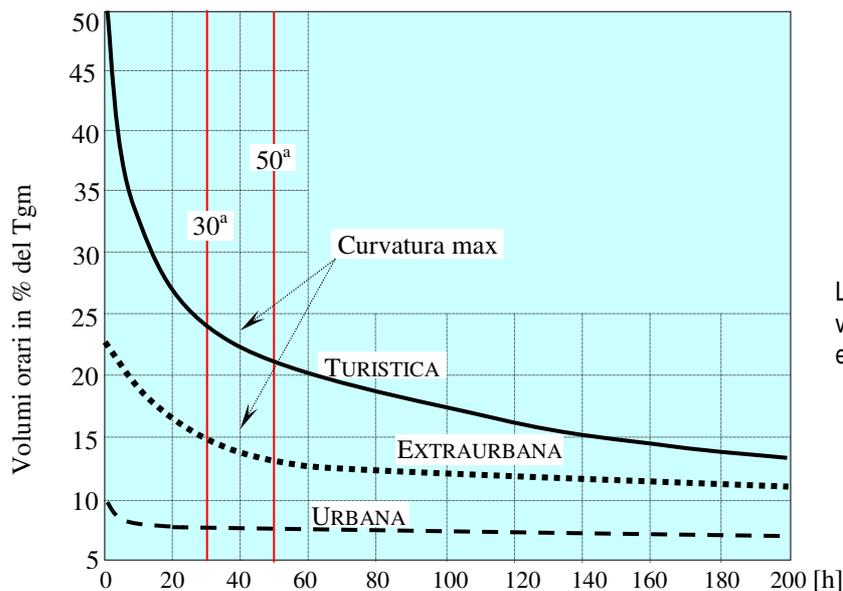


Fig. 2 - Distribuzione-tipo delle n ore di punta di un intero anno (Hcm, 1985)



Le curve mostrano che i max volumi orari vanno dal 10% (strada urbana) al 50% (str. extraurb. turistica) del T_{gm} .

Fig. 3 - Distribuzione delle prime 200 ore di punta per strade diverse (Matson, 1960)

2.1.2. La portata di progetto e il progetto della sezione stradale

La scelta della portata di progetto deriva dalla stima della domanda congiunta a un'analisi economica che confronti costi di costruzione e benefici (riduzione costi di trasporto) per portate diverse.

Scegliendo la portata dell'hdp max annua si avrebbe una sezione esuberante per tutte le altre ore realizzando ottime condizioni di marcia ma a costi elevati; scegliendo quella della 150^a, 200^a hdp si rischia un n° h/a di congestione sgradito all'utente e un sottodimensionamento. Poiché la max curvatura (str. extraurb.) è nella fascia 30^a÷50^a hdp, s'assume per portata di progetto il volume orario relativo, accettando un max di 30÷50h/a di probabile congestione.

Il progetto della sezione stradale consiste nel determinare il n° di corsie necessario a smaltire una data domanda (vei/h) all'anno t di progetto assicurando un dato livello di operatività o *di servizio*.

I dati da acquisire sono:

- la domanda dell'anno 0 (anno d'entrata in esercizio)
- la domanda prevista al XX^a (vita utile), portata di progetto
- diagramma dell'n-sima ora di punta per gli anni 0 e 20 o T_{gm} agli anni 0 e 20
- composizione del traffico per gli anni 0 e 20
- volume orario direzionale di progetto.

La quota di T_{gm} corrispondente alla portata oraria di progetto è indicata con K ed espressa in decimi; questo fattore, riferito alla 30^a o 50^a hdp, varia con il tipo di strada. Nel progetto della sezione stradale, è a volte necessario conoscere anche la distribuzione direzionale del traffico D (in decimi) che rappresenta la quota di traffico del senso più carico nell'n-sima ora di punta assunta come base di calcolo.

I fattori citati K e D vengono utilizzati per determinare il *volume orario direzionale di progetto* DDHV (Directional Design Hourly Volume) attraverso l'espressione:

$$DDHV = T_{gm} K D \quad [\text{vei/h-senso}] \quad 5b$$

T_{gm} = traffico giornaliero medio, vei/d

K = quota di T_{gm} assunta come volume orario di progetto della 30^a/50^a hdp, decimi

D = quota di traffico del senso di marcia più carico, decimi.

2. Le relazioni tra i parametri di deflusso

FLUSSO-DENSITÀ

La relazione flusso-densità $q(k)$ è l'equazione di stato del deflusso: la sua rappresentazione grafica (diagramma fondamentale) può dedursi da rilievi di traffico interpolando i dati con curve di regressione (approssimanti) a min quadrati. La curva ha un andamento a parabola rovescia (Fig. 4.I); esso è qualitativo poiché dipende da molti fattori (composizione traffico, tipo conducenti, geometria dell'asse, ecc.) che possono modificarne la forma. I punti tipici sono tre:

- $q, k=0$ → assenza di veicoli
- $q=0, k=k_{max}=k_j$ → veicoli fermi
- $q=q_{max}=q_0, k=k_0$ → capacità.

I punti della curva rappresentano una successione di stati di stazionarietà; la pendenza del raggio vettore determina la velocità $u_i = q_i/k_i$; la tangente nell'origine dà la velocità libera. La tangente in un punto generico dà la velocità di propagazione del cambiamento di stato (onda d'urto); nelle correnti dense l'onda va verso monte ($dq/dk < 0$).

Nel ramo $0 \leq k \leq k_0$ il flusso cresce fino al max q_0 ; la curva può essere + o - concava dipendendo dal tasso d'incremento dei *vei* con $v < v_{med}$; il deflusso è stabile perché gli incrementi di domanda sono assorbiti da riduzioni di gap e di V . che consentono di raggiungere un nuovo stato stazionario, sia pure di livello inferiore a quello iniziale.

Nel ramo $k_0 \leq k \leq k_j$ si passa a condizioni di *flusso forzato* e instabile (*stop-and-go*) c/densità molto elevate, rapide diminuzioni di flusso dovute a riduzioni di v_{med} e di spaziature $\rightarrow 0$ per $k=k_j$ ove cessa il moto e inizia la formazione di code.

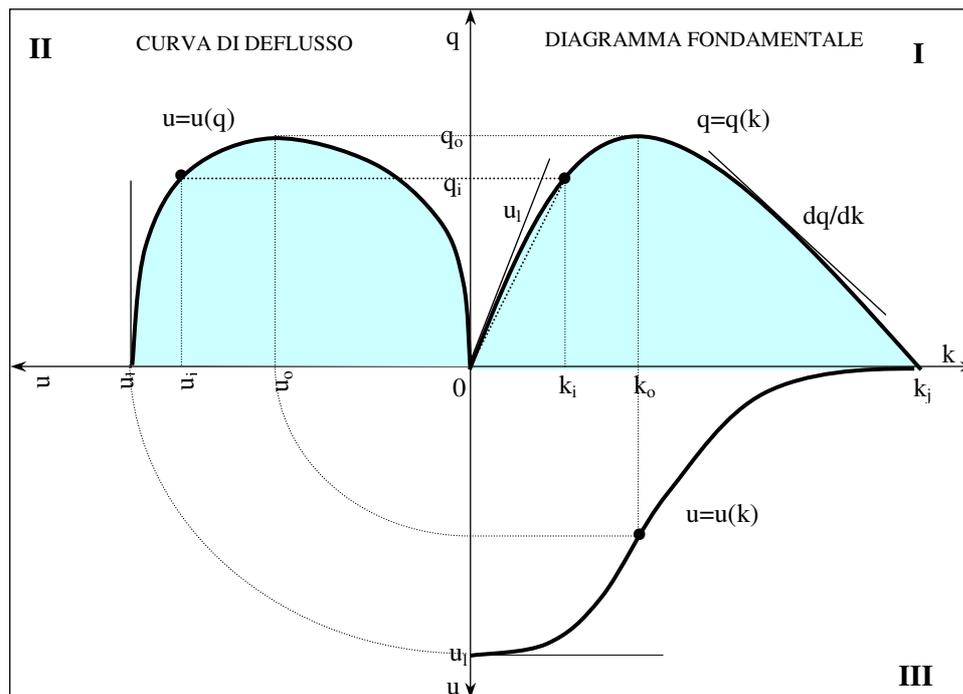


Fig. 4 - Curve di deflusso sperimentali (approssimanti): q-k, u-q, u-k

VELOCITÀ-FLUSSO

Si ricava mediando le velocità istantanee dei *vei* che riguardano una sezione stradale in un intervallo di tempo nel quale il flusso è \approx cost., per diversi valori di quest'ultimo (Fig. 4.II).

Nel ramo da $q=1$ a q_0 , la curva taglia l'ordinata nel p.to u_1 (v . libera); al crescere del flusso s'inclina verso il basso in quanto aumentano i conducenti che marciano a $V < V_{med}$ condizionando il moto di quelli veloci. L'incremento di flusso, compensato da riduzioni di v . e di gap e da limitazioni di guida, continua fino al suo max (q_0) per una V_{med} ottima/critica $u_0 \approx 1/2 u_1$, tra 45÷55km/h.

Nel ramo da q_0 a 0, flusso e v . decrescono e si giunge rapidamente a condizioni di flusso forzato.

Rilievi e distribuzioni statistiche di velocità

Se i rilievi di v . istantanee vengono riuniti sistematicamente possono fornire la base per lo studio del deflusso. In Tab. 2 è riportato un rilievo in una sezione di una strada extraurbana a 2 corsie su un campione di $N=200$ veicoli in un'ora di morbida.

