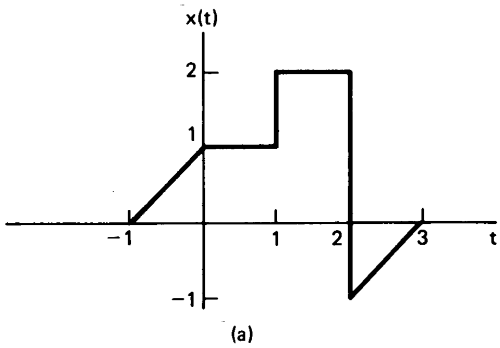
Esercizi sui trasformazioni di variabile



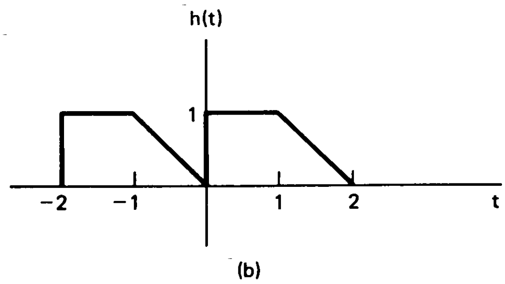


Fig. 1

1. In figura 1.a è indicato un segnale $x(t)$ tempo continuo. Si disegnino con cura i grafici dei seguenti segnali:
   - (i) $x(t-2)$
   - (ii) $x(1-t)$
   - (iii) $x(2t+2)$
   - (iv) $x(2-t/3)$
   - (v) $[x(t)+x(2-t)]u(1-t)$
   - (vi) $x(t)[\delta(t+\frac{3}{2})-\delta(t-\frac{3}{2})]$

2. In figura 2.a è indicato l'andamento di un secondo segnale tempo continuo $h(t)$. Anche in questo caso si disegnino con cura i grafici dei seguenti segnali:
   - (i) $h(t+3)$
   - (ii) $h(t/2-2)$
   - (iii) $h(1-2t)$
   - (iv) $4h(t/4)$
   - (v) $\frac{1}{2}h(t)u(t)+h(-t)u(t)$
   - (vi) $h(t/2)\,\delta(t+1)$
   - (vii) $h(t)[u(t+1)-u(t-1)]$

3. Con riferimento ai segnali $x(t)$ e $h(t)$ di fig. 1, si disegnino con cura gli andamenti dei seguenti segnali:
   - (i) $x(t)h(t+1)$
   - (ii) $x(t)h(-t)$
   - (iii) $x(t-1)h(1-t)$
   - (iv) $x(1-t)h(t-1)$
   - (v) $x(2-t/2)h(t+4)$

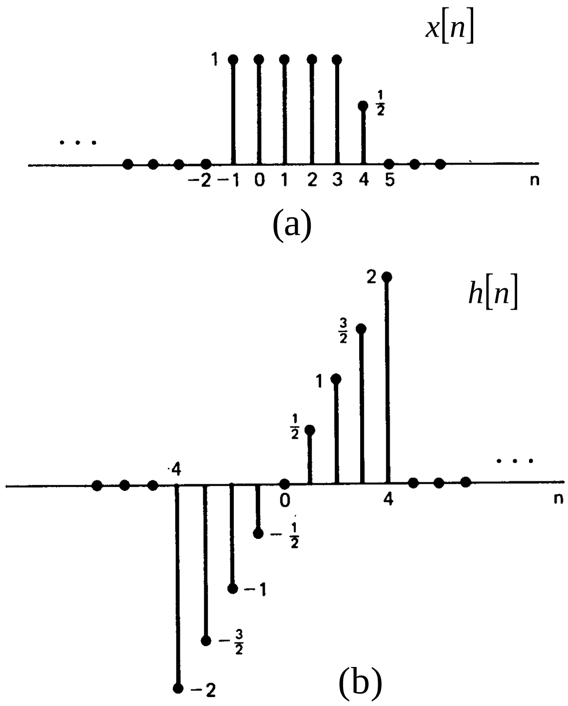


Fig. 2

4. In figura 2.a è rappresentato un segnale tempo discreto $x[n]$. Disegnare con cura l'andamento dei seguenti segnali:
   (i) $x[n-2]$
   (ii) $x[4-n]$
   (iii) $x[2n]$
   (iv) $x[2n+1]$
   (v) $x[n]u[2-n]$
   (vi) $x[n-1]\delta[n-3]$
   (vii) $\frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}(-1)^n x[n]$
   (viii) $x[n^2]$

5. Con riferimento al segnale tempo discreto $h[n]$ di fig. 2. B, si disegnino con cura gli andamenti dei seguenti segnali:
   (i) $h[2-n]$
   (ii) $h[n+2]$
   (iii) $h[-n]u[n] + h[n]$
   (iv) $h[n+2] + h[-1-n]$
   (v) $h[3n]\,\delta[n-1]$
   (vi) $h[n+1]\{u[n+3] - u[-n]\}$

6. Sempre con riferimento ai segnali tempo discreto $x[n]$ e $h[n]$ di fig 2 si disegnino infine gli andamenti dei seguenti segnali:

