

**Teoria dei segnali**  
**Prova scritta 8 giugno 2016**

1) Sia  $z=4-2j$  e  $w=3+5j$ . Determinare  $w^*z - |z^*w|$ . (\* indica il coniugato).

2) Verificare se il seguente sistema è lineare, tempo-invariante, causale, stabile:

$$y(t) = x(t-2) + x(2-t).$$

3) Sia  $H(e^{j\Omega}) = 1 + \frac{1}{2}e^{-j\Omega}$  la risposta in frequenza di un sistema LTI e  $X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$  la

trasformata di Fourier del segnale  $x[n]$  posto al suo ingresso. Determinare  $x[n]$  e  $y[n]$ .

4) Dire quanti sono i sistemi LTI che possono avere come funzione di trasferimento la funzione:

$$H(z) = \frac{z+1}{2z+3}.$$

Dire (giustificando le risposte) se sono stabili.

Determinare la loro risposta impulsiva destra. È causale?

5) Si consideri la seguente densità di probabilità di una coppia di variabili aleatorie:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x + y \geq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare il valore di  $c$ . Verificare se  $x$  e  $y$  sono indipendenti.

Facoltativo: determinare  $P[y < x]$ .

6) Si consideri il processo aleatorio  $\{x(t)\}^{(k)} = A_k^2 t$ , dove  $A_k$  è una variabile aleatoria uniformemente compresa fra 0 e 1. Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale), discutendo i risultati ottenuti.

**Teoria dei segnali**  
**Prova scritta 8 giugno 2016**

1) Sia  $z=4-2j$  e  $w=3+5j$ . Determinare  $\operatorname{Re}\{w^*z\} + z^*w$ . (\* indica il coniugato e Re la parte reale).

2) Verificare se il seguente sistema è lineare, tempo-invariante, causale, stabile:  $y(t) = \cos(3t)x(t)$ .

3) Sia  $H(e^{j\Omega}) = 1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}$  la risposta in frequenza di un sistema LTI e  $X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$  la

trasformata di Fourier del segnale  $x[n]$  posto al suo ingresso. Determinare  $x[n]$  e  $y[n]$ .

4) Dire quanti sono i sistemi LTI che possono avere come funzione di trasferimento la funzione:

$$H(z) = \frac{z^2}{2z-3}.$$

Dire (giustificando le risposte) se sono stabili.

Determinare la loro risposta impulsiva destra. È causale?

5) Si consideri la seguente densità di probabilità di una coppia di variabili aleatorie:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, x + y \geq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare il valore di  $c$ .

Facoltativo: Verificare se  $x$  e  $y$  sono indipendenti.

6) Si consideri il processo aleatorio  $\{x(t)\}^{(k)} = A_k t$ , dove  $A_k$  è una variabile aleatoria uniformemente compresa fra -1 e 1. Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale), discutendo i risultati ottenuti.

**Teoria dei segnali**  
**Prova scritta 8 giugno 2016**

1) Sia  $z=4-2j$  e  $w=3+5j$ . Determinare  $z^*w + (zw)^*$ . (\* indica il coniugato).

2) Verificare se il seguente sistema è lineare, tempo-invariante, causale, stabile:  $y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$ .

3) Sia  $H(e^{j\Omega}) = 1 + \frac{1}{3}e^{-j2\Omega}$  la risposta in frequenza di un sistema LTI e  $X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$  la

trasformata di Fourier del segnale  $x[n]$  posto al suo ingresso. Determinare  $x[n]$  e  $y[n]$ .

4) Dire quanti sono i sistemi LTI che possono avere come funzione di trasferimento la funzione:

$$H(z) = \frac{z^2}{z^2 - 1}.$$

Dire (giustificando le risposte) se sono stabili.

Determinare la loro risposta impulsiva destra. È causale?

5) Si consideri la seguente densità di probabilità di una coppia di variabili aleatorie:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, x + y \geq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare il valore di  $c$ .

Facoltativo: Verificare se  $x$  e  $y$  sono indipendenti.

6) Si consideri il processo aleatorio  $\{x(t)\}^{(k)} = A_k^2 t$ , dove  $A_k$  è una variabile aleatoria uniformemente compresa fra -1 e 1. Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale), discutendo i risultati ottenuti.