Tab. 2 - Rilievo di V . istantanee - Strada c/limite a 90km/h (ss195, km 10, 1990)

Classe veloc. [n]	Limiti di classe [km/h]	V_{med} di classe, u_i [km/h]	Frequenze di classe		Frequenze cumulate	
			assolute [n_i]	relative $f_i = n_i/N$	assolute [Σn_i]	in % $100 \Sigma n_i/N$
1	40,1÷45,0	42,5	02	0,01	002	01
2	45,1÷50,0	47,5	08	0,04	010	05
3	50,1÷55,0	52,5	18	0,09	028	14
4	55,1÷60,0	57,5	42	0,21	070	35
5	60,1÷65,0	62,5	48	0,24	118	59
6	65,1÷70,0	67,5	40	0,20	158	79
7	70,1÷75,0	72,5	24	0,12	182	91
8	75,1÷80,0	77,5	11	0,055	193	96,5
9	80,1÷85,0	82,5	05	0,025	198	99
10	85,1÷90,0	87,5	02	0,01	N=200	100

Tab. 3 - Parametri caratteristici del rilievo di Tab. 2

Simbolo	Denominazione	Espressione	Valore
\hat{u}	velocità media	$\Sigma_1^{10} f_i u_i$	63,5km/h
s	sqm	$[\Sigma_1^{10} f_i u_i^2 - (\Sigma_1^{10} f_i u_i)^2]^{1/2}$	8,5km/h
IC	interv. caratt.co	$\hat{u} \pm 1s$	63,5±8,5km/h ; 72,0÷55,0km/h
C_d	coeff.te dispersione	s/\hat{u}	0,134 (13,4%)

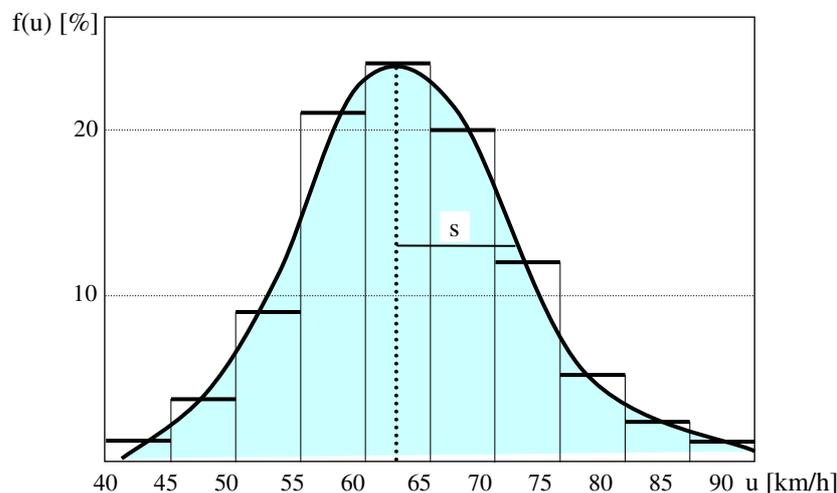


Fig. 5 - Istogramma della distribuzione di frequenza e curva approssimante del rilievo di velocità di Tab. 2

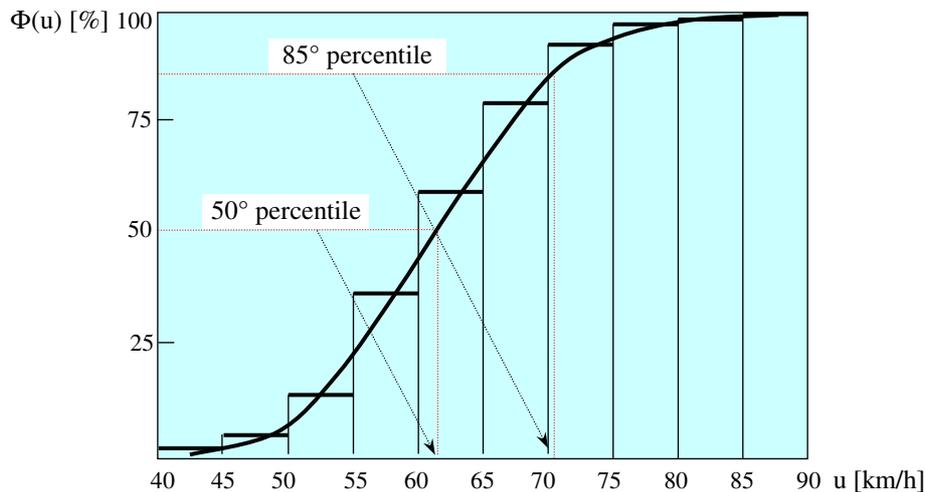


Fig. 6 - Istogramma della funz.ne cumulativa di freq.za e curva approssimante del rilievo di veloc. di Tab. 2

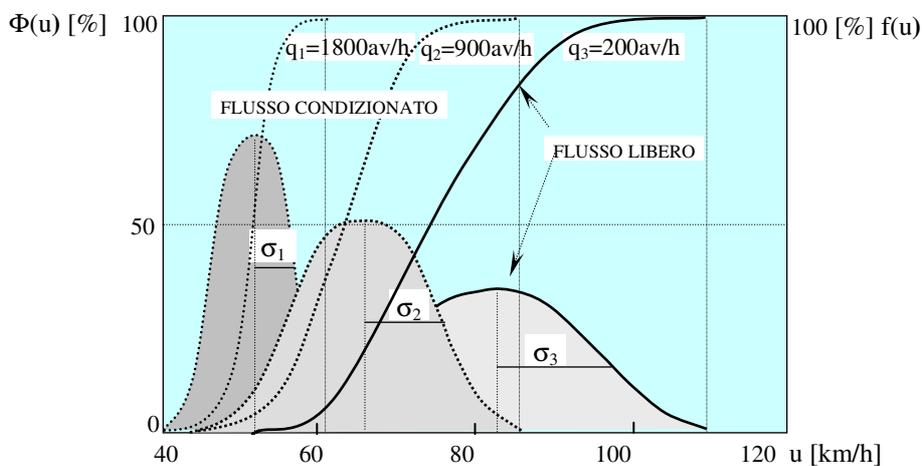


Fig. 7 - Curve qualitative di ddf e cumulative df di rilievi di velocità per portate diverse

Nell'istogramma di Fig. 6 (*ddf* cumulata) sono evidenziati alcuni valori tipici dei percentili, utili per individuare la frazione di veicoli che marcia al di sotto della velocità indicata in ascissa.

Dall'analisi di forma delle curve di *ddf* delle velocità (Fig. 7) si nota che l'incremento di volume riduce il campo di variazione della *V.* e la *V.* media; ciò per il crescente condizionamento operato dai veicoli lenti che è evidenziato dalle *ddf* cumulate sempre più impennate mentre le *ddf* mostrano *sqm* sempre più piccoli ($\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$) a indicare la progressiva limitazione alla libertà di marcia. Il tipo di pavimentazione (rigida, flessibile) non influisce sulla forma dei diagrammi.

Ostacoli laterali, opere d'arte, limiti di *V.*, ambiente, tracciato, ecc. influenzano le *ddf* delle *V.*; gli studi sperimentali non hanno ancora raggiunto risultati di pratica applicazione.

VELOCITÀ-DENSITÀ

La curva interpolante in Fig. 4.III ha andamento a semicampana con flessio in corrispondenza di u_0 (*V.* alla capacità), taglia l'ordinata in corrispondenza della *V.* libera e l'ascissa ove la densità è max (k_j) e la *V.* è nulla. La diminuzione di velocità media con l'incremento di densità è dovuta a condizionamenti tra conducenti che s'accorgono della progressiva riduzione del gap necessario per mantenere la *V.* desiderata e sono costretti a effettuare sorpassi sempre più difficili a mano a mano che la densità aumenta.

È ragionevole ipotizzare l'esistenza di una tangente orizzontale per $k \rightarrow 0$ in quanto è statisticamente improbabile l'esistenza di condizionamenti tali da far diminuire significativamente la *V.* media di

microcorrenti. Analogo inverso ragionamento può farsi per $k \rightarrow k_j$ quando una corrente sta per arrestarsi o quando comincia ad avviarsi acquistando velocità partendo da $V=0$. Il tasso di decremento della V . media s'accentua nella fascia di densità prossime alla capacità (zona del flesso) quando si entra nel campo del flusso instabile.

3.1. Le condizioni ai limiti per le curve di deflusso

Le relazioni tra i parametri del deflusso in stato stazionario devono sottostare a precise condizioni ai limiti del loro campo di definizione.

- Per la relazione $u=u(q)$, $[0 \leq q \leq q_0; 0 \leq u \leq u_1]$:

$$u(0) = 0 \quad 6$$

$$u(\approx 1) = u_1 \quad 7$$

$$\lim_{u \rightarrow u_1} du/dq \rightarrow 0 \quad 8$$

La 6 è riferita a una corrente ferma, quindi a flusso nullo

La 7 rappresenta flussi unitari con veicoli che, marciando isolati, possono mantenere le velocità desiderate dai conducenti (u_1).

La 8 esprime l'esistenza di una tangente orizz.le nell'intorno di u_1 a indicare il lievissimo decremento di V_{med} per piccoli incrementi di volume, a bassi livelli di flusso.

- Per la relazione $q=q(k)$, $[0 \leq k \leq k_j; 0 \leq q \leq q_0]$:

$$q(0) = 0 \quad 09$$

$$q(k_j) = 0 \quad 10$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} dq/dk = u_1 \quad 11$$

La 09 dice che in assenza di veicoli (densità nulla) non esiste flusso.

Per la 10 non esiste flusso se la densità è massima (la corrente è ferma)

La 11 dice che la tangente per l'origine dà la velocità media libera.

- Per la relazione $u=u(k)$, $[0 \leq k \leq k_j; 0 \leq u \leq u_1]$:

$$u(\approx 0) = u_1 \quad 12$$

$$u(k_j) = 0 \quad 13$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} du/dk \rightarrow 0 \quad 14$$

$$\lim_{k \rightarrow k_j} du/dk \rightarrow 0 \quad 14'$$

Per la 12: se il veicolo è isolato può tenere la velocità libera u_1

Per la 13: se la densità è max la velocità sarà nulla (corrente ferma)

Per le 14/14': esiste una tangente orizzontale per $k \rightarrow 0$ e $k \rightarrow k_j$.

4. Modelli di deflusso

4.1. Generalità

I modelli di deflusso, originati dal tentativo di descrivere analiticamente le relazioni tra i parametri del traffico rilevate sperimentalmente, si possono suddividere in due grandi gruppi: deterministici e probabilistici.

