meccanica delle vibrazioni

laurea magistrale
ingegneria meccanica

parte 5
analisi del segnale

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Università degli studi di Trieste
Dip. Ingegneria e Architettura

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale

si toccheranno i seguenti argomenti:

- introduzione DSP
- terminologia e classificazione segnali
- conversione AD DA / quantizzazione nel dominio tempo e ampiezza
- trasformazione di dominio dal tempo alla frequenza (e viceversa)
- proprietà delle trasformate di Fourier
- funzioni particolari nel dominio del tempo e della frequenza
- analisi dei sistemi lineari
- stima delle funzioni di risposta in frequenza di sistemi lineari
- tecniche di eccitazione di sistemi lineari
- …

http://www.dspguide.com/

per esempio

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Cos'è l'analisi del segnale?

Perché è cosi importante?

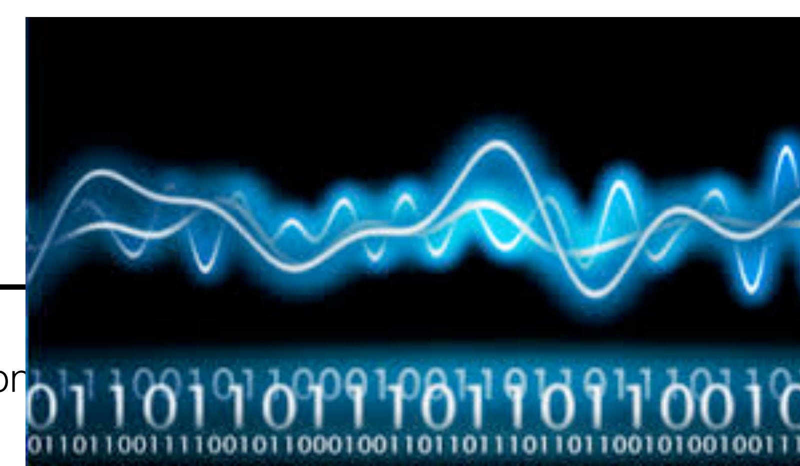
Perché è cosi utile?

DSP - Digital Signal Processing

Digital > si occupa di segnali digitali (numeri discreti..non continui)
richiederà utilizzo di computer per elaborare quantità discrete

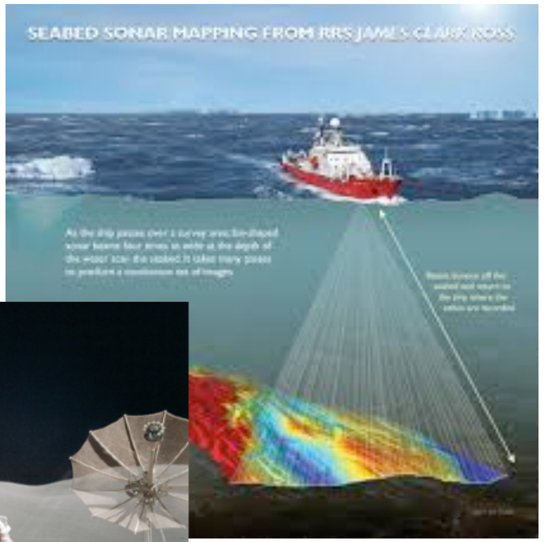
Signal > quantità che trasportano informazioni
qualsiasi grandezza misurabile, Temperatura, ECG, altezza onde..

Processing > elaborazioni per estrarre le informazioni
filtraggio, de-trending, operazioni matematiche, statistica, trasformate, antitrasformate…



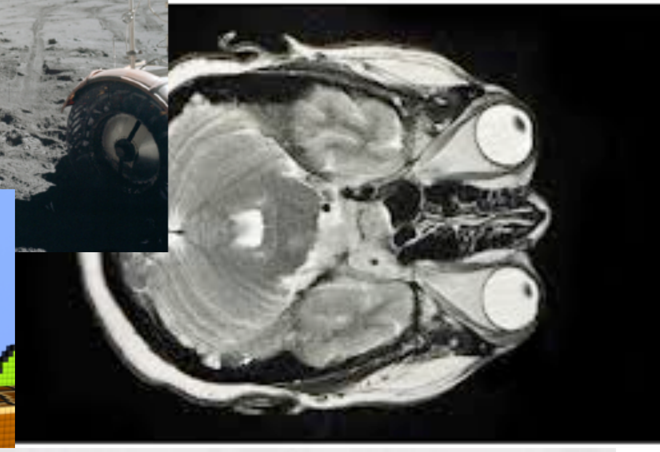
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale



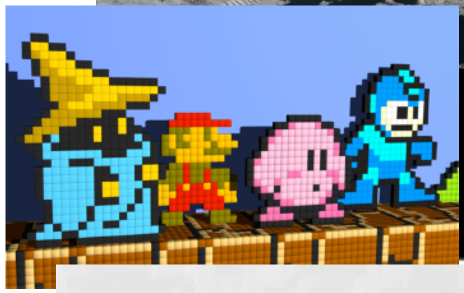
..nascita negli anni ’60 (sviluppo pc)

- radar e sonar (militare / strategico)
- esplorazione petrolifera (economia)
- esplorazione intergalattica (dati irriproducibili)
- immagine medica (salvare vite umane)



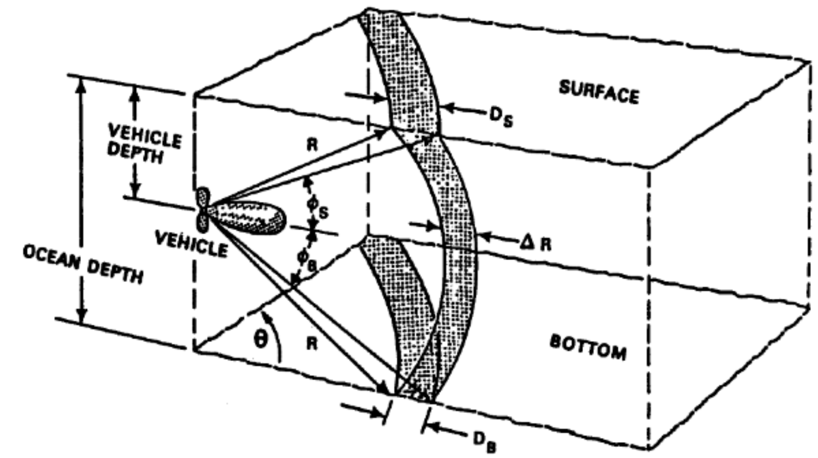
..esplosione anni ‘90 (wearable pc)

- lettori CD / mp3
- portatili/ cellulari/ tablet..
- riconoscimento / generazione vocale
- imagining (foto/video)…
- gaming
- …



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale

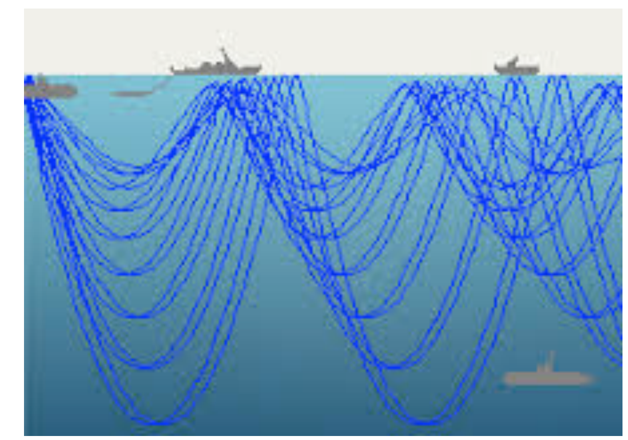


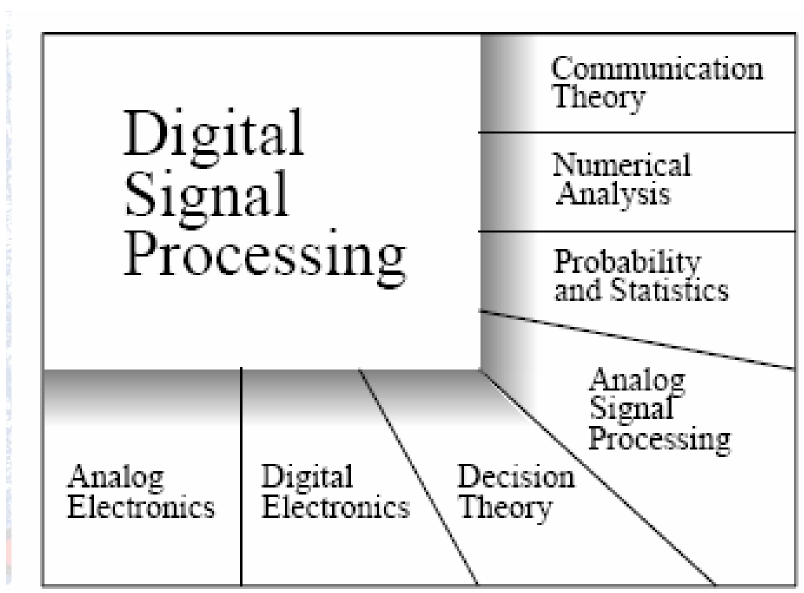
Modello per propagazione onde sonore in acqua

