

## Teoria dei segnali

### Prova scritta 29-7-2014

1) Trovare il polinomio  $P(z)$  a coefficienti reali di grado 5, avente  $z = 1$  come radice semplice,  $z = 1 - j$  come radice di molteplicità 2, e tale che  $P(0) = 1$ .

2) Si considerino i segnali sotto indicati. Verificare se ciascuno di loro è periodico, e in caso affermativo, determinare il periodo.

$$x[n] = \cos(n/3),$$

$$x[n] = \cos(n^2\pi/3),$$

$$x[n] = \cos(n\pi/3)\sin(n\pi/3) - \cos(n\pi/4).$$

3) Determinare la trasformata di Fourier di  $x_1(t) = tx(t)$  in funzione di quella di  $x(t)$ . (Suggerimento: esprimere  $X(f)$  in funzione di  $x(t)$ , secondo la formula di trasformazione, e derivare in funzione della frequenza).

Utilizzare il risultato ottenuto per calcolare la trasformata di  $x_1(t) = te^{-at}u(t)$ ,  $a > 0$  dopo aver calcolato quella di  $x(t) = e^{-at}u(t)$ ,  $a > 0$ ,  $a$  reale.

4) Si consideri la seguente equazione alle differenze:

$$2x[n] + x[n-1] - x[n-2] = \delta[n],$$

$$x[n] = 0, n < 0.$$

Determinare per via numerica i valori di  $x[n]$ , per  $n$  compreso fra 0 e 3.

Utilizzando la trasformata Z, determinare l'espressione di  $x[n]$ .

5) Quali delle seguenti funzioni possono essere una densità di probabilità?

(a)  $f(x) = A_0 \sin(2\pi f_0 x),$

(b)  $f(x) = \begin{cases} x & -\sqrt{2} \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$

(c)  $f(x) = \begin{cases} 1/3 & 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$

6) Si consideri l'esperimento casuale che consiste nel lancio di una moneta. A esso si associ il processo aleatorio  $\{x(t)\}^{(k)} = \begin{cases} +1 & \text{se esce testa} \\ -1 & \text{se esce croce} \end{cases}.$

Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale) e la funzione di autocorrelazione (sia d'insieme che temporale) di tale processo aleatorio.

a) Tale processo è stazionario (almeno in senso lato)?

b) Tale processo è regolare (almeno in senso lato)?

c) Tale processo è ergodico (almeno in senso lato)?