I deterministici sono di due tipi: micro e macro; i *micro* partono da ipotesi di comportamento di due conducenti e giungono a risultati espandibili a tutta la corrente veicolare; i *macro* si basano su analogie tra parametri del deflusso veicolare e dei fluidi comprimibili.

Entrambe le tipologie di modelli riescono a descrivere gli stati del traffico passando attraverso stazionarietà e stabilità e derivano analiticamente le *curve di deflusso*.

I probabilistici trovano una forma funzionale tra i parametri di traffico, cioè la $u=u(k)$, individuata la ddf della V_{med} ; determinano poi l'andamento della V_{med} di un veicolo (definita in $0, \infty$) in funzione della densità.

4.2. Modelli a spaziatura costante e funzione della velocità

Sono M. deterministici basati sul distanziamento: descrivono la relazione flusso-velocità in termini di variabili cinematiche (velocità, decelerazione) attraverso la spaziatura.

- Vantaggi: semplicità di trattazione

- Svantaggi: notevole semplificazione della struttura, specie con riferimento alla relazione tra spaziatura e reazione dei conducenti.

4.2.1. Modello a spaziatura costante

Il M. assume che i *vei*, vincolati a stare in corsia, mantengano costante la spaziatura al variare della V . (Fig. 8); la marcia è omotachica. L'ipotesi non è reale perché le spaziature non sono indipendenti dalla velocità. La relazione portata-velocità: s in m/vei e S in km/vei, u in m/s e U in km/h:

$$q = U/S \quad [\text{vei/h}]; \quad q = u/s \quad [\text{vei/s}] \quad 15$$

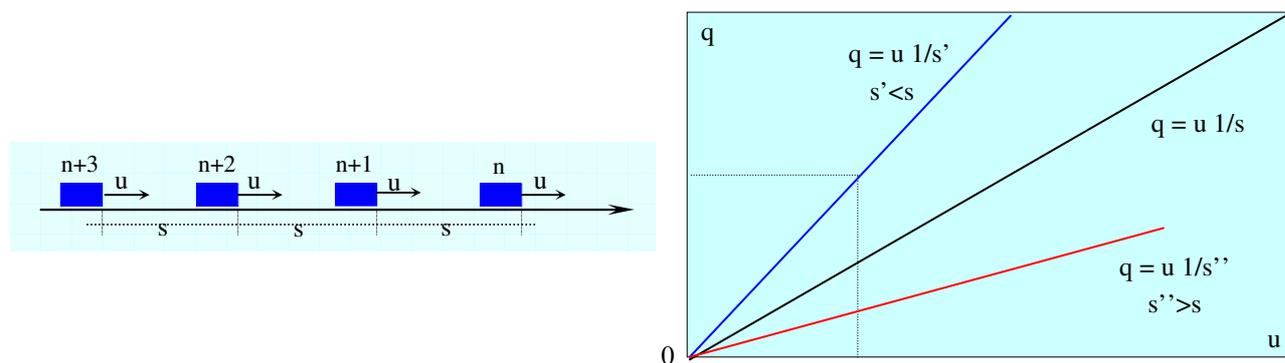


Fig. 8 - Relazione velocità-portata con veicoli a spaziatura uguale e costante

4.2.1. Modello a spaziatura di sicurezza intera proporzionale alla velocità

I *vei*. mantengono una spaziatura che assicuri l'arresto in sicurezza del veicolo accodato in relazione ad un possibile arresto istantaneo di quello di testa (Fig. 9); s include la lunghezza l del vei.

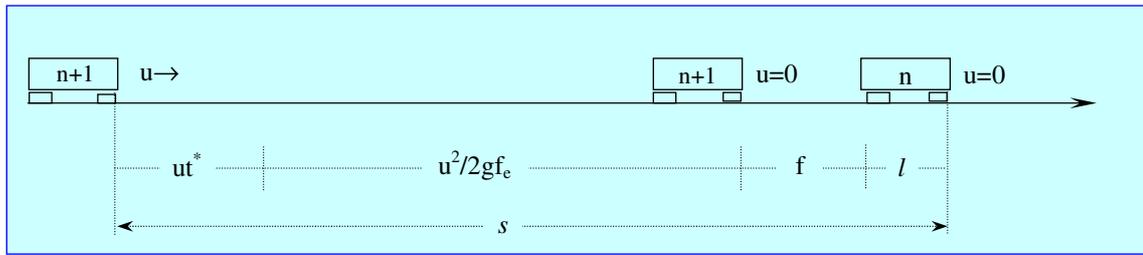


Fig. 9 - Spaziatura tra due veicoli a distanza di sicurezza intera

Dallo schema, la spaziatura (distanza di sicurezza totale) su tracciato in piano vale:

$$s = ut^* + (u^2/2gf_e) + (f+l) \quad [\text{m/vei}] \quad 16$$

t^* = tempo psicotecnico, in s
 g = accelerazione di gravità, in m/s^2
 f_e = coefficiente d'aderenza equivalente, $f_e=f(u)$
 f = franco sicurezza, in m
 l = lunghezza veicolo, in m.

Espressa la velocità in km/h ($u=U/3,6$), posto $(f+l)=r$, $gf_e=d$, la 16, con qualche approssimazione (dovuta alla variazione di f_e con u), diviene:

$$s = (Ut^*/3,6) + (U^2/25,9d) + r \quad [\text{m/vei}] \quad 17$$

o

$$S = [(Ut^*/3,6)+(U^2/25,9d)+r]/1000 \quad [\text{km/vei}] \quad 18$$

da cui:

$$q = 1000U[(Ut^*/3,6)+(U^2/25,9d)+r]^{-1} = 1000[(t^*/3,6)+(U/25,9d)+r/U]^{-1} \quad [\text{vei/h}] \quad 19$$

La 19 è la curva di deflusso *flusso-velocità*: verifica la condizione al *lim* inferiore della u , ma non quella al *lim* superiore perché $q \rightarrow 0$ per $u \rightarrow \infty$. A basse V . il peso del 2° term. al denom. è trascurabile rispetto al 3°, perciò q cresce con U ; a V . alte è trascurabile il 3° termine rispetto al 2° per cui q decresce con U .

FLUSSO MAX, OTTIMI:

si ha il max ove $dq/dU=0$, cioè per:

$$\text{velocità ottima o critica} \quad U=U_o = 3,6\sqrt{2dr} \quad [\text{km/h}] \quad 20$$

$$\text{capacità} \quad q_o = 3600/(t^* + \sqrt{2r/d}) \quad [\text{vei/h}] \quad 21$$

$$\text{headway ottimo} \quad \tau_o = 3600/q_o = t^* + \sqrt{2r/d} \quad [\text{s/vei}] \quad 22$$

$$\text{densità ottima} \quad k_o = q_o/U_o = 1/S_o = 1000/(t^*\sqrt{2dr} + 2r) \quad [\text{vei/km}] \quad 23$$

$$\text{spaziatura ottima} \quad s_o = 1000/k_o = u_o \tau_o = t^* \sqrt{2dr} + 2r \quad [\text{m/vei}] \quad 24$$

Per normali valori di d , r e t^* : $12 \leq U_o \leq 25 \text{ km/h}$, $700 \leq q_o \leq 1100 \text{ av/h}$.

In Fig. 10 è riportato l'andamento della 19 per $d_1=1 \text{ m/s}^2$ (effetto-motore, $f_e \approx 0,1$) e $d_2=4,2 \text{ m/s}^2$ (frenatura brusca, $f_e \approx 0,43$); in entrambi i casi: $r=(4,5+1)=5,5 \text{ m}$ e $t^*=1,8 \text{ s}$.

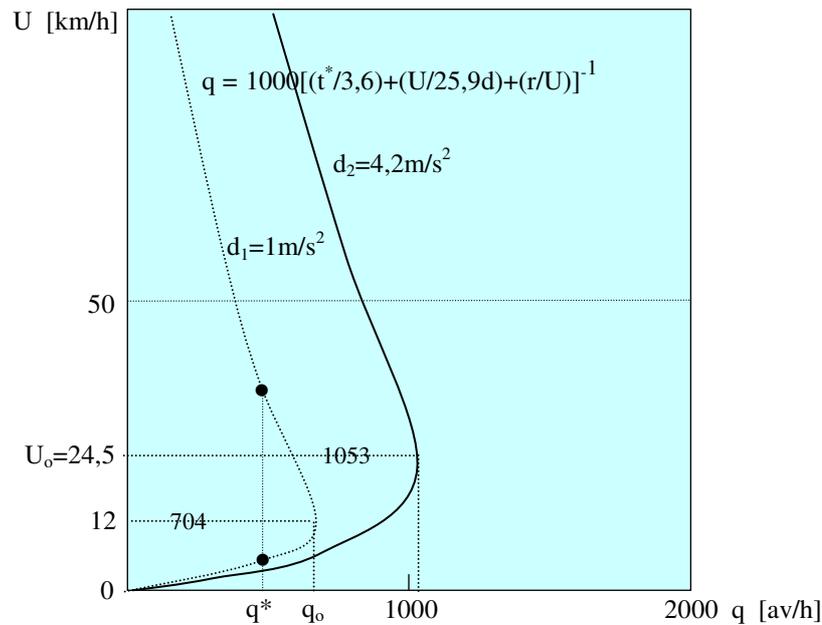


Fig. 10 - Curve di deflusso con spaziatura di sicurezza intera per decelerazioni diverse

Per il flusso q^* sono possibili due valori di velocità ($\geq U_0$) cui corrispondono condizioni di marcia molto diverse. Se $V > U_0$, un incremento di flusso è ottenibile con una riduzione di V e si ripristina un nuovo equilibrio di livello inferiore a quello iniziale; se, invece, $V < U_0$, una riduzione di velocità condurrebbe a riduzioni di flusso e ad un allontanamento dalle condizioni d'equilibrio.