   (i) $h[n]x[-n]$
   (ii) $x[n+2]h[1-2n]$
   (iii) $x[1-n]h[n+4]$
   (iv) $x[n-1]h[n-3]$

Proprietà dei segnali

1. Disegnare con cura la parte pari e la parte dispari dei segnali rappresentati in figura 3.

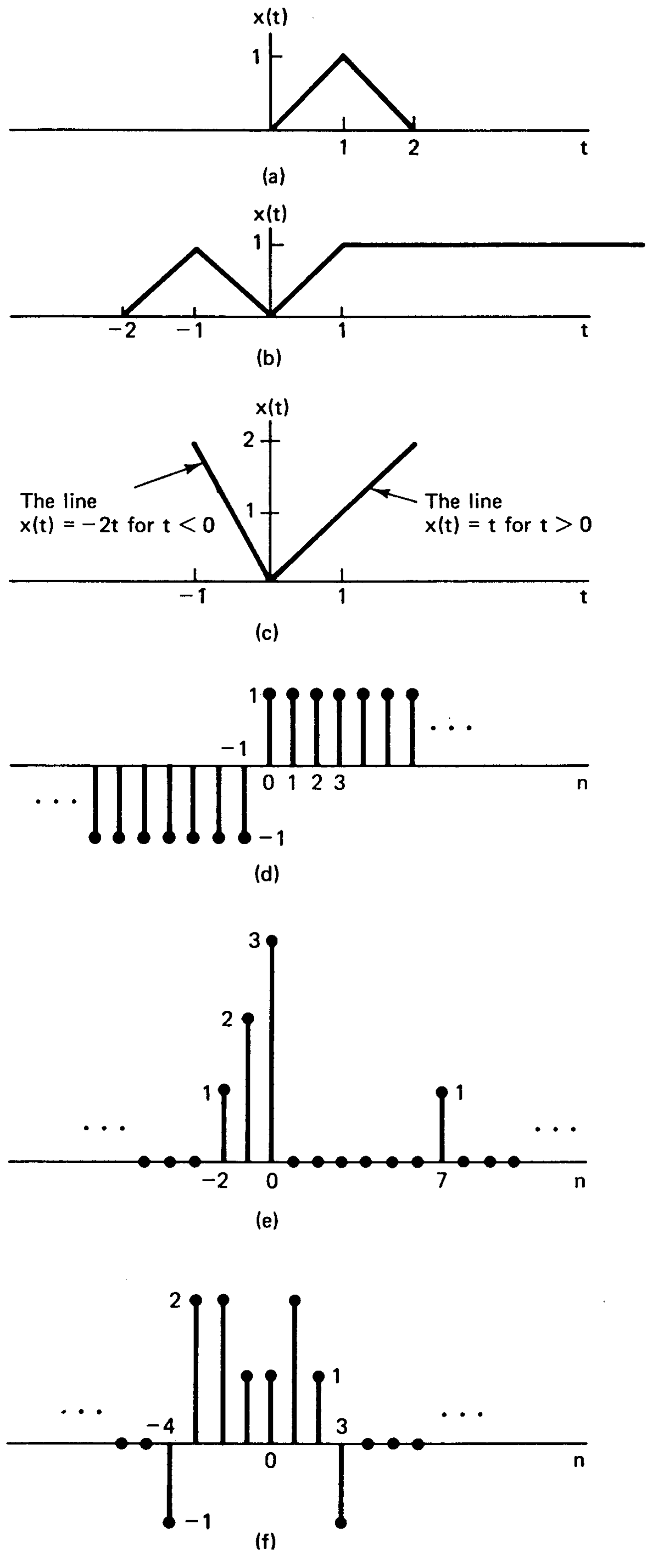


Fig. 3

2. Simmetrie:
   a) Dato un generico segnale tempo discreto $x[n]$ dispari, verificare che:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] = 0$$

   b) Sia $x_1[n]$ un segnale tempo discreto pari e $x_2[n]$ sia un segnale dispari. Mostrare che il prodotto $x_1[n]x_2[n]$ è un segnale dispari.

   c) Dato un generico segnale tempo discreto $x[n]$ si indichino con $x_p[n]$ e con $x_d[n]$ rispettivamente la sua parte pari e la sua parte dispari. Si verifichi che:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_p^2[n] + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_d^2[n]$$

   d) Verificare, dopo averle correttamente formulate, le analoghe proprietà richiamate ai punti a), b), c) allorquando i segnali coinvolti sono tempo continuo.

