

Teoria dei segnali
Prova scritta 19 febbraio 2013

- 1) Risolvere l'equazione $(z^*)^3 z^2 = -2$.
(Conviene operare in forma polare. L'asterisco indica il coniugato).
- 2) Si consideri il segnale $x[n] = \cos(2\pi n/3)$. Dire se si tratta di un segnale periodico e, in caso affermativo, determinarne il periodo.

3) Calcolare $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(\pi f)}{\pi f} \right)^2 df$. (Suggerimento: si utilizzi il teorema di Parseval).

- 4) Si consideri la funzione

$$H(z) = \frac{z+1-z^{-3}}{z^{-4}+1}.$$

- a) Determinare i poli e disegnarli nel piano complesso.
b) Quanti sono i sistemi LTI tempo discreto associabili a questa funzione?
c) Qualcuno di loro è stabile?
- 5) Quali delle seguenti funzioni possono essere una densità di probabilità?

(a) $f(x) = A_0 \cos(2\pi f_0 x)$,

(b) $f(x) = \begin{cases} x & -\sqrt{2} \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$,

(c) $f(x) = \begin{cases} 1/3 & 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$.

- 6) Sia $f(t) = \alpha x(t)$, dove $x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1/4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ e α è una variabile aleatoria uniformemente

distribuita tra -1 e 1. Si consideri il processo aleatorio $\left\{ y_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(t-n) \right\}$, dove n è intero.

- a) Si traccino con cura alcune realizzazioni del processo aleatorio.
b) Si determinino le medie temporali delle realizzazioni: il processo è regolare (per quanto concerne il solo valor medio)?
c) Si determini il valor medio d'insieme del processo. Il processo è stazionario (sempre per quanto concerne il valor medio)?
d) Il processo è ergodico (sempre con riferimento al valor medio)?