4.2.3. Modello distanza-tempo reazione a spaziatura ridotta e funzione della velocità

Se i *vei* marciano alla stessa velocità U il loro spazio di frenatura sarà \approx uguale: se il leader decelererà, quello accodato risponde decelerando e necessita solo della distanza coperta nel tempo psicotecnico a velocità U per non collidere; allora, nella 19 si può trascurare il termine $U^2/25,9d$:

$$q = 3600 U / (3,6r + Ut^*) \quad 25$$

FLUSSO MAX:

Derivando e uguagliando a 0 la 25:

$$dq/dU = 3600 \cdot 3,6 r / (3,6r + Ut^*)^2 = 0$$

Poiché la $dq/dU=0$ per $r=0$ o per $u \rightarrow \infty$, la 25 non ha un massimo intermedio tra i due valori limite (0 e U_1), quindi la portata tende asintoticamente al suo max al crescere della velocità.

Passando al limite per $U \rightarrow \infty$ nella 25:

$$\lim_{U \rightarrow \infty} q(U) = \lim_{U \rightarrow \infty} [3600 U / (3,6r + Ut^*)] = \infty / \infty$$

applicando Höpital:

$$\lim_{U \rightarrow \infty} q(U) = (dq/dU) / (dq/dU) = 3600/t^* = q_0 \quad 26$$

La q_0 dipende dal valore del tempo psicotecnico e non è possibile stabilirne univocamente il valore: più è piccolo t^* più elevata sarà la q_0 .

La 25 è riportata in Fig. 11 per $t^* = \tau_0 = 1,8s$ cui corrisponde un flusso massimo tendenziale di 2000av/h.

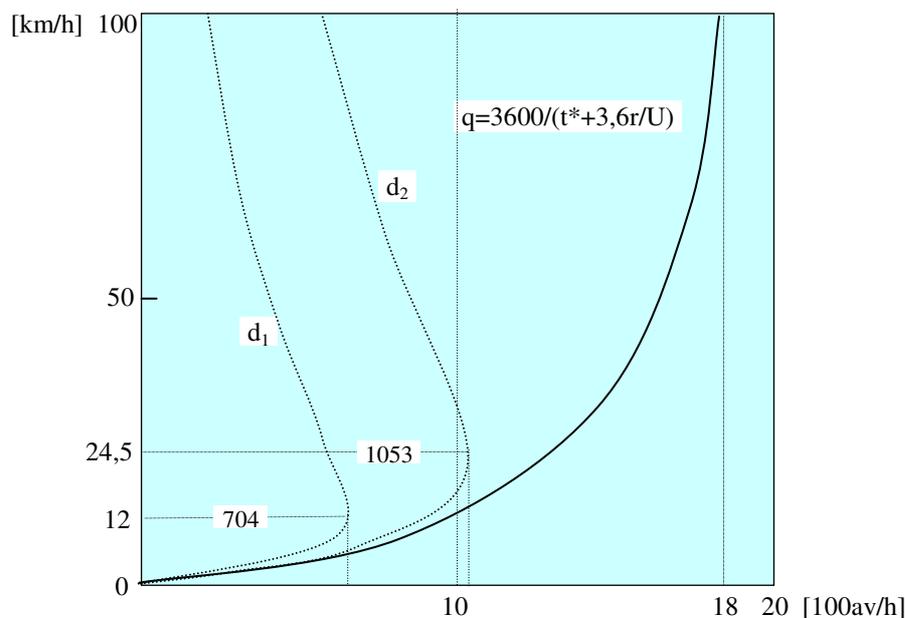


Fig. 11 - Diagramma complessivo delle curve di deflusso dei modelli a spaziatura funzione della velocità

4.3. Modello del veicolo accodato (follow-the-leader)

È basato sull'ipotesi che un conducente in una corrente densa risponda con un ritardo T ad uno stimolo proveniente dal veicolo che lo precede adeguando la marcia a quella di quest'ultimo. L'ipotesi è aderente al comportamento reale dei conducenti che marciano incolonnati senza possibilità di sorpasso (strade a 2 corsie ad alta densità di traffico nei due sensi).

Il M. è basato su una relazione psicotecnica del tipo:

$$\text{RISPOSTA} \propto \text{SENSIBILITÀ} \times \text{STIMOLO} \quad 27$$

RISPOSTA: decelerazione/acceleraz.ne del veicolo $n+1$ al tempo $t+T$

STIMOLO: velocità relativa dei veicoli accodati n e $n+1$ al tempo t

SENSIBILITÀ: costante, a gradino, \propto a velocità/spaziatura.

Stimolo e risposta sono correlati tramite la funzione sensibilità L che dipende dalla psiche dei conducenti accodati e che può essere espressa da una legge generale del tipo:

$$L = c [\dot{x}_{n+1}^m(t+T)/s_{n+1}^1(t)] \quad [t^{-1}] \quad 28$$

l, m = esponenti ≥ 0 .

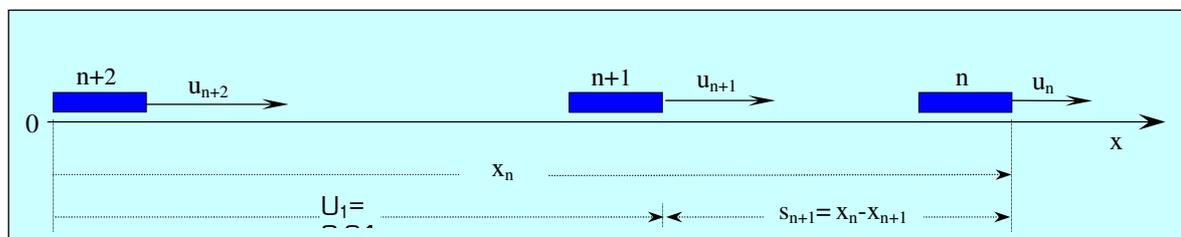


Fig. 12 - Schema del modello del veicolo accodato all'istante "t"

Tenuto conto delle 27/28, l'equazione del modello può essere scritta:

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = c [\dot{x}_{n+1}^m(t+T)/s_{n+1}^1(t)] [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] \quad 29$$

La risposta del veicolo accodato (*a/d*) a uno stimolo proveniente da quello di testa *n*, si ha dopo un tempo *T* ed è direttamente proporzionale alla velocità relativa dei veicoli *n* e *n+1* al tempo *t* a meno della funzione *L*. La costante *c* assume dimensioni coerenti con la 29 secondo il valore degli esponenti *m* ed *l*.

La velocità relativa (+ o -) può essere dovuta sia al leader che all'accodato: nel 1° caso lo stato iniziale è costituito da due veicoli che marciano alla stessa velocità ad una distanza stimata di sicurezza dal conducente accodato fino a quando, al tempo *t*, il leader modifica il suo moto; nel 2° caso è il veicolo accodato che possiede inizialmente una velocità maggiore che conserva finché la spaziatura non assume un valore = a quello ritenuto di sicurezza.

La 29, eq. differ.le lineare non omogenea a coeff.ti costanti, risolta per un andamento noto della *V.* dell'*n*-simo veicolo, fornisce l'andamento della *V.* del veicolo accodato (*n+1*) e può descrivere due aspetti del deflusso:

- la *stabilità* (velocità non oscillante) di una microcorrente veicolare, determinata dall'entità dello sfasamento *T* tra stimolo e risposta;
- la *stazionarietà*, possibile solo in caso di stabilità, studiabile ponendo nella 29 il ritardo psicotecnico $T = 0$.

Lo studio della *stabilità* intrapreso sulla base della 29 presenta grosse difficoltà dovute alla complessità della funzione *L* per cui si assume la forma semplificata: $L = cost = c$. La 29 diviene differenziale lineare di 2° ordine a coefficienti costanti non omogenea; *c* ha dimensioni di $[t^{-1}]$.

Lo studio della *stazionarietà* non presenta difficoltà: si perviene alla definizione delle relazioni velocità-densità per quelle combinazioni di esponenti *m*, *l* della sensibilità che consentono di utilizzare appropriatamente le condizioni ai limiti.

Il Modello consente anche di studiare la propagazione di *onde d'urto* generate nelle correnti dense da variazioni di moto di un *vei* e che viaggiano generalmente verso monte nella colonna di veicoli.

4.3.1. Lo stato stazionario

Dal modello del car-follow si ricavano le curve di deflusso (cioè le relazioni tra *u*, *k*, *q* intesi deterministicamente attraverso le medie) in stato stazionario. Posto $T=0$ nella 29 e sostituendovi:

$$\ddot{x}_{n+1} = du_{n+1}/dt; \quad \dot{x}_{n+1} = u_{n+1}; \quad x_n - x_{n+1} = s_{n+1} = 1/k_{n+1}; \quad \dot{x}_n - \dot{x}_{n+1} = ds_{n+1}/dt = -(1/k_{n+1}^2) dk_{n+1}/dt$$

omettendo, infine gl'indici perché s'estendono a tutta la corrente le relazioni tra coppie di veicoli in quanto la marcia è omotachica, si ha:

$$du/dt = cu^m (1/k)^{-1} (-1/k^2) dk/dt = -c u^m k^{l-2} dk/dt \quad 30$$

eliminando *dt* e portando *u* al 1° m. si ha l'equazione generale di stato:

$$\mathbf{u^{-m} du = -c k^{l-2} dk} \quad 31$$

Integrando separatamente ambo i m., utilizzando le condizioni ai limiti della *u(k)* per determinare le costanti *c* e *A*, si perviene a stabilire una gamma di relazioni *u(k)*, *q(k)*, *q(u)* funzione dei valori attribuiti agli esponenti della sensibilità *l* ed *m*.

In Tab. 4 sono riportate le soluzioni della 31 per combinazioni di *l* ed *m* non negativi.