..DSP è multidisciplinare..
gli algoritmi specifici sono per specialisti

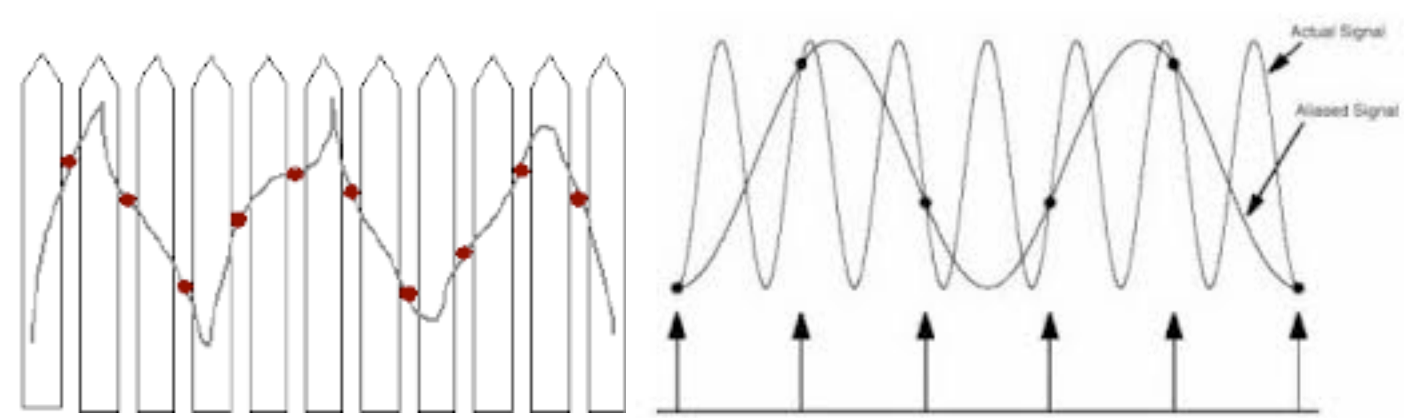
ma

gli aspetti fondamentali possono essere capiti senza l'utilizzo di formule…



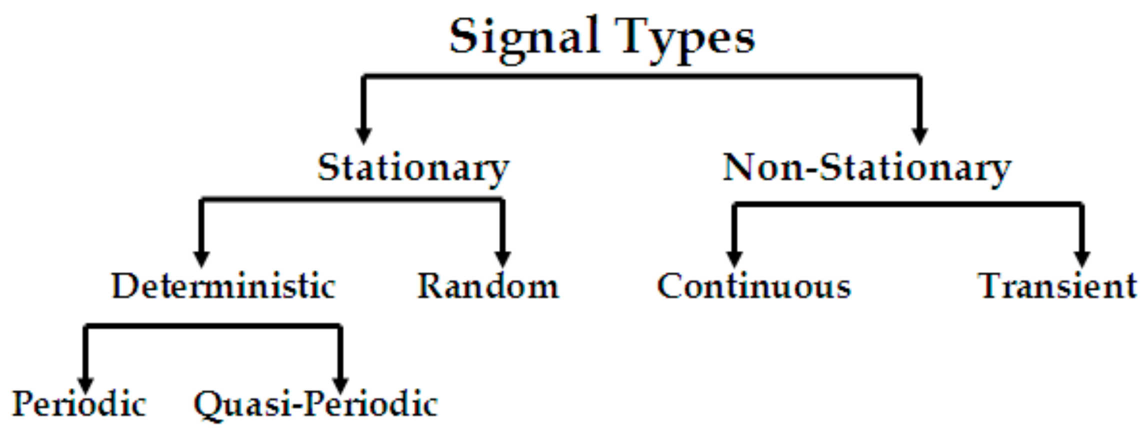


Rappresentazione dell'effetto di campionamento



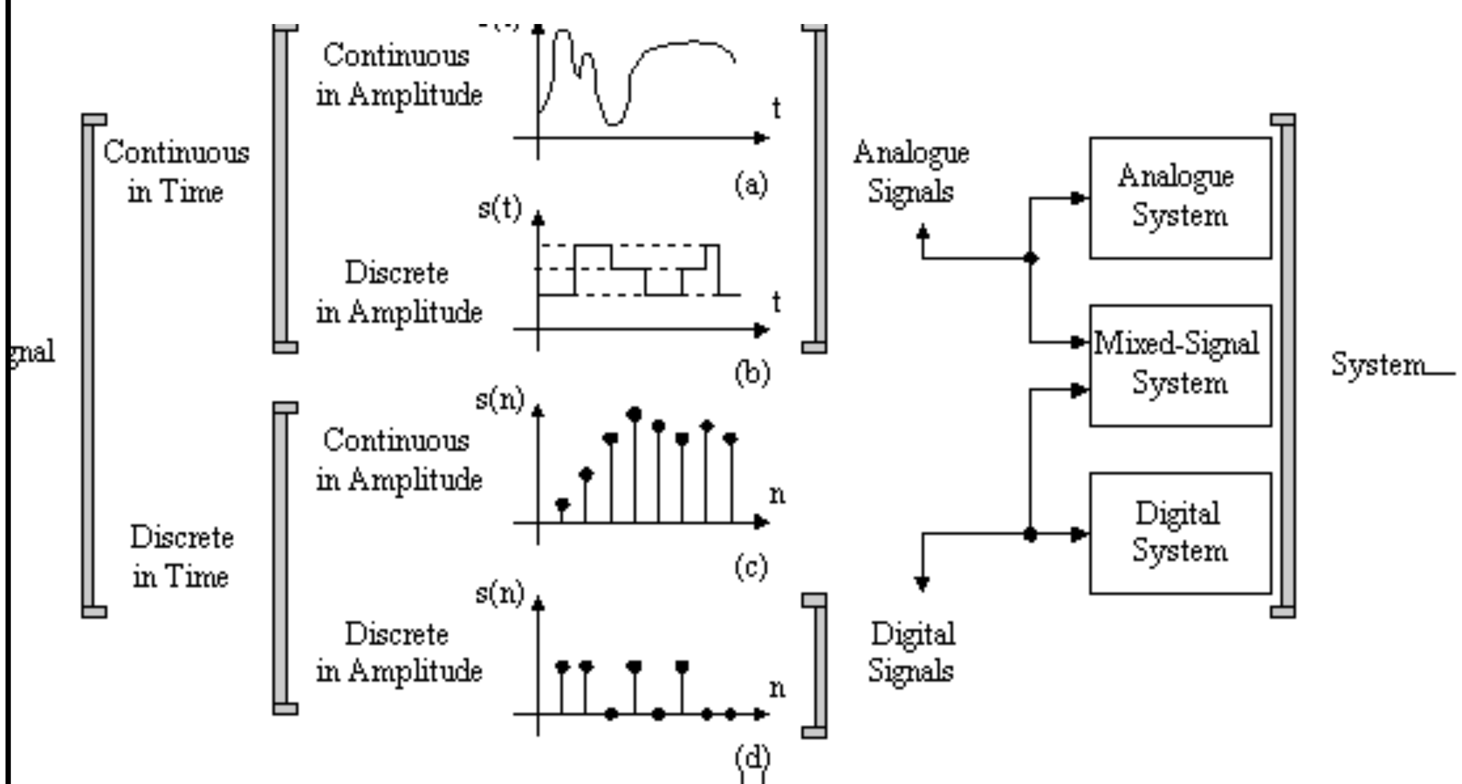
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

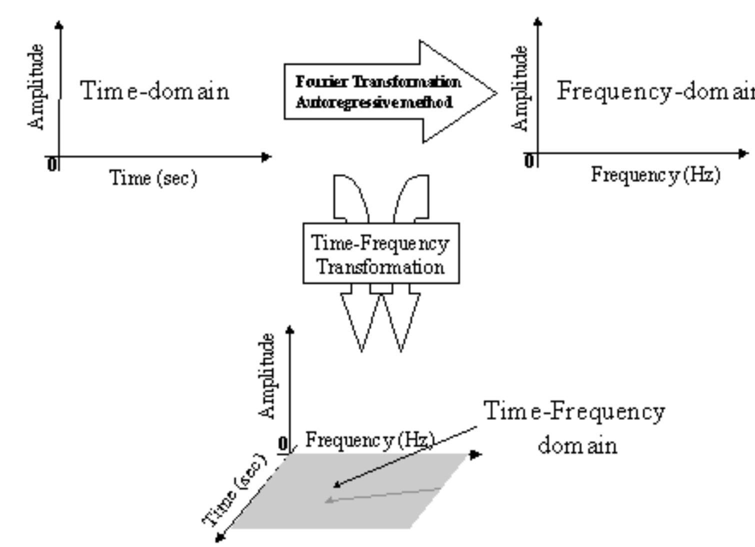
Analisi del segnale



..diverse metodologie
di classificazione

in MDV segnali
equispaziati.. monodimensionali..



