

Teoria dei segnali

Prova scritta 29-7-2014

- 1) Trovare il polinomio $P(z)$ a coefficienti reali di grado 5, avente $z = 1$ come radice semplice, $z = 1 - j$ come radice di molteplicità 2, e tale che $P(0) = 1$.

- 2) Si considerino i segnali sotto indicati. Verificare se ciascuno di loro è periodico, e in caso affermativo, determinare il periodo.

$$x[n] = \cos(n/3),$$

$$x[n] = \cos(n^2\pi/3),$$

$$x[n] = \cos(n\pi/3)\sin(n\pi/3) - \cos(n\pi/4).$$

- 3) Determinare la trasformata di Fourier di $x_1(t) = tx(t)$ in funzione di quella di $x(t)$. (Suggerimento: esprimere $X(f)$ in funzione di $x(t)$, secondo la formula di trasformazione, e derivare in funzione della frequenza).

Utilizzare il risultato ottenuto per calcolare la trasformata di $x_1(t) = te^{-at}u(t)$, $a > 0$ dopo aver calcolato quella di $x(t) = e^{-at}u(t)$, $a > 0$, a reale.

- 4) Si consideri la seguente equazione alle differenze:

$$2x[n] + x[n-1] - x[n-2] = \delta[n],$$

$$x[n] = 0, n < 0.$$

Determinare per via numerica i valori di $x[n]$, per n compreso fra 0 e 3.

Utilizzando la trasformata Z, determinare l'espressione di $x[n]$.

- 5) Quali delle seguenti funzioni possono essere una densità di probabilità?

(a) $f(x) = A_0 \sin(2\pi f_0 x),$

(b) $f(x) = \begin{cases} x & -\sqrt{2} \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$

(c) $f(x) = \begin{cases} 1/3 & 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$

- 6) Si consideri l'esperimento casuale che consiste nel lancio di una moneta. A esso si associ il processo aleatorio $\{x(t)\}^{(k)} = \begin{cases} +1 & \text{se esce testa} \\ -1 & \text{se esce croce} \end{cases}.$

Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale) e la funzione di autocorrelazione (sia d'insieme che temporale) di tale processo aleatorio.

a) Tale processo è stazionario (almeno in senso lato)?

b) Tale processo è regolare (almeno in senso lato)?

c) Tale processo è ergodico (almeno in senso lato)?