Tab. 4 - Matrice delle equazioni di stato stazionario: $u = u(k)$

	$m < l$	$m = l$	$m > l$
$l < l$	$u^{1-m}/(1-m) = -c k^{l-1}/l-1 + A$	$\ln u = -c k^{l-1}/l-1 + A$	$u^{1-m}/(1-m) = -c k^{l-1}/l-1 + A$
	$u(k_j) = 0 \rightarrow A = c k_j^{l-1}/l-1$	$u(k_j) = 0 \rightarrow A = \text{n.d.}$	$u(k_j) = 0 \rightarrow A = \text{n.d.}$
	$u(0) = u_1 \rightarrow c = \text{n.d.}$	$u(0) = u_1 \rightarrow c = \text{n.d.}$	$u(0) = u_1 \rightarrow c = \text{n.d.}$
	$u = [(1-m)(l-1)^{-1}c(k_j^{l-1} - k^{l-1})]^{1/(1-m)}$	n.d.	n.d.
$l = l$	$u^{1-m}/(1-m) = -c \ln k + A$	$\ln u = -c \ln k + A$	$u^{1-m}/(1-m) = -c \ln k + A$
	$u(k_j) = 0 \rightarrow A = c \ln k_j$	$u(k_j) = 0 \rightarrow A = \text{n.d.}$	$u(k_j) = 0 \rightarrow A = \text{n.d.}$
	$u(0) = u_1 \rightarrow c = \text{n.d.}$	$u(0) = u_1 \rightarrow c = \text{n.d.}$	$u(0) = u_1 \rightarrow c = \text{n.d.}$
	$u = [(1-m) c \ln(k_j/k)]^{1/1-m}$	n.d.	n.d.
$l > l$	$u^{1-m}/(1-m) = -c k^{l-1}/l-1 + A$	$\ln u = -c k^{l-1}/l-1 + A$	$u^{1-m}/(1-m) = -c k^{l-1}/l-1 + A$
	$u(0) = u_1 \rightarrow A = u_1^{1-m}/(1-m)$	$u(0) = u_1 \rightarrow A = \ln u_1$	$u(0) = u_1 \rightarrow A = u_1^{1-m}/(1-m)$
	$u(k_j) = 0 \rightarrow c = (l-1/1-m)u_1^{1-m}/k_j^{l-1}$	$u(k_j) = 0 \rightarrow c = \text{n.d.}$	$u(k_j) = 0 \rightarrow c = \text{n.d.}$
	$u = u_1[1-(k/k_j)^{l-1}]^{1/(1-m)}$	$u = u_1 \exp(-c k^{l-1}/l-1)$	$u = [u_1^{1-m} - (1-m/l-1)ck^{l-1}]^{1/(1-m)}$

4.3.2. Casi d'interesse scientifico

CASO DI GREENSHIELDS: $m=0, l=2$

VELOCITÀ-DENSITÀ: posto $m=0$ e $l=2$ nella soluzione della 31 in Tab. 4, si ha:

$$u = -ck + A \quad 32$$

la "A", dalla $u(0)=u_1$:

$$A = u_1$$

la "c", dalla $u(k_j)=0$:

$$c = u_1/k_j$$

sostituendo nella 1.32:

$$u = u_1 (1 - k/k_j) \quad 33$$

normalizzando: $U=u/u_1$ ($0 \leq U \leq 1$); $K=k/k_j$ ($0 \leq K \leq 1$)

$$U = 1-K \quad 33'$$

FLUSSO-DENSITÀ: dalla $q(k)=u(k)k$

$$q = u_1 k(1-k/k_j) \quad 34$$

normalizzando: $Q=q/u_1k_j$ ($0 \leq Q \leq 1/4$)

$$Q = K-K^2 \quad 34'$$

parabola ad asse verticale concava verso il basso c/vertice per il max della $Q(K)$.

FLUSSO MAX, OTTIMI: la dQ/dK è nulla per:

$$K = K_0 = 1/2; \quad k_0 = 1/2 k_j \quad 35$$

il flusso max:

$$Q_0 = 1/4; \quad q_0 = 1/4 u_l k_j \quad 36$$

la velocità ottima:

$$U_0 = Q_0/K_0 = 1/2; \quad u_0 = 1/2 u_l \quad 37$$

Normalizzando il flusso al suo max: $q/q_0 = Q^*$, ($0 \leq Q^* \leq 1$), la 34 diviene (Fig. 13):

$$Q^* = 4(K-K^2) \quad 38$$

Con una trasformazione di variabili si ha la relazione *flusso-velocità* che ha costituito il supporto teorico per la definizione dei campi delle condizioni operative di una strada: i *Livelli di Servizio*.

$$Q^* = 4(U-U^2) \quad 39$$

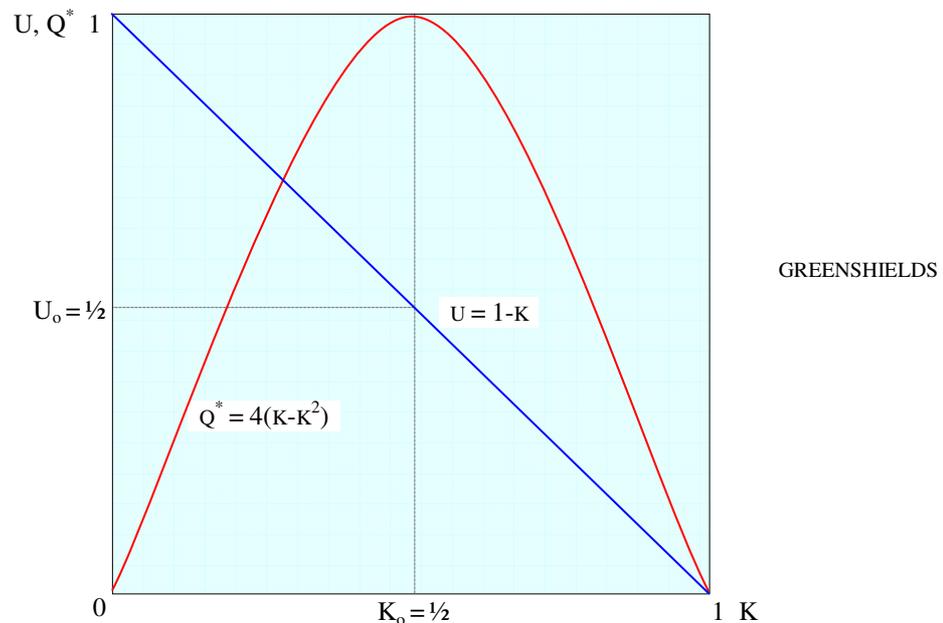


Fig. 13 - Diagrammi normalizzati velocità-densità e flusso-densità per $m=0$ e $l=2$

Le relazioni di G. soddisfano le principali condizioni ai limiti e sono atte ad interpretare i risultati sperimentali; la $q(k)$ ha un difetto di “rigidità” di forma perché il max è vincolato a cadere in corrispondenza del 50% di k_j .

4.4. Il modello fluidodinamico

La meccanica dei fluidi è basata sul principio di conservazione della massa: nel caso del tubo di corrente e fluido comprimibile, se in un dato volume l’uscita di massa fluida nell’unità di tempo è maggiore di quella entrante, il principio citato postula che in questo volume si abbia un corrispondente decremento della massa contenutavi; tale principio viene tradotto nell’equazione di continuità dei fluidi comprimibili, relazione fondamentale dell’idrocinesimatica. Si cercherà ora di pervenire all’analogia equazione per la corrente veicolare che, insieme alla relazione fondamentale $q=q(k)$, co-

stituisce il modello fluidodinamico del traffico (Lighthill e Whitham, 1955).

Se, per analogia, la corrente veicolare viene considerata come un fluido comprimibile monodimensionale di densità k , velocità u ed il sistema sia conservativo, in accordo con il principio di conservazione della massa, ora definibile *legge di conservazione dei veicoli*, si potrà affermare che la variazione del numero di veicoli in un tratto di strada elementare dx nel tempo dt , cioè la variazione di densità, deve eguagliare la differenza tra i veicoli entranti nella sezione di ascissa x e quelli usciti dalla sezione $x+dx$ nello stesso intervallo dt , cioè la variazione di flusso. Si veda, a chiarimento, lo schema della Fig. 14, dal quale si deduce che la legge di conservazione della *massa veicolare* può essere espressa dalla:

$$\text{variazione n}^\circ \text{ vei. in } dx = \text{vei. in} - \text{vei. out} \quad (\gamma)$$

e, in termini differenziali:

$$kdx - [k - (\partial k / \partial t) dt] dx = qdt - [q + (\partial q / \partial x) dx] dt \quad (\lambda)$$

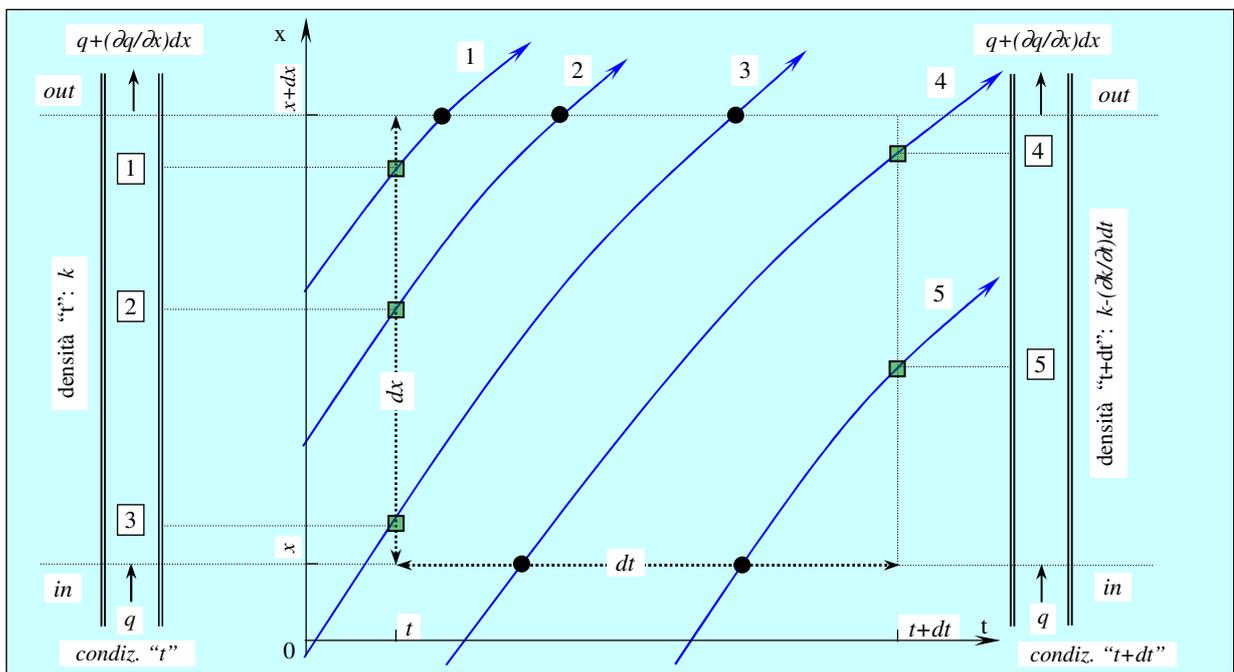


Fig. 14 - Legge di conservazione dei veicoli (schema interpretativo)