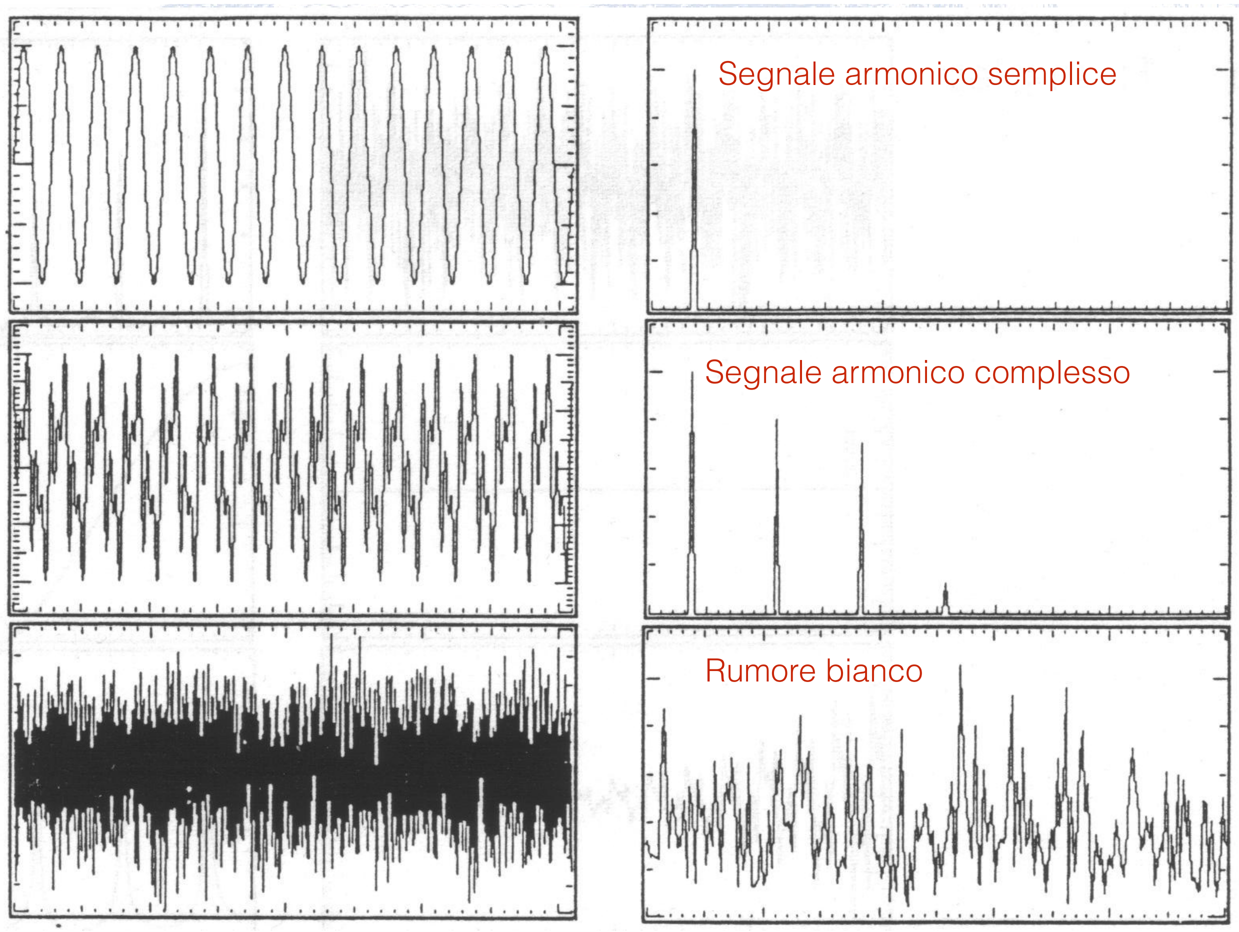


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

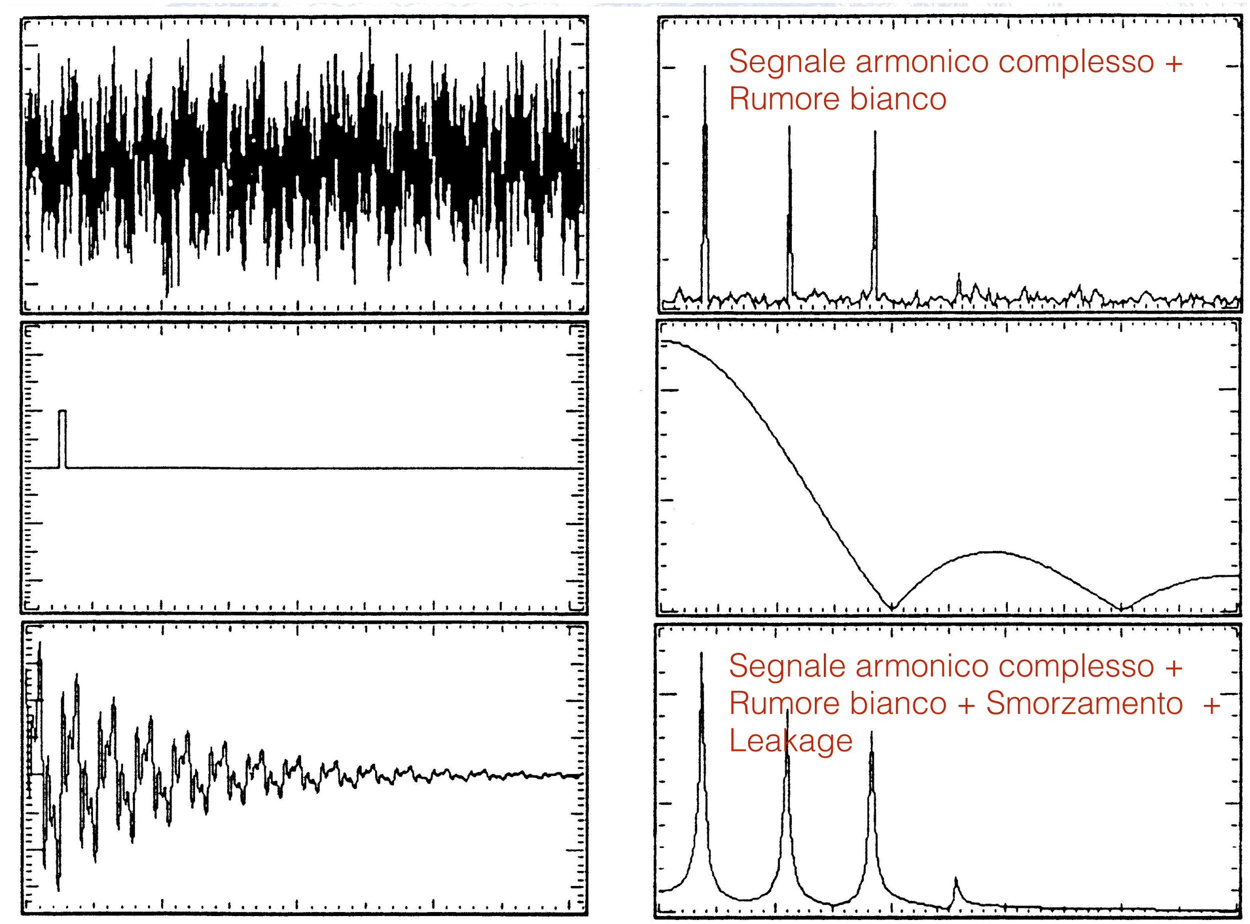
Analisi del segnale

Esempi

Tempo Frequenza



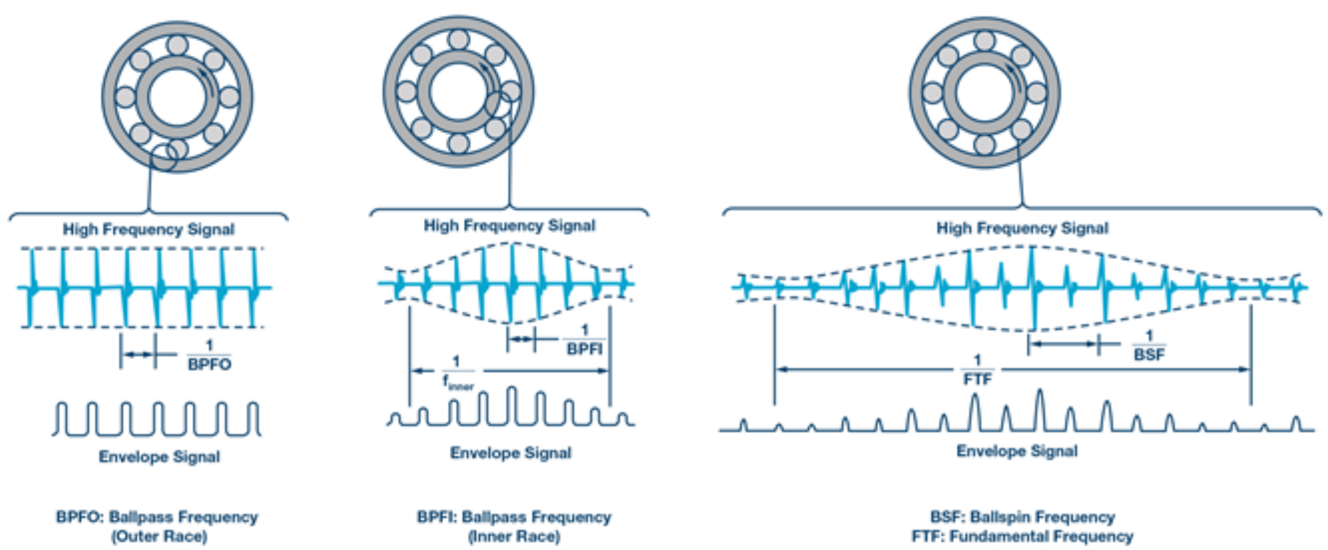
Tempo Frequenza

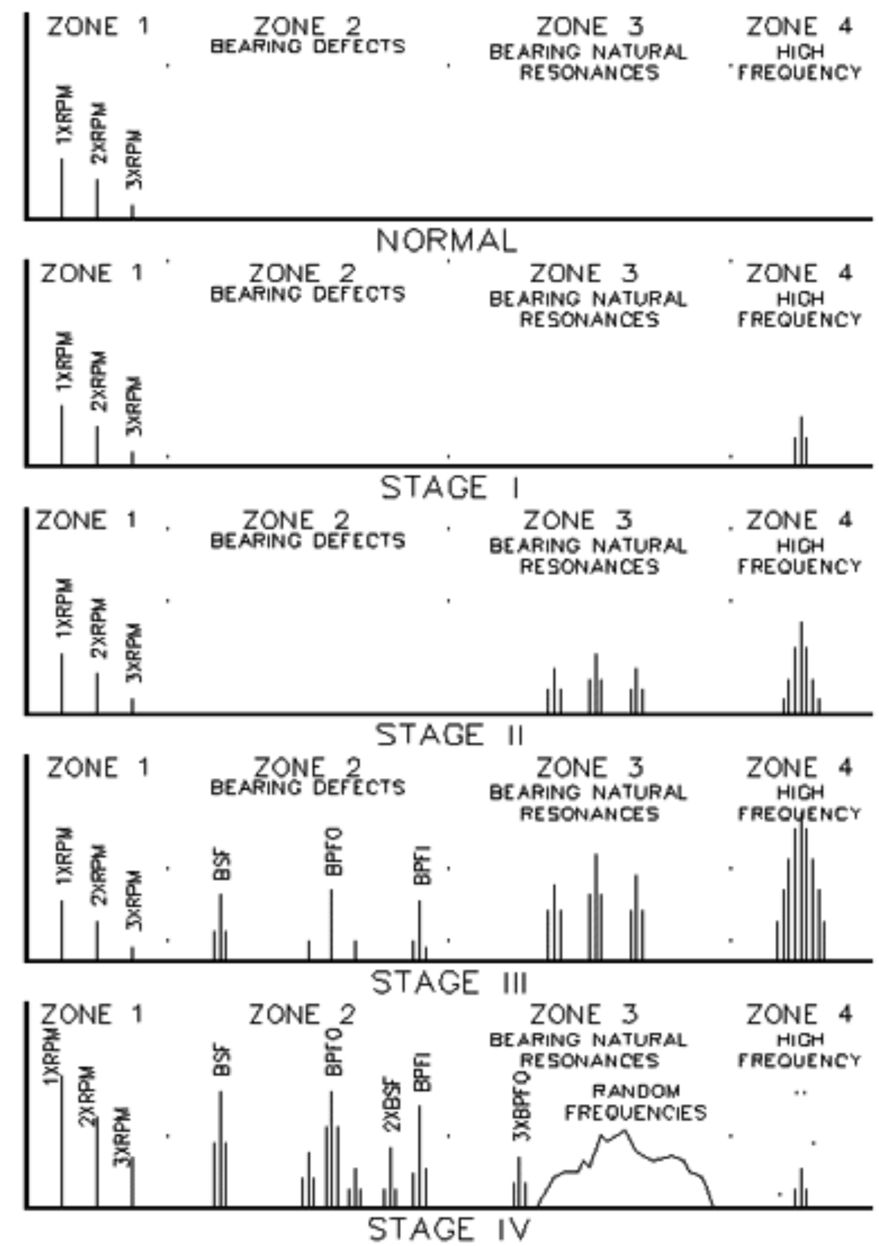


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Esempi

La vibrazione misurata su un cuscinetto
da le informazioni sul suo stato di salute,
e sulla posizione di eventuali danneggiamenti

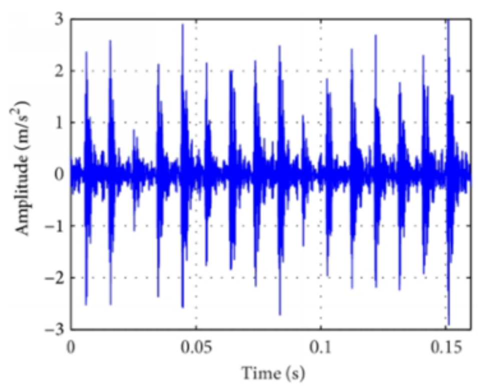




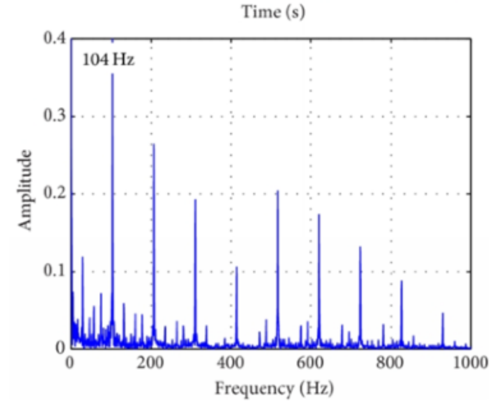
L'analisi in frequenza permette di
fare la diagnosi e la prognosi del danno!

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

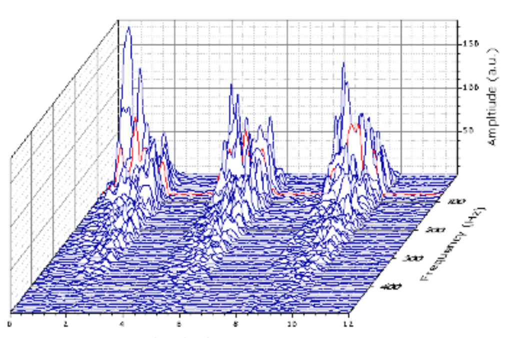
Nel momento in cui si acquisisce un segnale, è possibile analizzarlo
nel dominio del tempo..per avere indicazioni di tipo “globale”
nel dominio della frequenza per avere indicazioni di natura “locale”
nel dominio degli ordini per valutare il funzionamento “locale” in “regime transitorio”



RMS, PiccoPicco, Varianza,
Kurtosis, Skewnes…



Squlibrio, disallienamento, flessione albero,
cuscinetti, ruote dentate,…



Squlibrio, disallienamento, flessione albero,
cuscinetti, ruote dentate,…
durante la variazione del regime di rotazione
della macchina

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - conversione AD / DA

I segnali fisici analogici sono CONTINUI, (es temperatura, tensione..)..

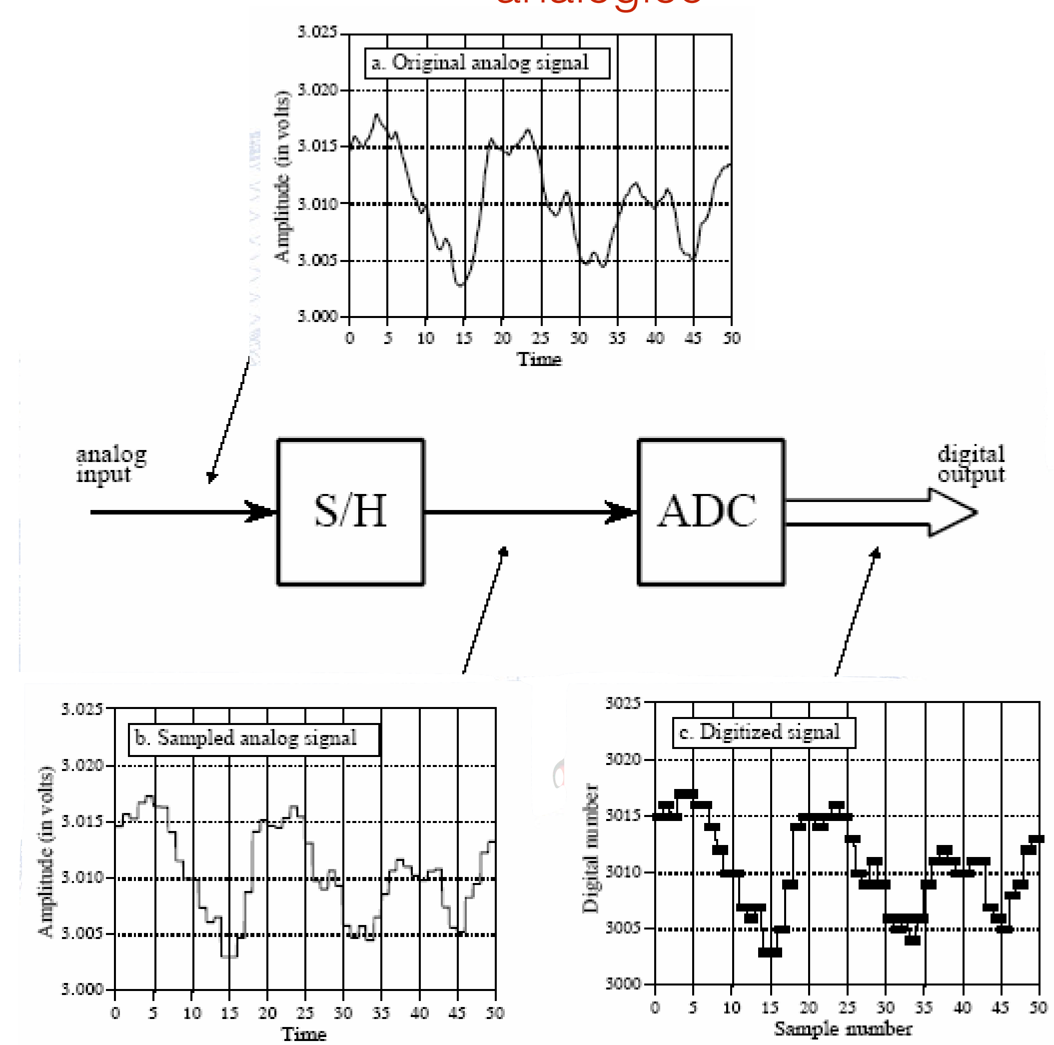
..e non possono essere gestiti direttamente da sistemi di analisi dei dati che "elaborano" digit…segnali digitali!