**Teoria dei segnali**  
**Prova scritta 8 giugno 2016**

1) Sia  $z=4-2j$  e  $w=3+5j$ . Determinare  $w^*z - (zw)^*$ . (\* indica il coniugato).

2) Verificare se il seguente sistema è lineare, tempo-invariante, causale, stabile:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ x(t) + x(t-2) & t \geq 0 \end{cases}$$

3) Sia  $H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2} - e^{-j\Omega}$  la risposta in frequenza di un sistema LTI e  $X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$  la

trasformata di Fourier del segnale  $x[n]$  posto al suo ingresso. Determinare  $x[n]$  e  $y[n]$ .

4) Dire quanti sono i sistemi LTI che possono avere come funzione di trasferimento la funzione:

$$H(z) = \frac{z}{1-z^2}$$

Dire (giustificando le risposte) se sono stabili.

Determinare la loro risposta impulsiva destra. È causale?

5) Si consideri la seguente densità di probabilità di una coppia di variabili aleatorie:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3, x + y \geq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare il valore di  $c$ .

Facoltativo: Verificare se  $x$  e  $y$  sono indipendenti.

6) Si consideri il processo aleatorio  $\{x(t)\}^{(k)} = A_k^2 t$ , dove  $A_k$  è una variabile aleatoria che può assumere con uguale probabilità i valori -1 e 1. Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale), discutendo i risultati ottenuti.

**Teoria dei segnali**  
**Prova scritta 8 giugno 2016**

- 1) Sia  $z=4-2j$  e  $w=3+5j$ . Determinare  $z^2/w$ .
- 2) Verificare se il seguente sistema è lineare, tempo-invariante, causale, stabile:  $y[n]=x[3n]$ .
- 3) Sia  $H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2}e^{-j\Omega} + \frac{1}{3}e^{j\Omega}$  la risposta in frequenza di un sistema LTI e  $X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}e^{-j\Omega}}$  la trasformata di Fourier del segnale  $x[n]$  posto al suo ingresso. Determinare  $x[n]$  e  $y[n]$ .

- 4) Dire quanti sono i sistemi LTI che possono avere come funzione di trasferimento la funzione:
- $$H(z) = \frac{z+1}{2z-1}.$$

Dire (giustificando le risposte) se sono stabili.

Determinare la loro risposta impulsiva destra. È causale?

- 5) Si consideri la seguente densità di probabilità di una coppia di variabili aleatorie:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c & 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1, x + y \geq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare il valore di  $c$ .

Facoltativo: Verificare se  $x$  e  $y$  sono indipendenti.

- 6) Si consideri il processo aleatorio  $\{x(t)\}^{(k)} = A_k^2 t$ , dove  $A_k$  è una variabile aleatoria che può assumere con uguale probabilità i valori  $-1$ ,  $0$  e  $1$ . Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale), discutendo i risultati ottenuti.

**Teoria dei segnali**  
**Prova scritta 8 giugno 2016**

- 1) Sia  $z=4-2j$  e  $w=3+5j$ . Determinare  $w^2/z$ .
- 2) Verificare se il seguente sistema è lineare, tempo-invariante, causale, stabile:  $y[n]=nx[n]$ .
- 3) Sia  $H(e^{j\Omega})=1+\frac{1}{3}e^{j\Omega}$  la risposta in frequenza di un sistema LTI e  $X(e^{j\Omega})=\frac{1}{1+\frac{1}{3}e^{-j\Omega}}$  la trasformata di Fourier del segnale  $x[n]$  posto al suo ingresso. Determinare  $x[n]$  e  $y[n]$ .

- 4) Dire quanti sono i sistemi LTI che possono avere come funzione di trasferimento la funzione:
- $$H(z)=\frac{z-1}{2z-1}.$$

Dire (giustificando le risposte) se sono stabili.

Determinare la loro risposta impulsiva destra. È causale?

- 5) Si consideri la seguente densità di probabilità di una coppia di variabili aleatorie:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x + y \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare il valore di  $c$ . Verificare se  $x$  e  $y$  sono indipendenti.

Facoltativo: determinare  $P[y < x]$ .

- 6) Si consideri il processo aleatorio  $\{x(t)\}^{(k)} = A_k t$ , dove  $A_k$  è una variabile aleatoria uniformemente compresa fra 0 e 1. Si determini il valor medio (sia d'insieme che temporale), discutendo i risultati ottenuti.