Ricordando che $q=ku$, ossia $q=q(k)$, sviluppando e raggruppando i due membri della (λ) , si avrà:

$$\frac{\partial k(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial (ku)}{\partial x} = 0 \quad \text{o:} \quad \frac{\partial k(x,t)}{\partial t} + \frac{dq}{dk} \frac{\partial k(x,t)}{\partial x} = 0 \quad 40$$

dq/dk = coefficiente angolare della tg alla $q(k)$ nel punto d'ascissa " k ", costante

che rappresenta l'equazione di un'onda "cinematica", variazione di densità (e portata) nel tempo e nello spazio. Dalla soluzione della 40 si deduce che le variazioni di densità (le onde) si spostano lungo la corrente veicolare con velocità pari al coefficiente angolare della tg alla $q(k)$. Se la condizione iniziale è $0 < k < k_0$, $dq/dk > 0$ e le onde viaggiano in avanti, se invece è $k_0 < k < k_j$, $dq/dk < 0$ e le onde viaggiano all'indietro lungo la corrente veicolare.

Per completare il modello di deflusso è necessaria una terza relazione: ipotizzato allora che i conducenti regolino la loro velocità in funzione delle condizioni del traffico, si è assunta la seguente *equazione del moto*:

$$\frac{du}{dt} = -c^2 k^n \frac{\partial k}{\partial x} \quad 41$$

che significa supporre che i conducenti adeguano la loro marcia in funzione della densità *locale* e

della variazione di detta densità a meno di una costante di proporzionalità c .

Il segno (-) è dovuto al fatto che se la densità sta aumentando ($\partial k/\partial x > 0$), i conducenti decelerano avvedendosi di avere meno spazio davanti a loro e quindi $du/dt < 0$; il contrario avviene se la densità diminuisce, mentre se $\partial k/\partial x = 0$ la densità è costante, l'accelerazione è nulla e la corrente marcia in moto uniforme.

Risolviendo le 40/41 per $u=f(k)$ e utilizzando la $q(k)=u(k)k$, si perviene ad esprimere in forma generalizzata l'equazione fondamentale del deflusso.

$$\mathbf{du = -c k^{(n-1)/2} dk} \quad 42$$

Quest'espressione rappresenta la legge generale ricercata tra i parametri del deflusso: al variare dell'esponente "n" essa permette di ricavare svariate forme di curve di interesse applicativo.

L'integrale generale della 42 per $n > -1$ si determina agevolmente: infatti, posto $z=(n-1)/2$, è:

$$u = -c[k^{z+1}/(z+1)]+A \quad 43$$

dalla $u(k_j)=0$, la costante A è:

$$A = ck_j^{z+1}/(z+1)$$

e sostituendo A nella 43 con $z+1=(n+1)/2$, si ha:

$$u = 2c[k_j^{(n+1)/2}-k^{(n+1)/2}]/(n+1) \quad 44$$

dalla $u(0)=u_1$ si determina "c":

$$c = 1/2(n+1)u_1k_j^{-(n+1)/2}$$

infine, sostituendo c nella 44:

$$\mathbf{u = u_1[1-(k/k_j)^{(n+1)/2}]} \quad \mathbf{U = 1-K^{(n+1)/2}} \quad 45$$

Ricordando poi che $q=ku$:

$$\mathbf{q = u_1k[1-(k/k_j)^{(n+1)/2}]} \quad 46$$

normalizzando con $Q=q/u_1k_j$:

$$Q = K-K^{(n+3)/2} \quad 47$$

Derivando ed uguagliando a zero la 47, il massimo del flusso si ha per il valore *ottimo* di K:

$$K_o = [1/2(n+3)]^{-2/(n+1)}$$

e vale:

$$Q_o = (n+1)(n+3)^{-1}[1/2(n+3)]^{-2/(n+1)}$$

la velocità ottima:

$$U_o = Q_o/K_o = (n+1)/(n+3)$$

e, normalizzando il flusso al suo massimo, $q/q_o = Q^*$; $0 \leq Q^* \leq 1$:

$$\mathbf{Q^* = (n+3)(n+1)^{-1}[1/2(n+3)]^{2/(n+1)}[K-K^{(n+3)/2}]} \quad 48$$

In Fig. 15.a è rappresentata la relazione *portata-densità* 48 per valori interi di n da 0 fino al limite di 8, oltre il quale le forme assunte dalle curve di deflusso non hanno più interesse per mancanza di riscontro sperimentale.

In Fig. 15.b sono rappresentate le curve *velocità-densità* espresse dalla 45 per gli stessi valori dell'esponente n utilizzati per la costruzione delle curve $Q^*(K)$. Si rileva anche che, per opportuni valori di n , si possono ritrovare alcune delle relazioni ricavabili dal modello del veicolo accodato per particolari combinazioni degli esponenti l , m . Infatti, per $n=0$ si ritrova il caso di Drew ($l=1,5$, $m=0$); per $n=1$ si ottiene la parabola di Greenshields ($l=2$, $m=0$), ecc.; altre interessanti relazioni si possono derivare per valori non-interi di n .

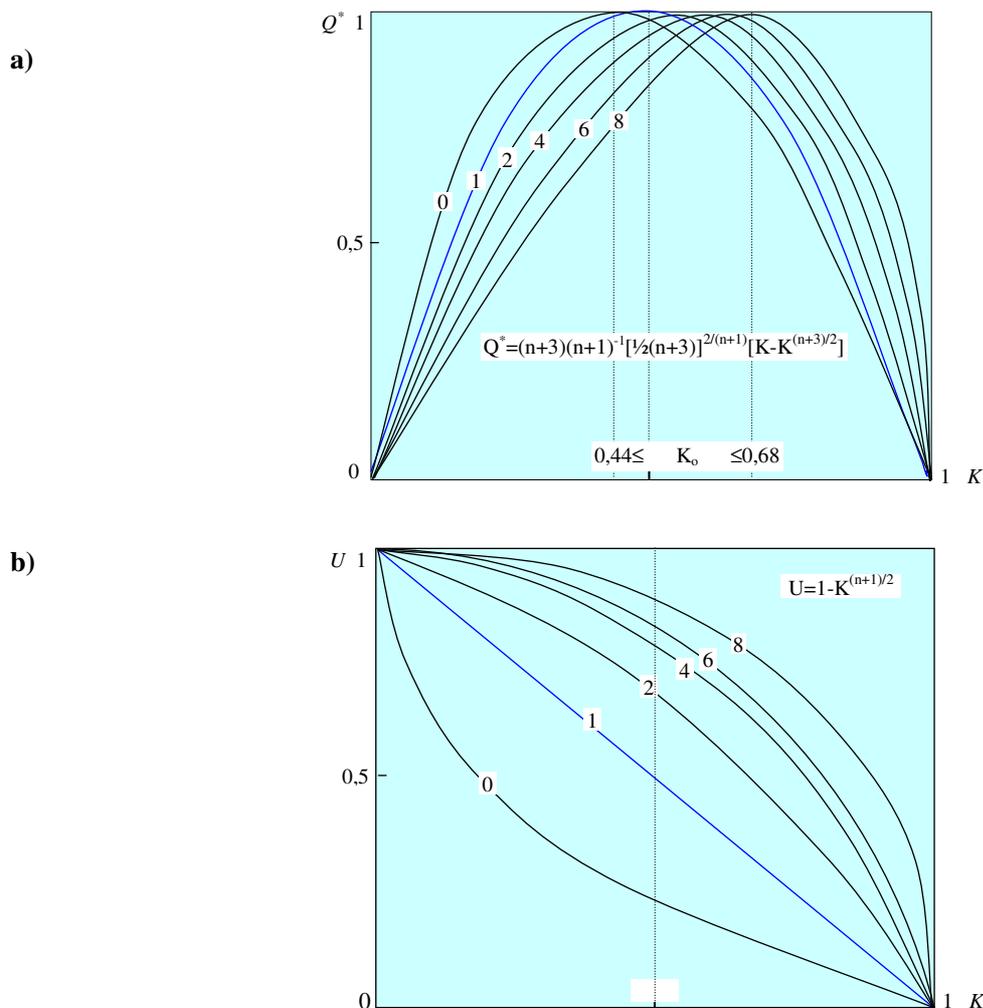


Fig. 15.a/b - Curve di deflusso normalizzate portata-densità (a) e velocità-densità (b) derivate dall'analogia fluidodinamica per $n = 0, 1, 2, 4, 6, 8$

Nelle $Q^*(K)$ si nota che al crescere di n il massimo del flusso si sposta verso valori via via crescenti di densità e s'incrementa in valore assoluto; nelle $U(K)$ è buona l'approssimazione ai rilievi sperimentali nella zona delle basse densità per $3 \leq n \leq 8$, e nella zona delle alte densità per $-1/4 \leq n \leq 0$.

5. I livelli di servizio

5.1. Caratteristiche generali

Per il progetto o l'ammodernamento d'una strada è necessario definirne le condizioni d'esercizio in funzione del traffico secondo una scala al fine di effettuare confronti tra costi di costruzione e/o di miglioramento e scegliere la soluzione ottima compatibile con obiettivi e vincoli prefissati.

Le condizioni d'esercizio sono rappresentate dal costo generalizzato del trasporto per l'utente formato da: costi fissi e variabili del veicolo, tempo, comfort, rischio.

Poiché è risultato difficile correlare direttamente la qualità della circolazione al costo generalizzato, si è adottato il metodo Hcm '85 che definisce le condizioni di deflusso (legate a dati requisiti della strada) in funzione di grandezze facilmente misurabili e correlate al costo. Tali grandezze sono:

- la velocità media di viaggio u , che dà un'idea della sua durata
- la densità veicolare k , 1° indicatore di libertà di guida, comfort, sicurezza e costo
- il flusso q (o q/q_0), 2° indicatore di libertà di guida, comfort, sicurezza e costo.