Un segnale digitale
differisce da uno analogico perché

è campionato nel dominio del tempo
è quantizzato nel dominio dell'ampiezza

es. x un CD musicale segnale
campionato a 44kHz
quantizzato a 16bits

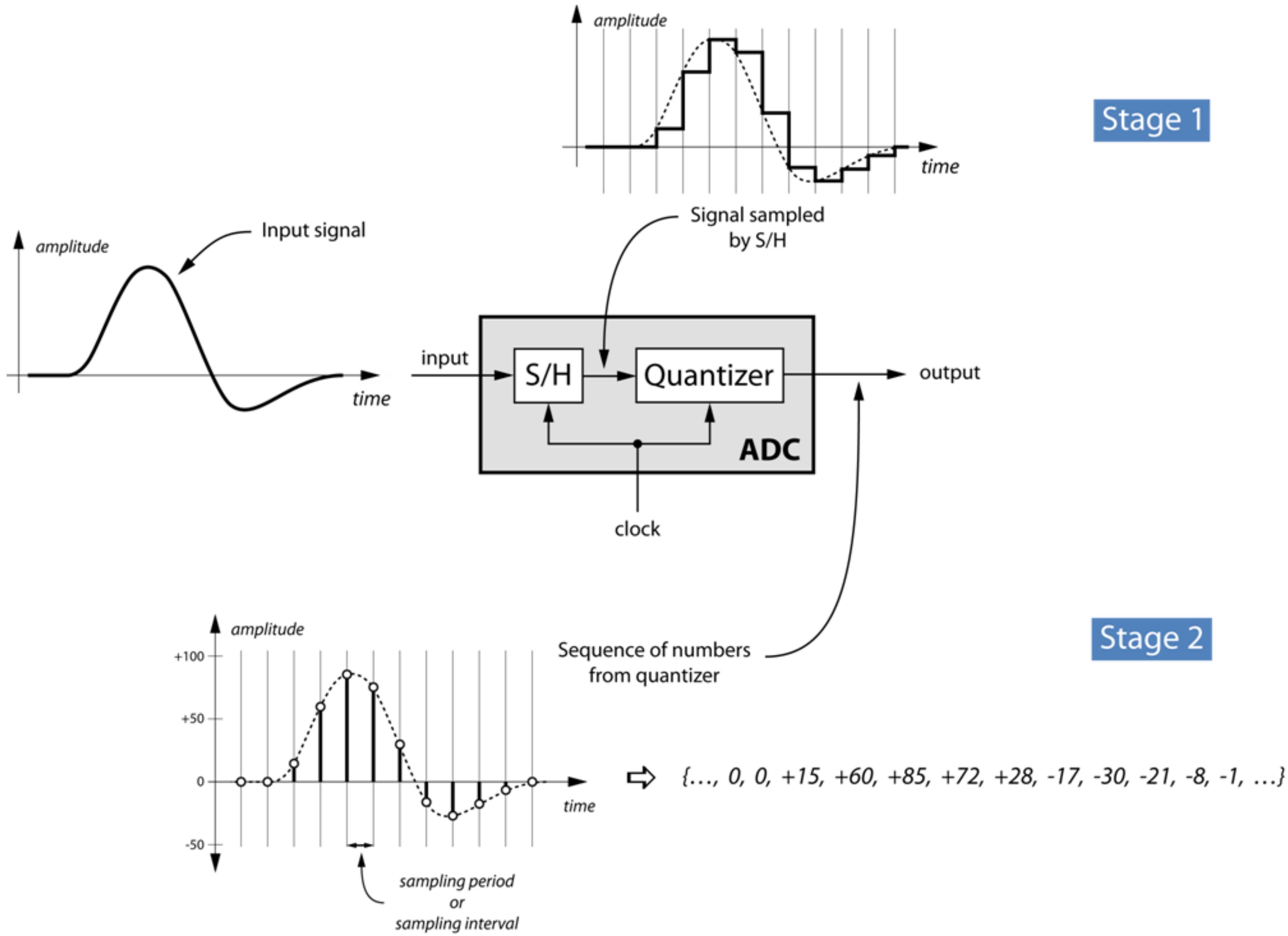
analogico



campionato quantizzato

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

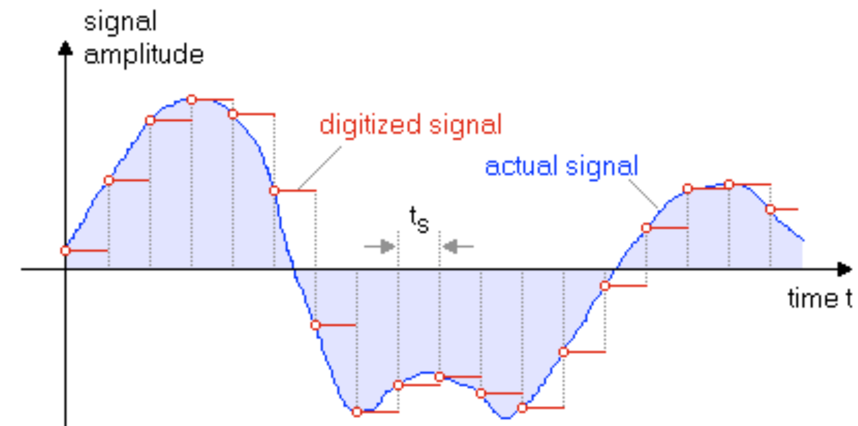


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - conversione AD / DA

Il **campionamento** è “sample&hold” in modo da aver tempo per la quantizzazione del del convertitore AD..

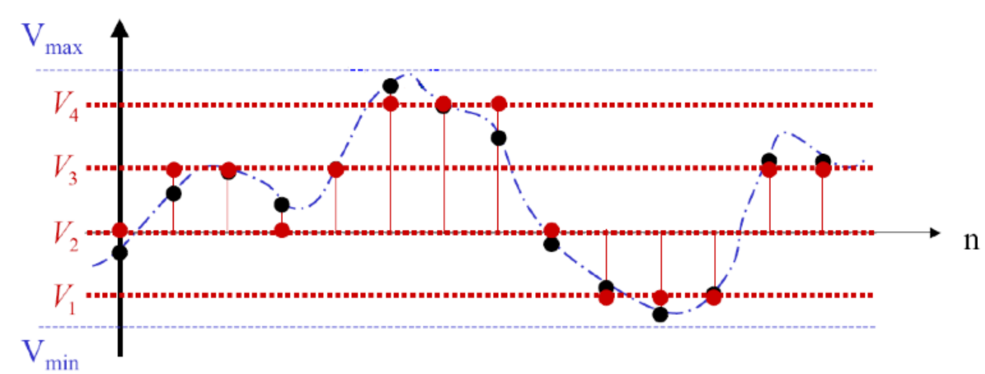
..la variabile indipendente (es. t) da continua diventa discreta..



Segnale campionato..

La **quantizzazione** assegna al segnale uno dei possibili valori definiti dal range di misura e dal numero di bit usati per la rappresentazione

..la variabile dipendete (es. v) da continua diventa discreta..



Segnale campionato e quantizzato

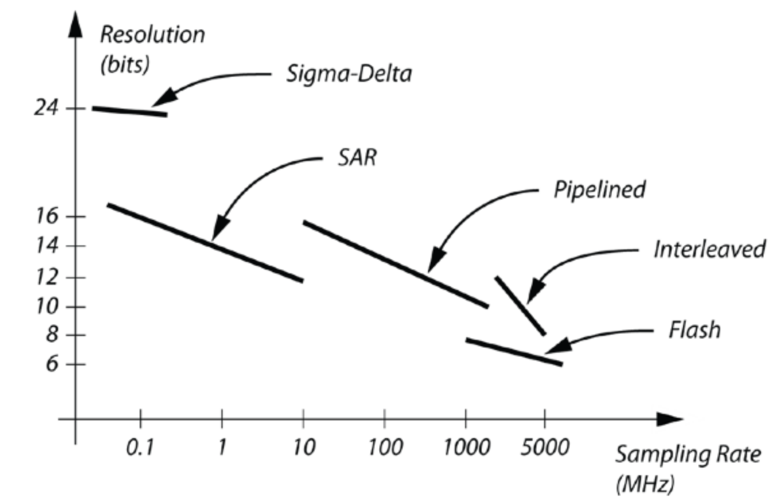
Bits	Maximum relative error	Peak-Peak noise (10V scale)	Maximun Relative error (dB)	Signal/Noise ratio (dB)
8	0.12%	39 mV	-48	50
10	0.048%	9.8 mV	-60	62
12	0.012%	2.4 mV	-72	74
14	0.003%	0.6 mV	-84	86
16	0.00076%	0.15 mV	-96	98
18	0.00019%	40 µV	-108	110
20	0.00005%	10 µV	-120	122

..aumentando il numero di bits, si riduce l’errore di quantizzazione!

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - conversione AD / DA

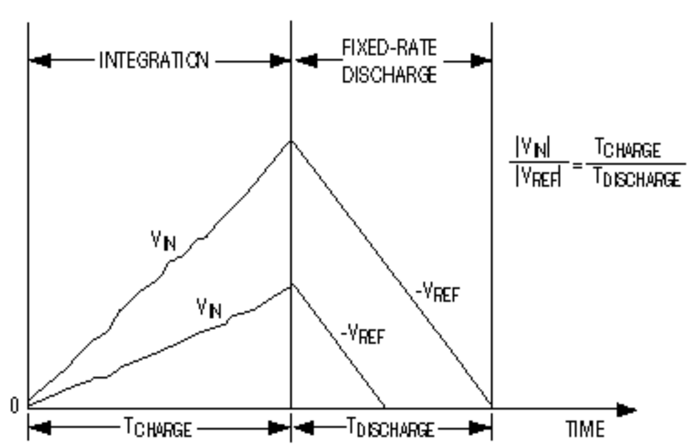
Esistono tecniche differenti per realizzare i convertitori AD.
Il costo dipende
dalla precisione, dalla velocità di conversione,
dalla numero di bits..

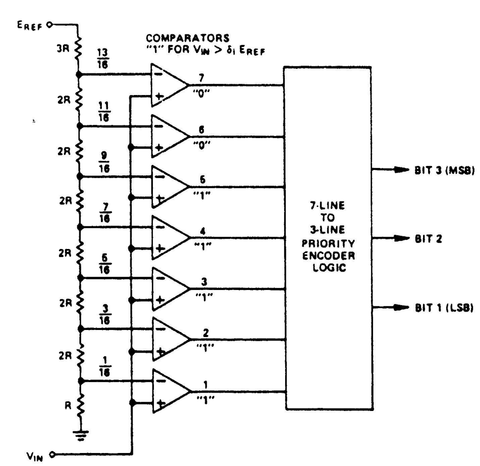


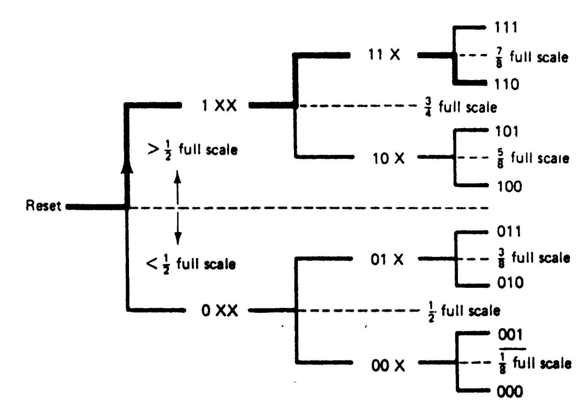
Integrazione
Dual Slope
accuratezza: 18-20bits
velocità: 1-5ms
costo:economico

Parallelo (Flash)
accuratezza: definibile
velocità: 1ns-1μs
costo: dipende accuratezza

accuratezza: definibile
velocità: 1-10μs
costo: dipende accuratezza



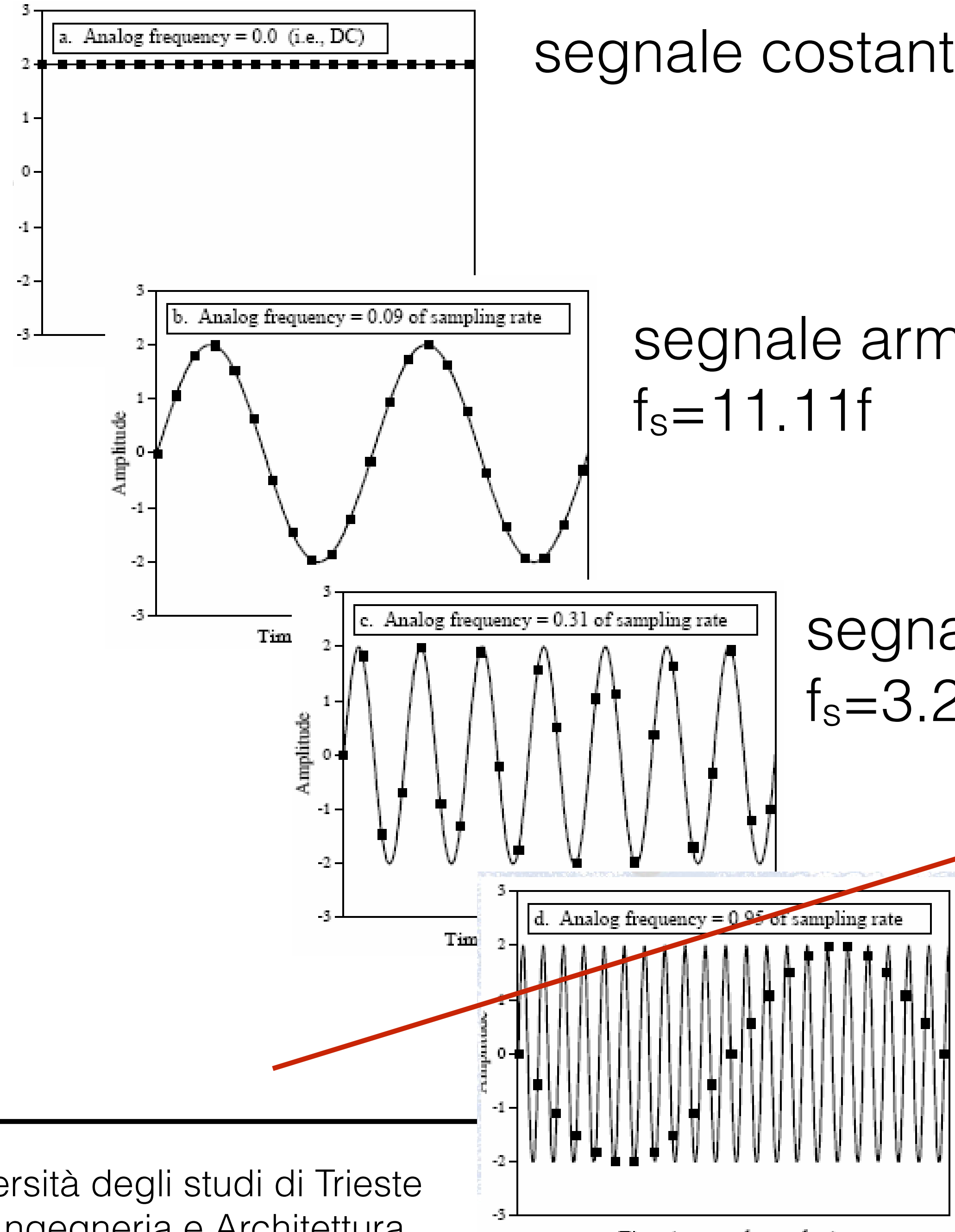




E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - conversione AD / DA

Il campionamento è una fase importante per la conversione!
Se è accurato non si perdono informazioni,
se è fatto male, non si capisce gran che del segnale!



segnale costante.. correttamente campionato

segnale armonico.. correttamente campionato
f_S=11.11f

segnale armonico.. correttamente campionato
f_S=3.23f

segnale armonico.. malamente campionato
f_S=1.05f

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

…esiste una frequenza minima di campionamento in funzione della frequenza del segnale analizzato!

