

**Teoria dei segnali**  
**Prova scritta 5 febbraio 2019**

- 1) Verificare che  $z=2j+1$  soddisfa l'equazione  $z^5-2z^4+5z^3+z^2-2z+5=0$ . Determinare le altre soluzioni.
- 2) Si consideri il sistema descritto dalla relazione:  $y[n]=x[n](1-\delta[n])+1$ . Dire se il sistema gode o no delle seguenti proprietà (giustificando la risposta). Memoria, casualità, linearità, tempo invarianza.
- 3) Usando le proprietà della trasformata di Fourier, determinare la trasformata di  $x(t) = \Pi\left(\frac{t}{T} - 2\right) + \Pi\left(\frac{t}{T} + 1\right)$  (dove  $\Pi(x)$  è uguale a 1 per  $|x| \leq 1/2$ , ed è pari a 0 altrimenti).

- 4) Si consideri il sistema causale descritto dalla seguente equazione alle differenze:

$$3y[n] - y[n-1] = x[n] - 2x[n-2].$$

- a) Dire se il sistema è stabile.
  - b) Determinare i primi 5 termini della risposta impulsiva.
- 5) Si consideri un mazzo composto da 52 carte, di cui 13 di cuori, 13 di quadri, 13 di fiori e 13 di picche. Si estraggano casualmente due carte dal mazzo (senza reinserire la carta estratta). Si considerino i seguenti eventi:

A = la prima carta estratta è una carta di fiori;

B = la seconda carta estratta non è una carta di fiori.

Determinare  $p(A)$ ,  $p(B|A)$ ,  $p(AB)$ ,  $p(B)$  (suggerimento: per il calcolo di  $p(B)$  si utilizzi il teorema della probabilità totale). A e B sono eventi indipendenti?

- 6) Si consideri un processo aleatorio stazionario,  $\{x(t)\}$ , avente spettro di potenza

$$S_x(f) = \begin{cases} 10^{-11} \left(1 - \frac{|f|}{10^8}\right) & 48 \cdot 10^6 \leq |f| \leq 52 \cdot 10^6 \text{ Hz} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$$

Si ipotizzi che la funzione di densità di probabilità (PDF),  $p_x$ , della variabile aleatoria  $x(t)$ , che si ottiene fissando l'istante  $t$ , sia di tipo gaussiano. Determinare l'espressione della  $p_x$ .