Il campo d'operatività del deflusso veicolare, rappresentabile per ogni tipologia stradale da curve di deflusso in un piano $u-q$, è stato diviso in 6 zone: le prime 5 costituite da rettangoli parzialmente

compenetrantisi e la 6^a delimitata da una curva; tali zone, distinte da lettere da A a F in ordine decrescente di qualità di circolazione, costituiscono i LdS delle strade a flusso ininterrotto (Fig. 16) che vengono individuati da particolari valori di velocità, densità o rapporto v/c .

Si definiscono:

- portata di servizio massima (PSM, PS) = max flusso orario di un livello
- capacità della strada (c) = portata oraria max assoluta, PSM del livello E.

I limiti di separazione tra i livelli A-B, D-E, E-F derivano dalla trattazione dell'analogia *energia-quantità di moto* del flusso veicolare di Drew e Keese (1965).

Poiché il campo del flusso stabile copre un'ampia fascia di condizioni operative, per esigenze progettuali esso è stato suddiviso empiricamente in 3 livelli (B, C, D) di ampiezza decrescente in portata e crescente in velocità. In Tab. 5 una descrizione generale delle condizioni di marcia ai vari livelli di servizio.

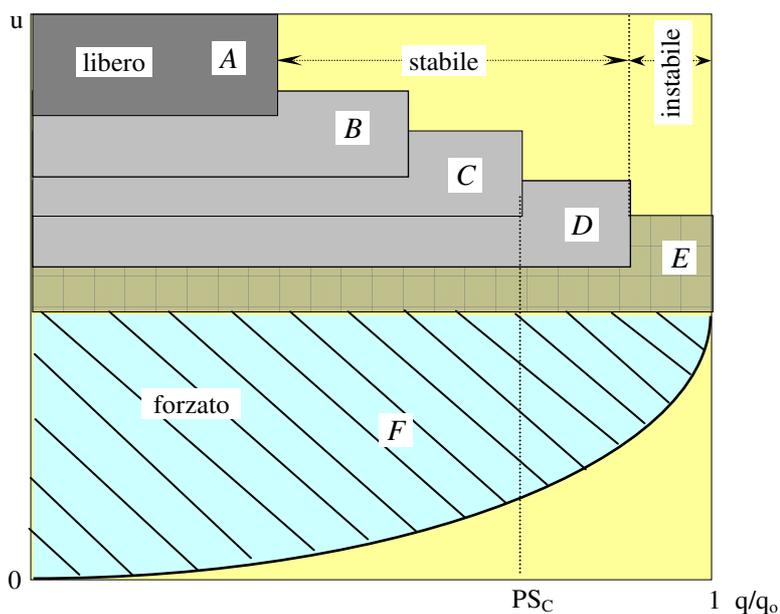


Fig. 16 - Schema qualitativo generale dei LdS

Tab. 5 - Condizioni di marcia ai vari livelli di servizio

A	Gli utenti non hanno interferenze alla marcia, possibile la scelta delle velocità desiderate; comfort notevole.
B	Lievi condizionamenti alle libertà di manovra e al mantenimento delle velocità desiderate; comfort discreto.
C	Marcia influenzata dalle mutue interferenze dei veicoli che limitano la scelta delle velocità e le manovre all'interno della corrente; comfort modesto.
D	Alte densità ma ancora stabilità di marcia; velocità e manovre fortemente condizionate; modesti incrementi di domanda creano problemi di regolarità di deflusso; comfort basso.
E	Condizioni di deflusso includenti, al limite inferiore, la capacità; velocità modeste ($\approx 1/2$ di quelle del LdS A) e scelta di V. impossibile; moto instabile, piccoli incrementi di domanda o modesti disturbi (rallentamenti) non sempre sono riassorbiti da decrementi di velocità e si può innescare la congestione; comfort minimo.
F	Flusso forzato: si ha se la domanda supera la capacità della sezione utile (ad es. per restringimenti dovuti ad incidenti); si ritrova questo livello nella formazione di code crescenti; velocità di deflusso bassissime, densità molto elevate e arresti frequenti; moto di stop-and-go tipico dell'instabilità della marcia in colonna; comfort assente.

5.2. La delimitazione dei LdS derivata dall'analogia energetica

Tab. 6 - Corrispondenze tra i sistemi

Fattore	Sistema idrodinamico	Sistema traffico
Variabili	ρ = densità massica	k = densità veicolare
“	v = velocità fluido	u = velocità media veicoli
Parametri	ρv = quantità di moto	$k u = q$ = flusso
“	$E = \frac{1}{2}\rho v^2$ = en. cinetica fluido	$E = \beta \cdot ku^2$ = energia cinetica traffico
“	ε = energia interna fluido	σ = disturbo d'accelerazione

Date le corrispondenze di Tab. 6, si definisce *energia cinetica* della corrente veicolare la quantità:

$$E = \beta \cdot ku^2 = \beta \cdot qu \quad [m/s^{-2}] \quad (\beta = \text{cost})^3 \quad 49$$

L'E rappresenta l'energia del moto della corrente di traffico associata alla massa-veicolo; ad essa si somma l'energia interna o persa in forma di movimenti parassiti ed erratici dovuti a interazioni veicolari e cattiva geometria stradale. Poiché lo *sqm* delle accelerazioni dei veicoli (disturbo d'accelerazione σ) dà una misura dell'omogeneità di marcia di una corrente e poiché le dimensioni di E e di σ sono accelerazioni, si è assunto σ a rappresentare l'energia interna del traffico I.

Analogamente al principio di conservazione della massa, si può esprimere per la corrente veicolare la legge di conservazione dell'energia su un tratto di strada x ove l'energia totale T è costituita dall'energia cinetica E più quella interna I.

$$T = E + I = \beta \cdot ku^2 + \sigma \quad 50$$

La 50 dice che nel sistema-traffico non può esservi perdita ma solo conversione d'energia, da una forma meccanica (energia cinetica) ad una interna, analoga a quella termica. Le forze di frizione o attrito interno alla corrente tendono a convertire la forma d'energia voluta (moto) in altre meno quantificabili (interazioni veicolari).

Se s'utilizza l'energia della corrente di traffico come funzione da ottimare, si possono determinare i valori di k ed u che massimizzano l'energia cinetica (e minimizzano quella interna) e confrontarli con quelli corrispondenti all'ottimo della quantità di moto $q=ku$. L'ottimo energetico unito a quello di *qdm* consente di delimitare i LdS confrontando le relazioni $E(u)$, $I(u)$ con la $q(u)$ del caso $n=1$ (cfr. parabola di Greenshields).

- Dall'analogia fluidodinamica, **quadrando** $u(k) \rightarrow u = u_1 [1 - (k/k_j)^{(n+1)/2}]$ - per $n=1$ - e sostituendo in 49, si avrà $E(k)$:

$$E(k) = \beta u_1^2 k [1 - 2(k/k_j) + (k/k_j)^2] \quad 51$$

sostituendo $k(u)$ nella 49 (c/trasformaz. di variab. in $u(k)$, per $n=1$):

$$E(u) = \beta k_j u^2 [1 - (u/u_1)] \quad 52$$

OTTIMI ENERGETICI: dalle $dE/dk = dE/du = 0$

$$k_m = k_j (n+2)^{-2/(n+1)} = \frac{1}{3} k_j \quad (n=1) \quad \alpha$$

$$u_m = u_1 (n+1)/(n+2) = \frac{2}{3} u_1 \quad (n=1) \quad \beta$$

$$E_m = \beta k_m u_m^2 = \beta k_j u_1^2 (n+1)^2 (n+2)^{-2(n+2)/(n+1)} = \frac{4}{27} \beta k_j u_1^2 \quad (n=1) \quad \gamma$$

$$q_m = u_m k_m = k_j u_1 (n+1) (n+2)^{-(n+3)/(n+1)} = \frac{2}{9} k_j u_1 \quad (n=1) \quad \delta$$

è anche:

$$q_m/q_0 = \frac{2}{9} u_1 k_j / \frac{1}{4} u_1 k_j = Q^*_m = \frac{8}{9} \approx 0,89 \quad \varepsilon$$

³ β fa sì che $E+I = T$; è l'inverso del max n° di veicoli contenuti nel segm. x ove è mediato σ : $\beta = 1/k_j x$; mentre $x = (27/4) \sigma_{\max} / u_1^2$.

Limiti dei LdS

Si ricorda

$$\begin{aligned} Q^*(U) &= 4(U - U^2) \\ U(Q^*) &= \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{1 - Q^*}) \end{aligned}$$

RELAZIONE $E^*(U)$

Se $I \rightarrow 0$ l'energia cinetica $E \equiv T$ (pari al proprio max $E_m = 4/27 \beta k_j u_1^2$) per cui, normalizzando: $E(u)/T = E(u)/E_m = E^*$, $0 \leq E^* \leq 1$; rapportando la 52 ($U = u/u_1$) alla γ , si otterrà la relazione normalizzata **energia cinetica-velocità** (Fig. 17):

$$\begin{aligned} \frac{E(U)}{E_m} &= \frac{\beta k_j u_1^2 U^2 (1-U)}{\beta k_j u_1^2 4/27} & E(u)/T = E^*(U) &= 27/4(U^2 - U^3) \quad 53 \end{aligned}$$

RELAZIONE $I^*(U)$

Sostituendo la 53 nella 50 risolta per I/T ($I/T = 1 - E/T$): $I(u)/T = I^*(U)$, $1 \leq I^* \leq 0$:

$$I(u)/T = I^*(U) = 1 - (U^2 - U^3) 27/4 \quad 54$$

Dovendo essere rispettata la legge di conservazione dell'energia (3.2), dal confronto tra le curve di I ed E , ove è **max E^*** è **min I^*** ed esistono due valori positivi di velocità per i quali le **due forme d'energia si eguagliano**, cioè:

$$E^*(U) + I^*(U) = 1$$

$$E^*(U) = I^*(U) = 0,5 = 27/4(U^2 - U^3) \quad 55$$

$$U_2 = 1/3 \quad u_2 = 0,33u_1 \quad 56$$

$$U_1 = (1 + \sqrt{3})/3 \approx 0,91 \quad u_1 = 0,91u_1 \quad 57$$

DENSITÀ: dalla $K(U) = 1 - U$, sostituendovi U_1 e U_2

$$K_2 = 2/3 \quad k_2 = 2/3 k_j \quad 58$$

$$K_1 \approx 0,089 \approx 1/10 \quad k_1 \approx 1/10 k_j \quad 59$$

FLUSSO: sostituendo nella $Q^*(U) = 4(U - U^2)$ i valori di U_1 e U_2

$$Q_2 = Q^*_m = 8/9 \approx 0,89 \quad q_2 = 0,89 q_0 \quad 60$$

$$Q_1 \approx 0,325 \rightarrow 0,35 \quad q_1 \approx 0,35 q_0 \quad 61$$

Il massimo della $E(U)$ si ha per un valore di velocità pari a $2/3$ di quella libera e un flusso $\approx 0,89$ di quello max. Questa condizione individua il limite del passaggio dal livello stabile (D) a quello instabile (E). Infatti, a questo volume, ad un piccolo incremento di domanda segue un forte decremento di U ed E , e l'energia interna (σ) è minima.