Teorema di campionamento (o di Shannon, o di Nyquist) (1940 circa)

.. un segnale è correttamente campionabile se non contiene componenti in frequenza maggiori della metà della frequenza di campionamento..

altrimenti detta..

si possono rilevare correttamente le componenti del segnale fino al massimo della metà della frequenza di campionamento

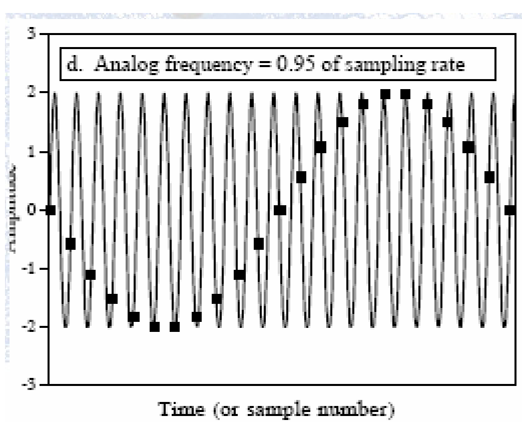
(…idealmente.. in realtà per le proprietà dei filtri.. le componenti del segnale si ritengono corrette fino $0.8*f_S/2$…)

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

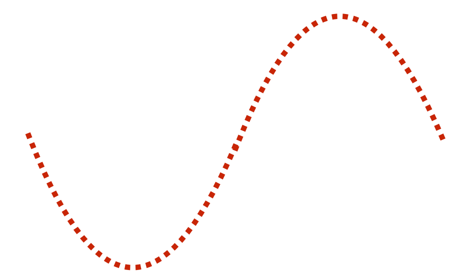
..questo significa che se voglio vedere una componente del segnale a 2500Hz devo campionarlo almeno a 5000Hz, meglio ancora se lo campiono a 7000Hz

..altrimenti incorro nell'errore di **ALIASING** che modifica fase e ampiezza delle componenti



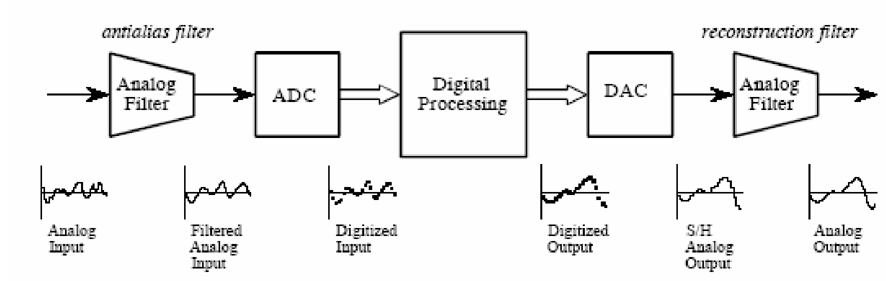
segnale armonico.. campionato male
$f_S=1.05f$

appare come se fosse un segnale a 0.05f

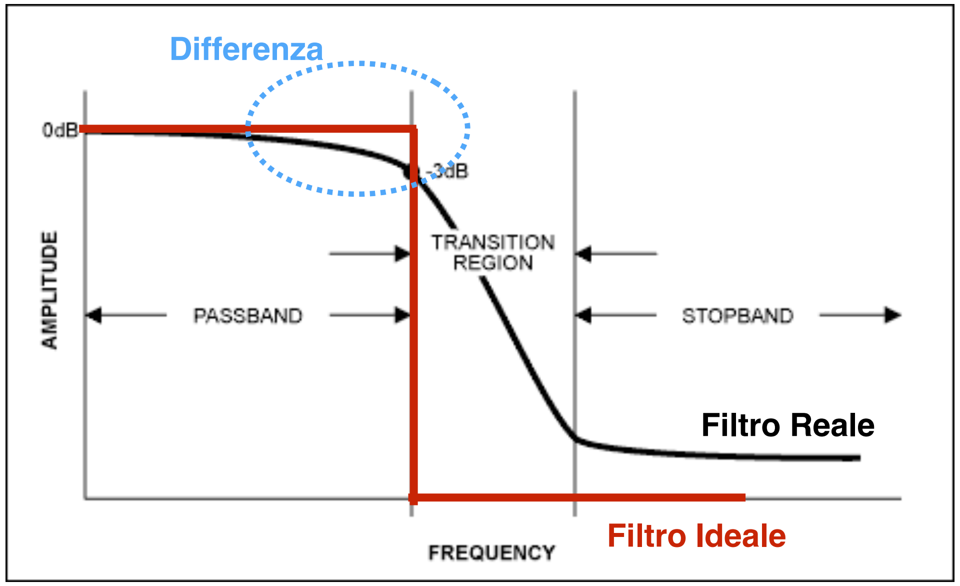


..si **elimina** il problema dell'**aliasing**..
o filtrando il segnale con un filtro passabasso (a $f_S/2$)
o aumentando la frequenza di campionamento!

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro



Il filtro passa basso anti aliasing non è un filtro ideale!



lo si può considerare come una funzione di trasferimento tra il segnale originale e quello filtrato..

..e come ogni funzione di trasferimento si può rappresentare come un rapporto tra polinomi..

..potendo modificare la risposta selezionando opportunamente il numero e posizione di **zeri** e **poli**..

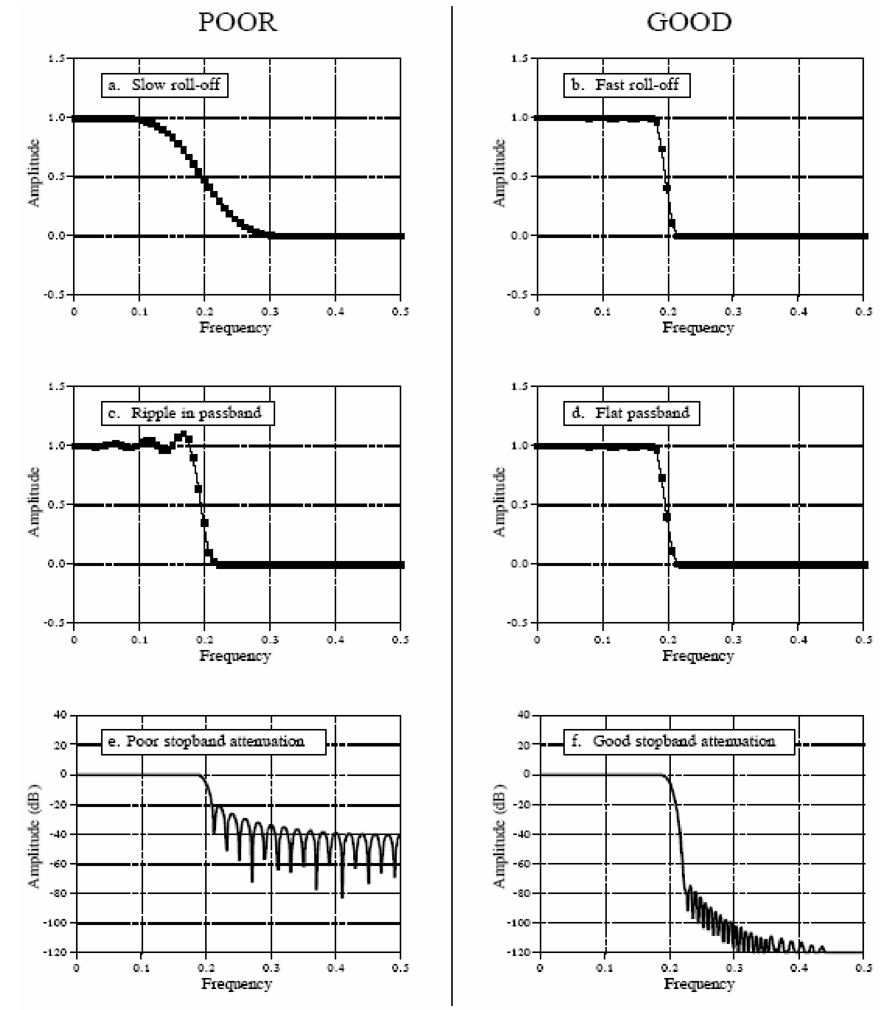
più ce ne sono, più è performante, più è complesso, più è costoso, più introduce ritardo…

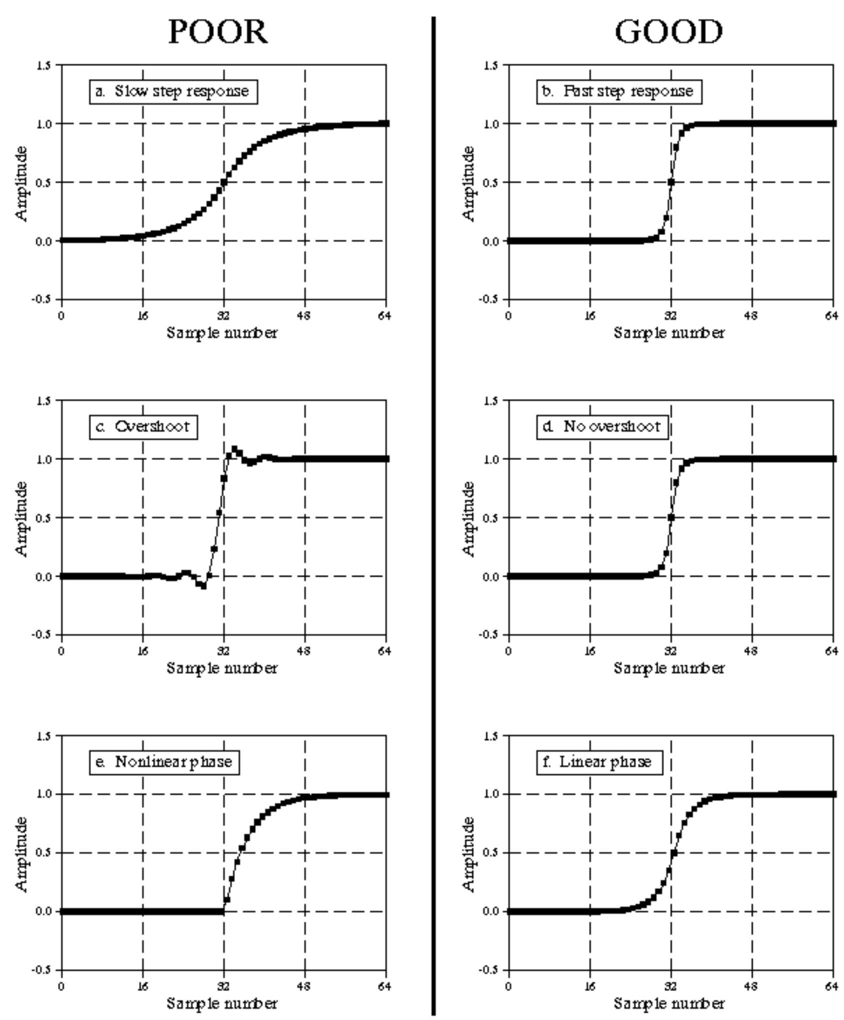
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - filtri

I filtri sono caratterizzati da:

frequenza di taglio (cut-off sharpness)
pendenza (roll-off)
ondulazione di banda (passband ripple)
risposta all'impulso (per overshooting)





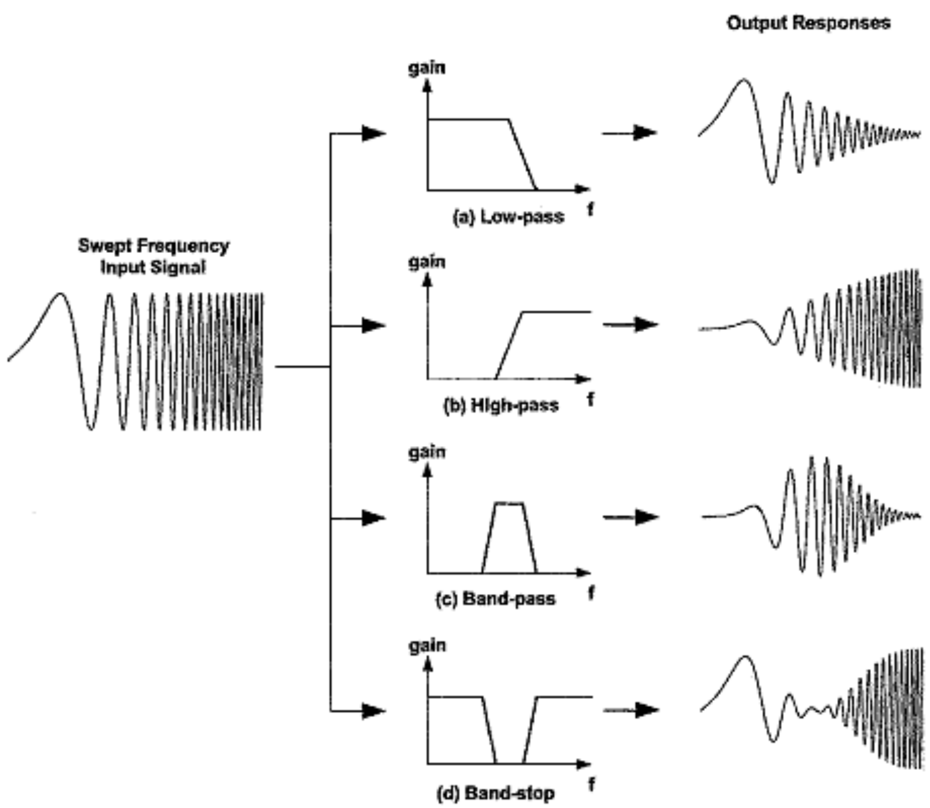
Le performance dipendono dalla
tipologia del filtro, dall'ordine,
se sono digitali o analogici,
se sono a lunghezza finita o infinta..