3. Nella figura 4 sono riportati gli andamenti di alcuni segnali.

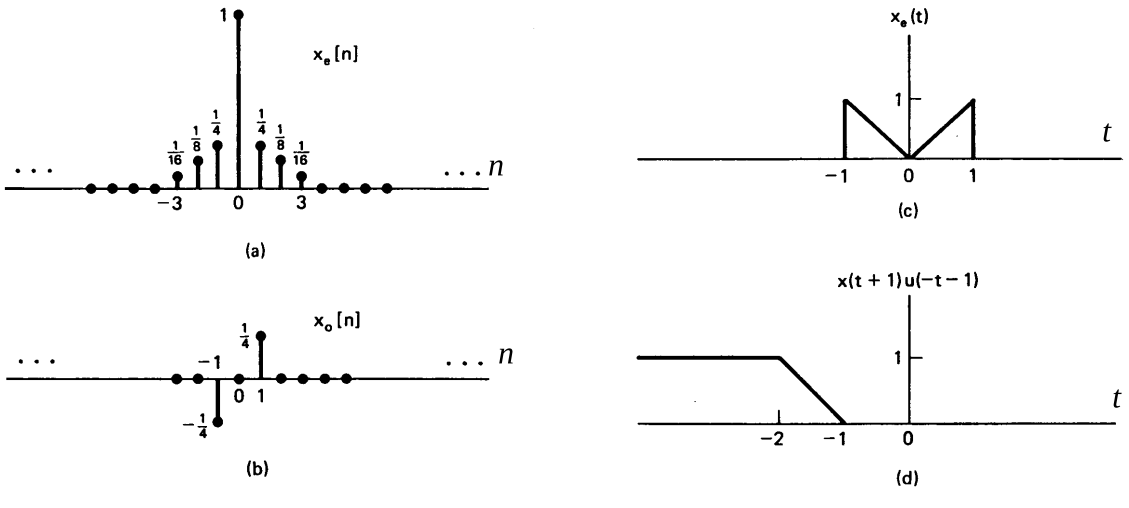


Fig. 4

   a) Il segnale $x_e[n]$ in fig 4 (a) è la parte <u>pari</u> (*even* = pari) di un segnale $x[n]$. Sapendo che $x[n] = 0$ per $n < 0$, determinare e disegnare con cura tutto $x[n]$.
   b) Il segnale $x_o[n]$ in fig 4 (b) è la parte <u>dispari</u> (*odd* = dispari) di un segnale $x[n]$. Sapendo che $x[n] = 0$ per $n < 0$ e che $x[0] = 1$, determinare e disegnare con cura tutto $x[n]$.
   c) In fig 4 (c) è rappresentata la parte <u>pari</u> $x_e(t)$ di un segnale tempo continuo $x(t)$. Inoltre, in fig. 4 (d) è disegnato l'andamento del segnale $x(t+1)u(-t-1)$. Determinare e disegnare con cura tutto la parte dispari $x_o(t)$ di $x(t)$.

4. Per ognuno dei seguenti segnali dire se è o non è periodico. In caso affermativo, calcolare il periodo.

(a) $x(t) = 2\cos(3t + \pi/4)$

(b) $x(t) = e^{j(\pi t - 1)}$

(c) $x[n] = \cos(8\pi n/7 + 2)$

(d) $x[n] = e^{j(n/8 - \pi)}$

(e) $x(t) = [\sin(t - \pi/6)]^2$

(f) $x[n] = \cos(\pi n^2/8)$

(g) $x[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \{\delta[n - 3m] - \delta[n - 1 - 3m]\}$

(h) $x(t) = [\cos 2\pi t]u(t)$

(i) $x(t) = \mathcal{E}v\{[\cos(2\pi t)]u(t)\}$

(j) $x(t) = \mathcal{E}v\{[\cos(2\pi t + \pi/4)]u(t)\}$

(k) $x[n] = \cos(n/4)\cos(\pi n/4)$

(l) $x[n] = 2\cos(\pi n/4) + \sin(\pi n/8) - 2\cos(\pi n/2 + \pi/6)$

(m) $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-3n)^2}$

1. Le tipiche proprietà di un sistema sono: <u>assenza di memoria</u>, <u>linearità</u>, <u>tempo invarianza</u>, <u>causalità</u>, <u>stabilità</u>. Determinare per ognuno dei sistemi elencati quali proprietà sono presenti, giustificando la risposta. (*In ogni esempio si è indicato con* $x(t)$ *o* $x[n]$ *il segnale di ingresso e con* $y(t)$ *o* $y[n]$ *quello di uscita*)

(a) $y(t) = e^{x(t)}$

(b) $y[n] = x[n]x[n-1]$

(c) $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$

(d) $y[n] = x[-n]$

(e) $y[n] = x[n-2] - 2x[n-17]$

(f) $y(t) = x(t-1) - x(1-t)$

(g) $y(t) = [\sin(6t)]x(t)$

(h) $y[n] = \sum_{k=n-2}^{n+4} x[k]$

(i) $y[n] = nx[n]$

(j) $y(t) = \int_{-\infty}^{3t} x(\tau)\, d\tau$

(k) $y[n] = \mathcal{E}v\{x[n]\}$ (= *parte pari di* x[n])

(l) $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ x(t) + x(t-100), & t \geq 0 \end{cases}$

(m) $y(t) = \begin{cases} 0, & x(t) < 0 \\ x(t) + x(t-100), & x(t) \geq 0 \end{cases}$

(n) $y[n] = \begin{cases} x[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x[n+1], & n \leq -1 \end{cases}$

(o) $y[n] = \begin{cases} x[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x[n], & n \leq -1 \end{cases}$

(p) $y(t) = x(t/2)$

(q) $y[n] = x[2n]$