La $I(U)$ è utile per individuare altri punti caratteristici delle condizioni di deflusso, infatti, dovendo essere rispettata la legge di conservazione dell'energia, si avranno due valori positivi di velocità per i quali le due forme d'energia si eguagliano, e ciò avviene per $U_1 = 0,91$ e $U_2 \approx 0,33$; questi punti, riportati nel piano $U-Q$, individuano il limite del passaggio dal LdS libero (A) a quello stabile (B-C-D) e quello del passaggio dall'instabile (E_2) al forzato (F).

La Fig. 17 riassume la delimitazione-base dei LdS adottata per le autostrade. Si noti che il LdS E ha un gradiente di velocità \gg di quello degli altri e che la divisione tra i livelli B-C e C-D non ha ragioni teoriche, è fatta empiricamente a fini manualistici e di progetto per ogni tipo di strada.

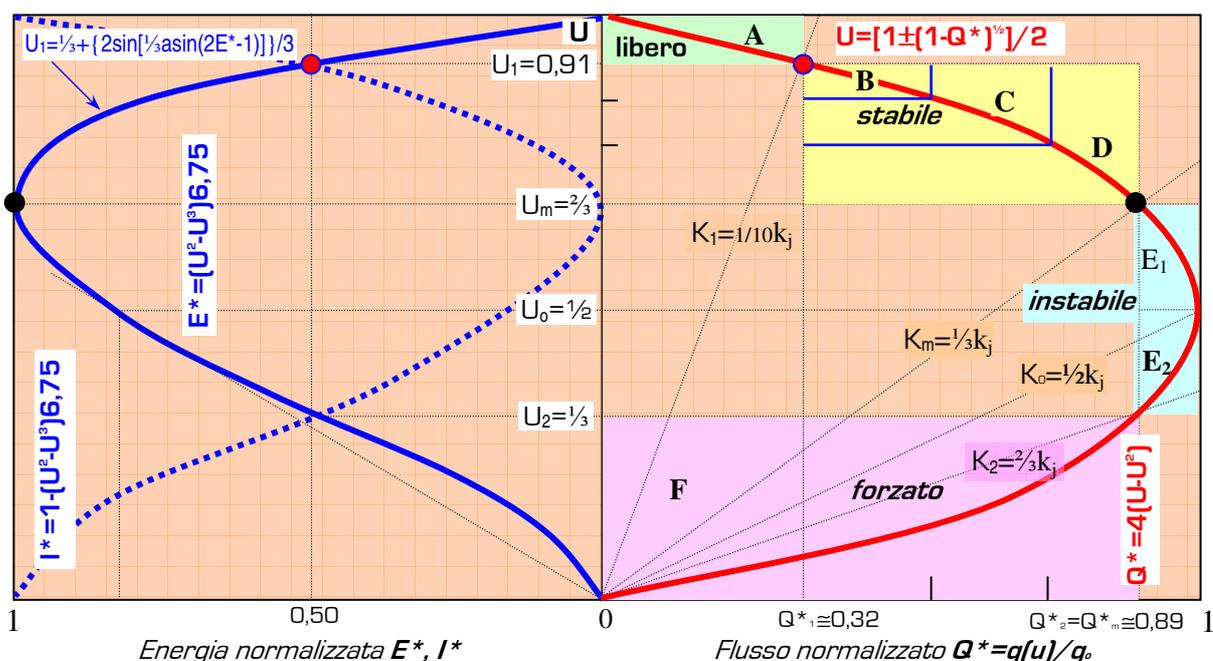


Fig. 17 - Rappresentazione dei LdS derivati dall'analogia "energia-quantità di moto"

Tab. 7 - Delimitazione dei LdS derivati dall'analogia "energia-quantità di moto" - Autostrade

LdS	Limiti superiori		Limiti inferiori				Descrizione
	U	Q*	U	Q*	U	Q*	
A <i>libero</i>	1,00	0,00	0,00	0,91	0,35	0,10	Velocità controllate dai desideri dei conducenti e dalle condizioni fisiche della strada: deflusso tipico per A. extraurbane.
B	0,91	0,35	0,10	0,83	0,55	0,17	Velocità condizionate primariamente dalla densità.
C	0,83	0,55	0,17	0,75	0,75	0,25	Condizioni ancora accettabili per A. in zone extra e suburbane.
D <i>stabile</i>	0,75	0,75	0,25	0,66	0,89	0,33	Condizioni accettabili per la progettazione corrente in area urbana; ai limiti inferiori il LdS è critico.
E1 <i>instabile</i>	0,66	0,89	0,33	0,50	1,00	0,50	Piccoli incrementi di domanda portano a forti riduzioni di velocità; alta densità e attriti interni (energia persa per differenze dimensionali, di velocità) danno instabilità; per brevi periodi si raggiunge la capacità.
E2 <i>instabile</i>	0,50	1,00	0,50	0,33	0,89	0,66	Alte densità e basse velocità non possono durare; si giunge inevitabilmente alla congestione.
F <i>forzato</i>	0,33	0,89	0,66	0,00	0,00	1,00	Si formano zone d'accumulo di veicoli fermi; frequenti arresti seguiti da ripartenze (stop-and-go); tipiche condizioni di congestione.

5.3. La capacità

La *capacità* è il massimo flusso veicolare che ha una ragionevole probabilità d'attraversare una sezione stradale nelle condizioni prevalenti di geometria, traffico e regolazione del deflusso in un intervallo di tempo nel quale può considerarsi stazionario. Si assume che le condizioni prevalenti siano costanti in ogni sezione stradale; qualunque modifica comporta variazioni di capacità. Le strade operano raramente alla capacità né sono dimensionate per tale portata (instabile); perciò la ricerca del flusso max non ha utilità progettuale. In Tab. 8 i parametri che influenzano la C.

Tab. 8 - Parametri che influenzano la capacità

Tipo di strada	Tipo di traffico	Tipo di conducenti	Ambiente/pavimentaz.
2 corsie, multicorsia; geometria e tipo piattaforma	sole autovett./misto; split tra sensi di marcia e corsie	abituali, occasional	pioggia, neve, ecc.; grado d'usura

5.3.1. Le condizioni “ideali”

Capacità e PS (IT_{15}) sono definite per ogni tipo di strada in base a condizioni *ideali* o *standard* tali che nessuna loro implementazione possa far aumentare la capacità stessa; sono riferite ai veicoli smaltibili senza correlazione con altri fattori di traffico (sicurezza, comfort, ecc.). Esse sono:

GEOMETRIA: corsie $\geq 3,66$ m, banchine e distanze da ostac. laterali $\geq 1,83$ m; V_{med} di base ≥ 113 km/h (multicorsia), ≥ 96 km/h (a 2 corsie), tracciato in piano.

TRAFFICO: sole autovetture e conducenti abituali.

In tali condizioni la capacità (IT_{15}) di una strada multicorsia è di 2000av/h-corsia e quella di una strada a 2 corsie a flussi bilanciati nei 2 sensi, è di ≈ 2800 av/h totali.

5.4. Applicazioni

In base al concetto di LdS e alle determinazioni quantitative dei parametri che lo definiscono, è possibile affrontare tre problematiche-tipo: analisi operativa, progetto, pianificazione.

L'ANALISI OPERATIVA

L'obiettivo è la determinazione del LdS di una strada noti o previsti la geometria e il traffico; risulta efficace anche per stime e valutazioni di vario genere, quali:

- valutazione del LdS risultante da miglioramenti di parti di tracciato o di punti critici
- confronti di interventi migliorativi su tracciato e piattaforma
- determinazione delle PS sotto differenti ipotesi operative di deflusso.

IL PROGETTO

L'obiettivo è la determinazione del n° di corsie necessarie per far defluire una data domanda di traffico ad un LdS assegnato. I dati di domanda da acquisire sono: traffico previsto per l'n-sima hdp, sua composizione e FhP; i dati d'offerta necessari sono: andamento generale del tracciato e standard geometrici minimi (larghezza corsie e banchine, franchi, VdP). Infine i vincoli da rispettare: valutazione d'impatto ambientale (Via), budget e normativa.

LA PIANIFICAZIONE

Ha lo stesso obiettivo del progetto, la differenza sta nel minor grado d'accuratezza dei dati (traffico previsto dedotto da Tgm di strade simili, tipologie stradali e di traffico standard). È usata per stime di massima del costo dell'infrastruttura.

Bibliografia

- Olivari M., “Elementi di teoria e tecnica della circolazione stradale”, F. Angeli, Milano, 1994.
Orlandi A., “Lezioni del corso di tecnica della circolazione”, Pitagora, Bologna, 1987.
Matson, Smith, Hurd, “Tecnica del traffico stradale”, CEDAM, Padova, 1961.
“Highway Capacity Manual”, *Trb Spec. Rpt.*, 209, Trb, Washington, D.C., 1985, 1999, 2000.