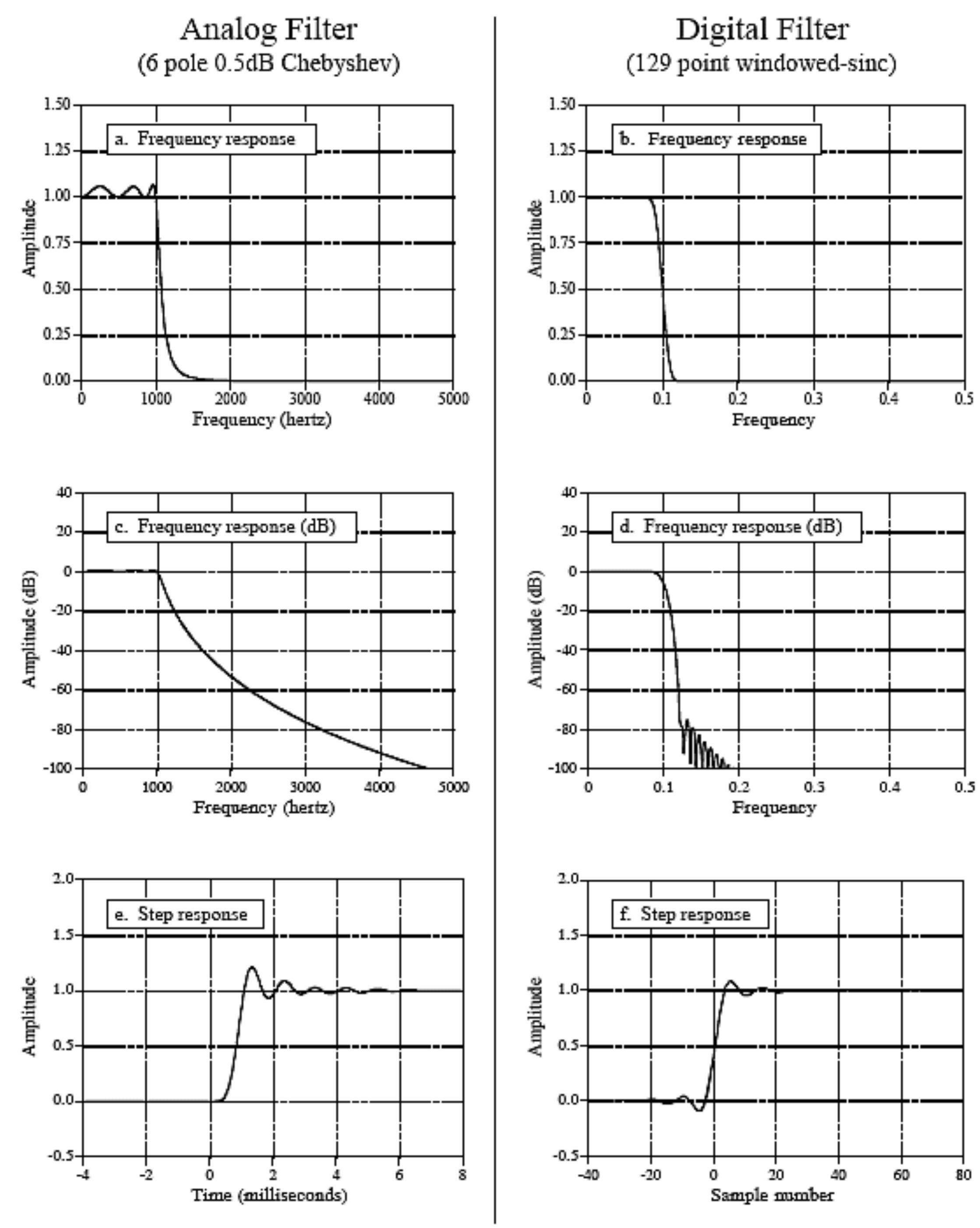
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - filtri

I più comuni filtri sono
Chebyshev
Butterworth
Bessel
… si scelgono in funzione della selettività in ampiezza e/o frequenza





filter design in matlab

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Il concetto di Trasformata di domino è noto!

..si cambia dominio per fare delle operazioni in maniera più semplice o per vedere cose in maniera di versa…

..es logaritmi ..il prodotto in R viene trasformato in una somma in Log

12569834 * 984562 **=>** log(12569834) +log (984562)

..accanto al concetto di **Trasformata** è necessario il concetto di **AntiTrasformata** per tornare al dominio di partenza…

1237578 e 13 **<=** 7.09933+5.99324

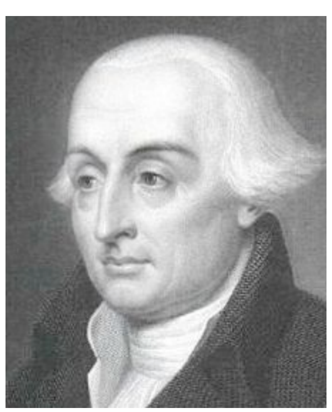
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Per passare dal dominio del tempo a quello della frequenza
si utilizza la Trasformata di Fourier
(1768-1830, 1807 Studio sulla propagazione del calore)
(nelle diverse varianti: serie, integrale, discreta, veloce..)

..ogni segnale **continuo periodico** (ω_0) può essere rappresentato come la **somma** di **funzioni sinusoidali** opportunamente scelte..

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)+b_n \sin(n\omega_0 t)$$

NB
sommatoria va all'infinto
armoniche della frequenza fondamentale

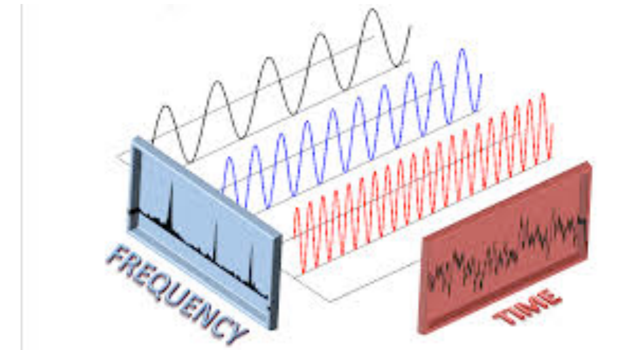


Lagrange, membro della commissione dell'Institute de France, bloccò la pubblicazione del lavoro per 5 anni ritenendolo sbagliato, ritenendo che non si poteva descrivere segnali con angoli..

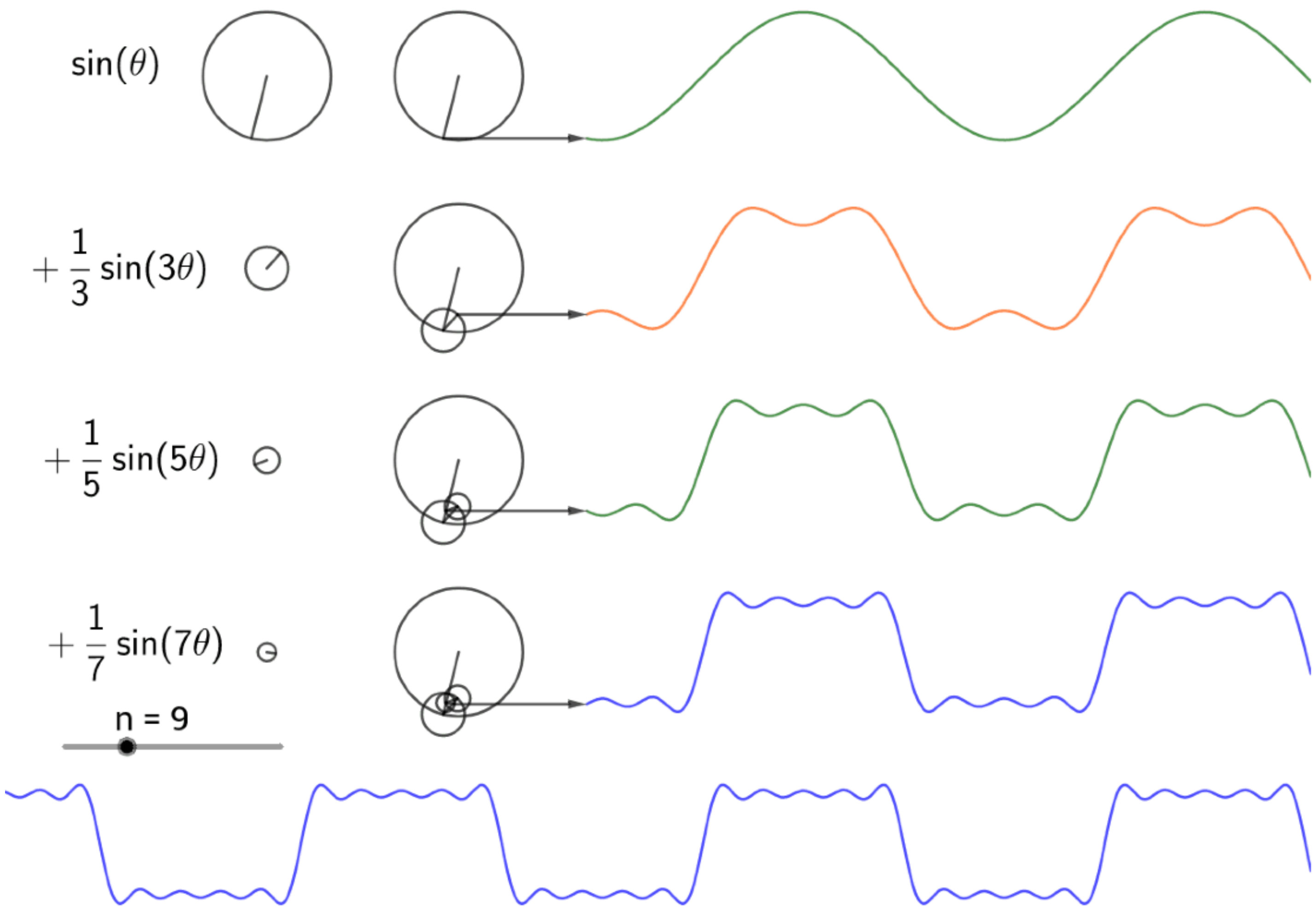
Teoricamente è corretto! ma con un numero molto alto, infinito, di funzioni sinusoidi la differenza (energetica) tra segnale originario e ricostruito tende a zero!

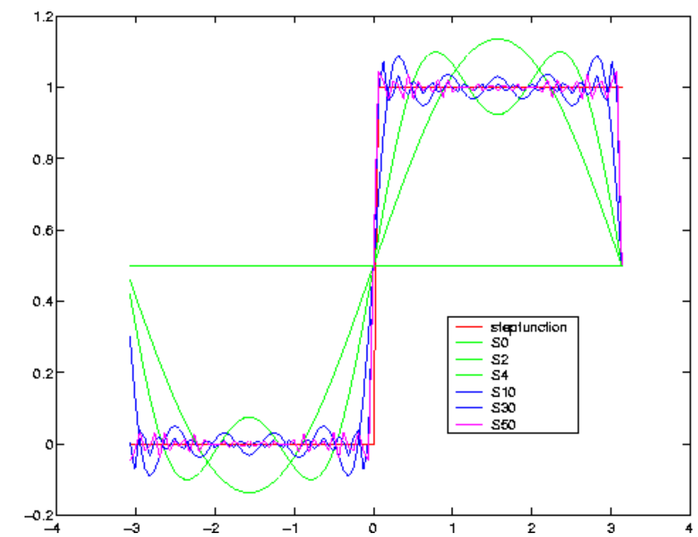
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

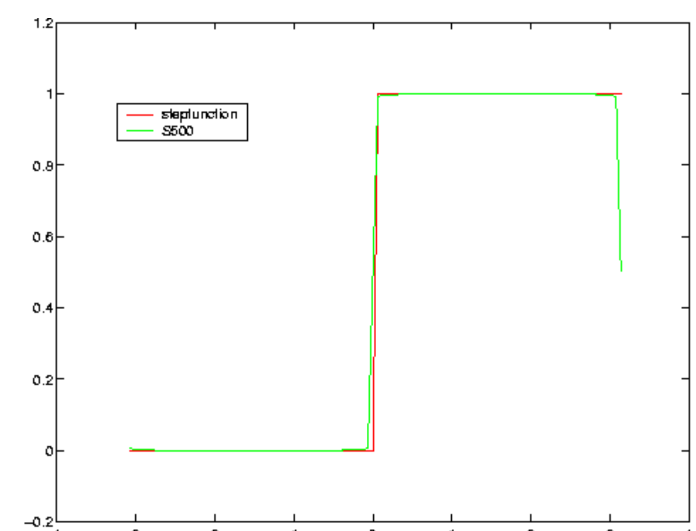
Analisi del segnale - Trasformata di Fourier



Ipotizziamo di voler ricostruire un onda quadra…







aumentando le componenti, si riduce l’errore
(distanza tra segnale originale e ricostruito)

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

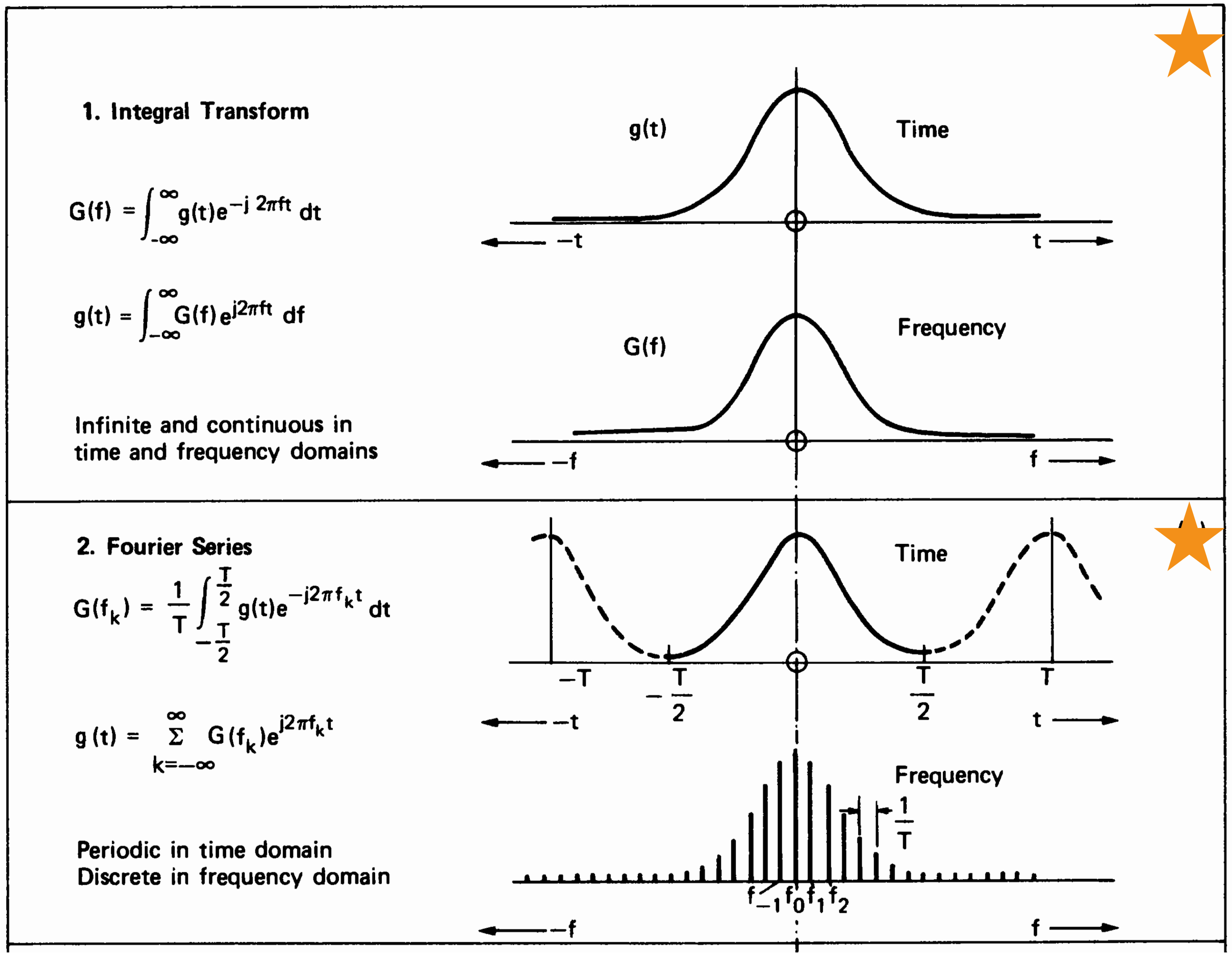
Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - Trasformata di Fourier

Non tutti i segnali sono periodici continui
per cui sono state sviluppate versioni alternative alla serie di Fourier…

Segnale **aperiodico continuo**
Integrale di Fourier

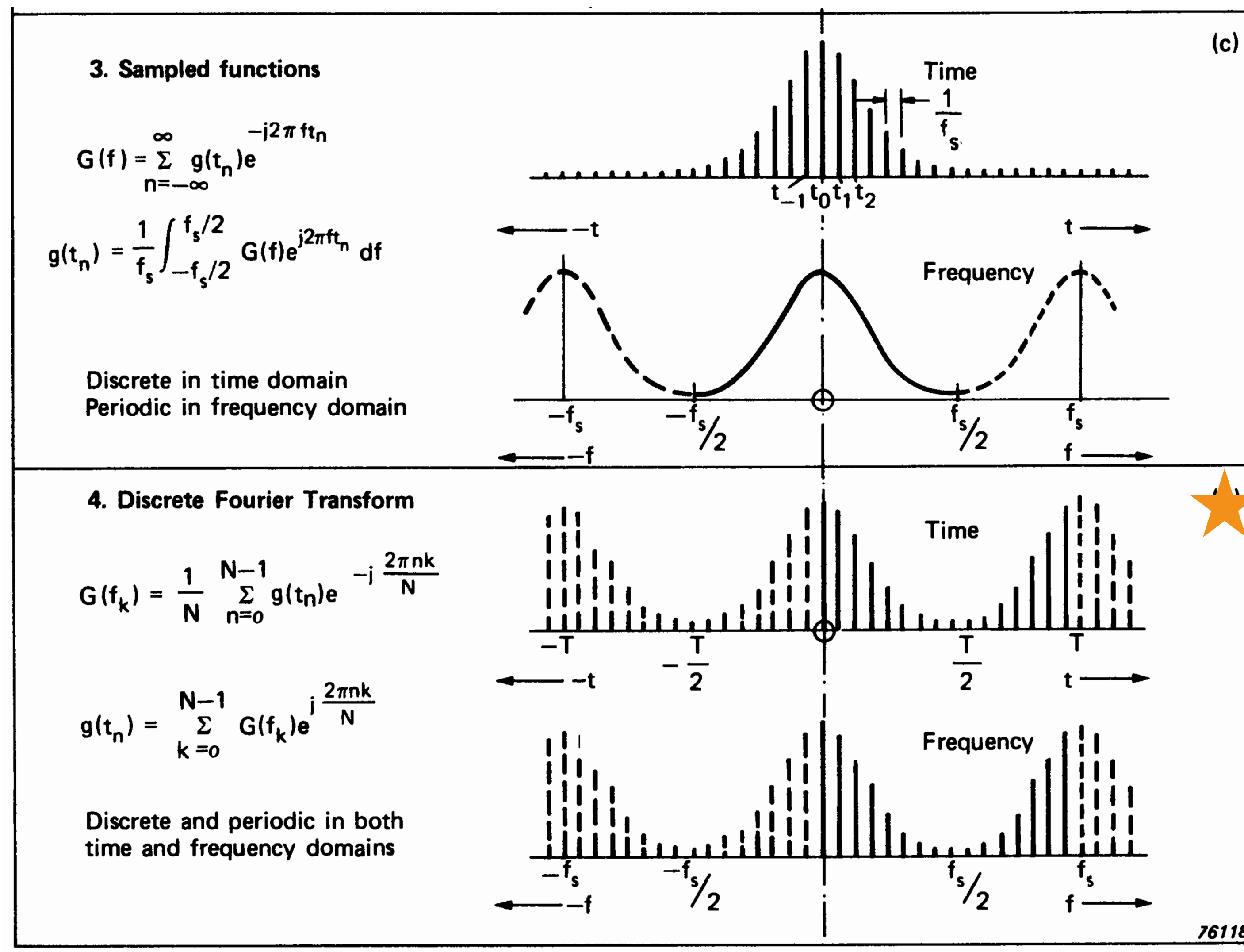
Segnale **periodico continuo**
Serie di Fourier



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Segnale **campionato aperiodico**
Trasformata Discreta
nel Tempo di Fourier

Segnale **campionato periodico**
Trasformata Discreta
di Fourier

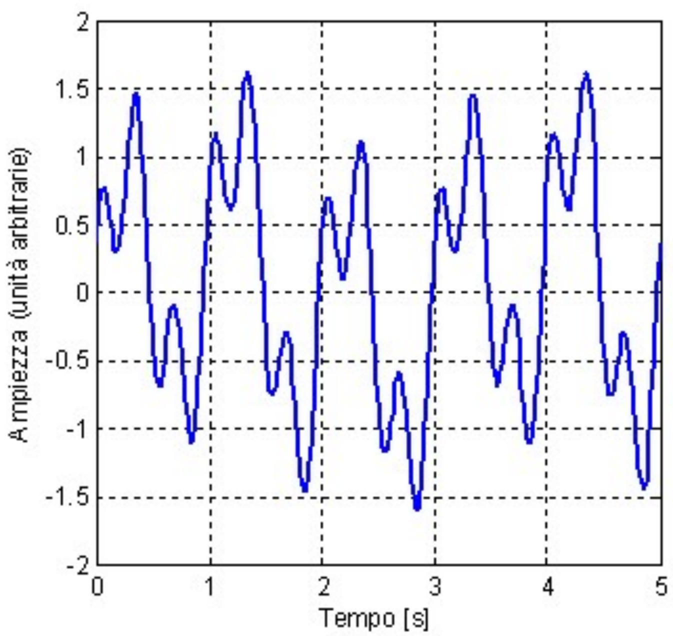


NB quando il segnale è campionato la trasformata nel dominio della frequenza è periodica!

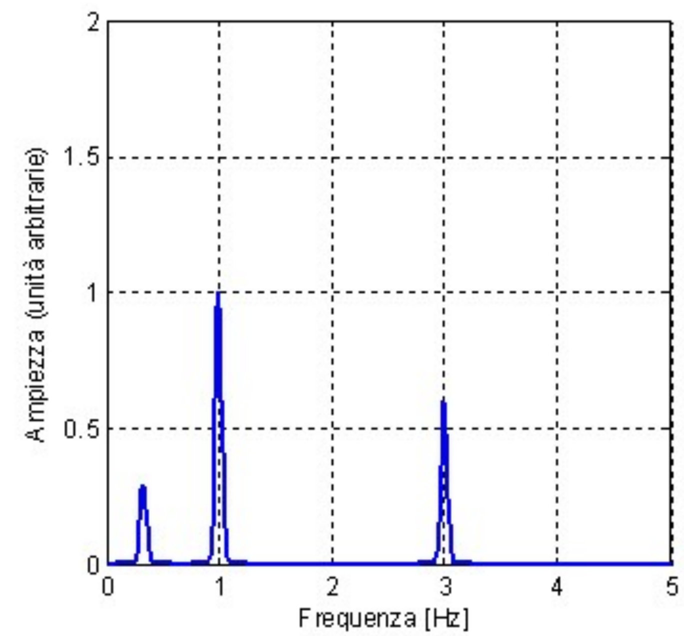
NB bisogna fare in modo di lavorare su un numero finito di campioni, nel domino t ed f, questi devono essere rappresentativi del segnale!

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Campionando N istanti di tempo..
(non possiamo campionare all'infint o)
(funzione a valori reali)



..avremo N informazioni per descrivere lo spettro in frequenza
(funzione a valori complessi)



sarà possibile avere N/2 linee spettrali

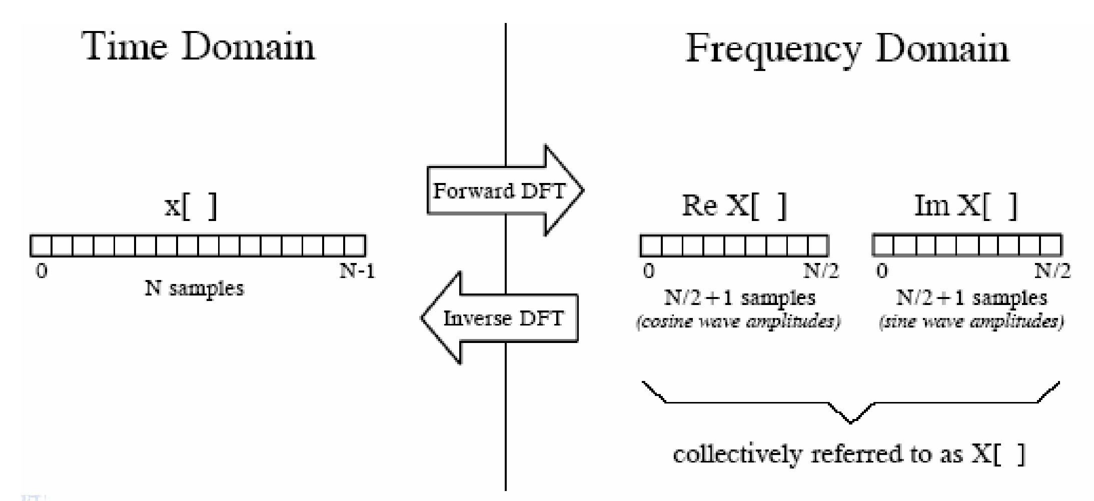
N/2 per la parte reale

N/2 per la parte immaginaria

oppure

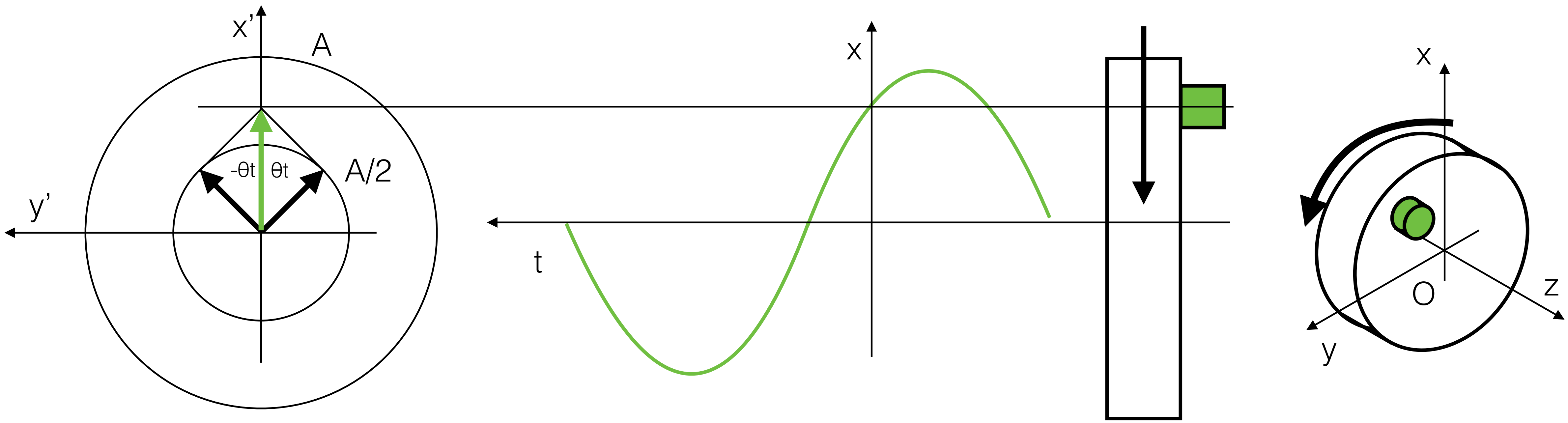
N/2 per l'ampiezza

N/2 per la fase



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

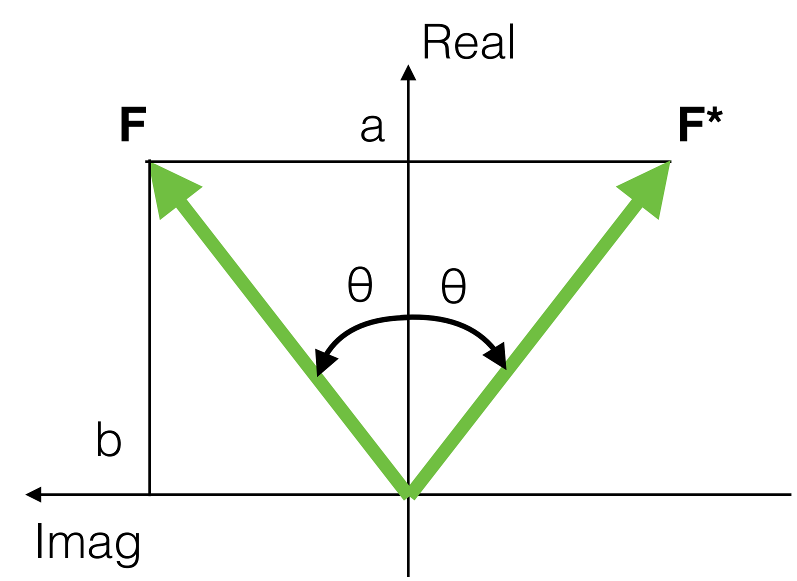
..ogni componente armonica è la somma di due vettori contro-rotanti..



..ricordiamo la notazione di Eulero…

$$F = a + jb$$

$$F = |F| e^{j\theta}$$



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

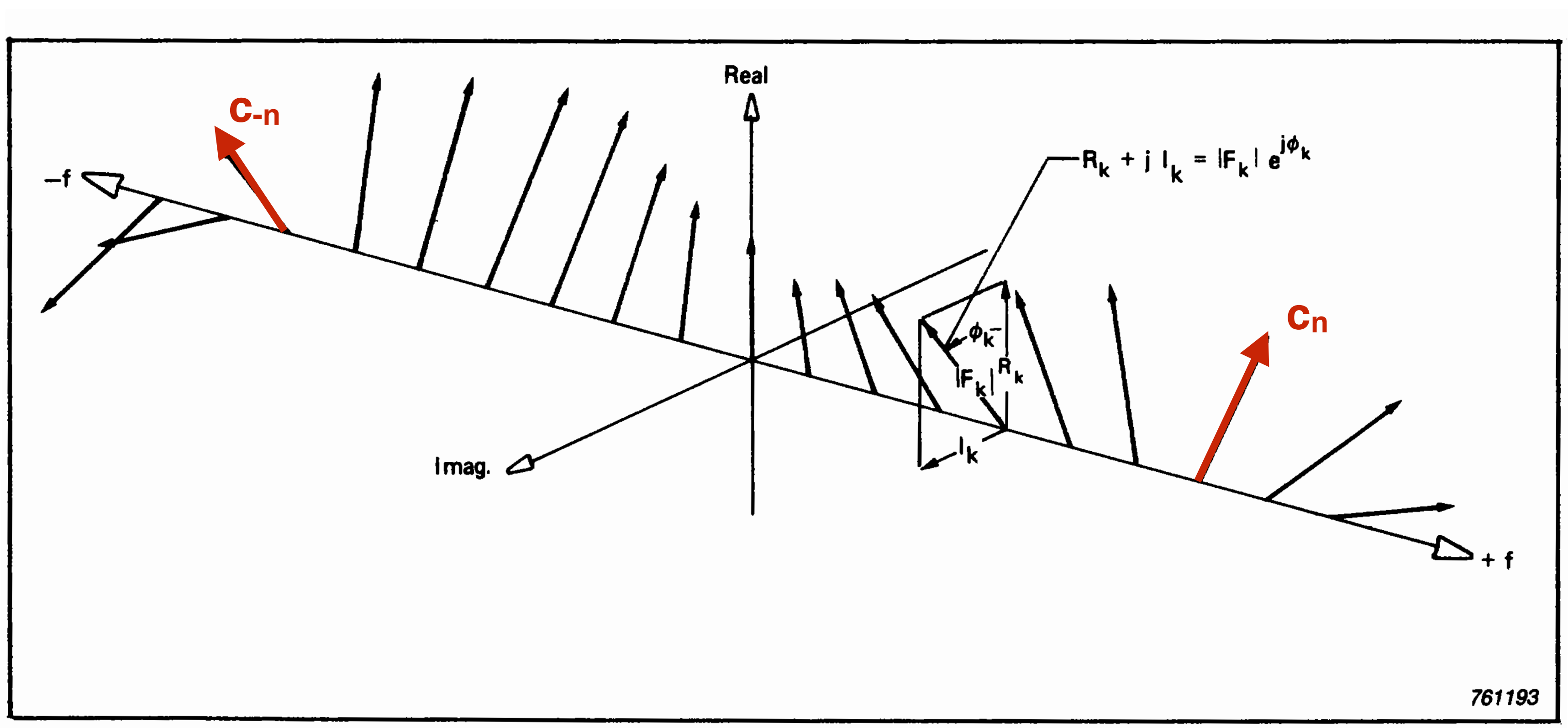
Analisi del segnale - Trasformata di Fourier

Serie di Fourier… segnale periodico (di periodo T_0) e continuo

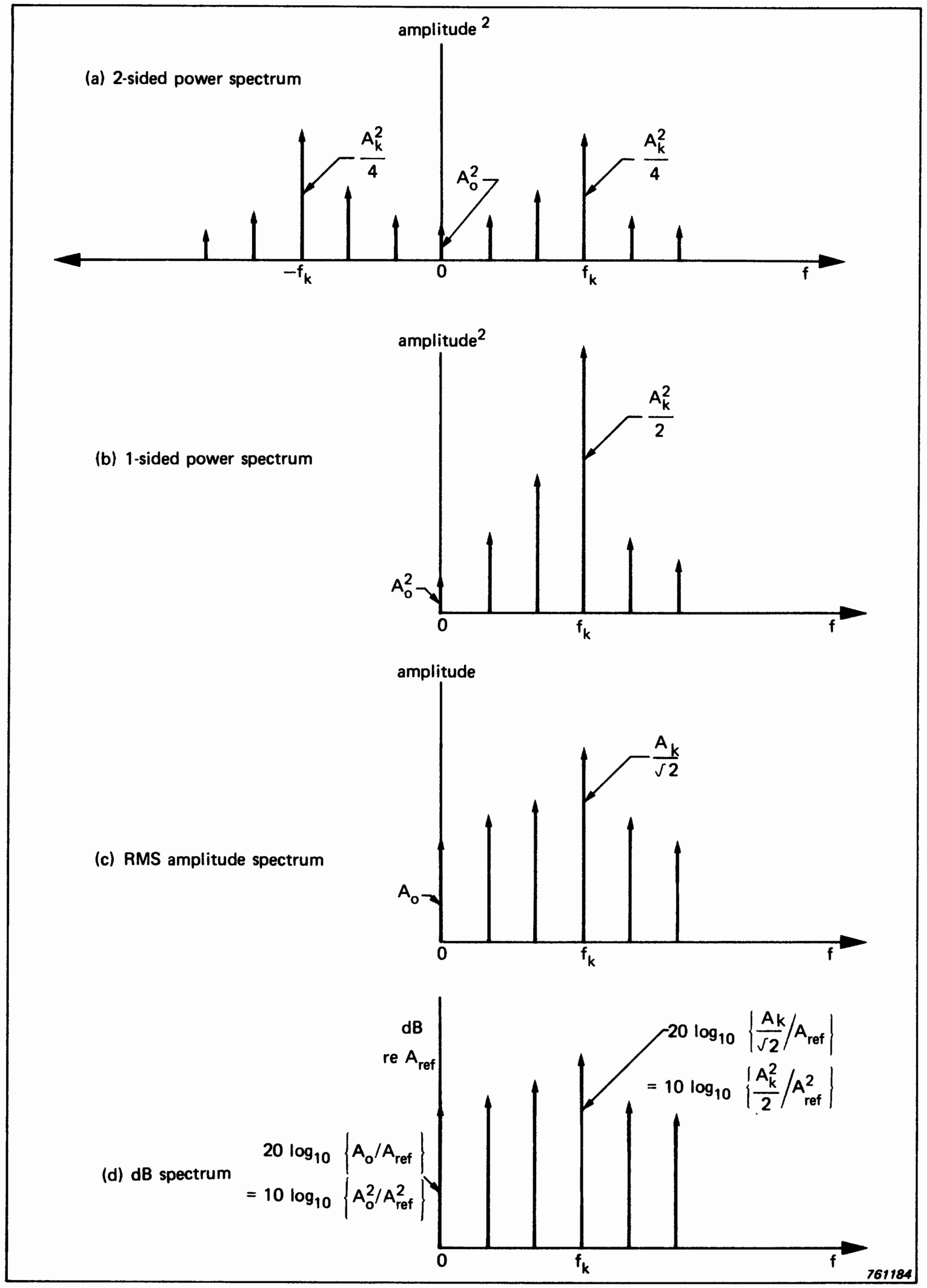
$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)+b_n \sin(n\omega_0 t) \qquad \omega_0=\frac{2\pi}{T_0} \quad \text{frequenza fondamentale}$$

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \qquad c_n=\frac{1}{2}(a_n \pm b_n) \qquad c_n=c_{-n}^{*} \quad \text{simmetria Hermitiana}$$

la trasformata (spettro) è DISCRETA, definita solo per $1^*\omega_0$ $2^*\omega_0$ $3^*\omega_0$ $4^*\omega_0$….



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro



NB stante i vettori contro-rotanti, lo spettro è definito da -inf a +inf..

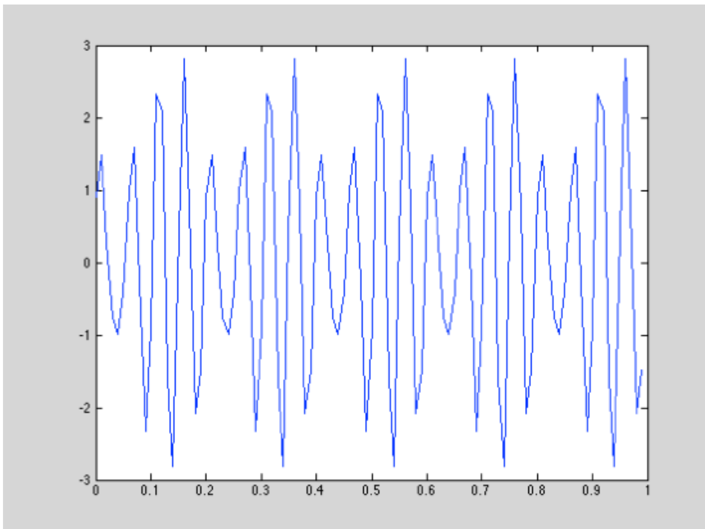
NMB attenzione a quando si utilizza matlab per calcolare la trasformata, e la rappresentazione che propone!

Solitamente si preferisce una rappresentazione da 0 a +inf, scalata in valori RMS o dB

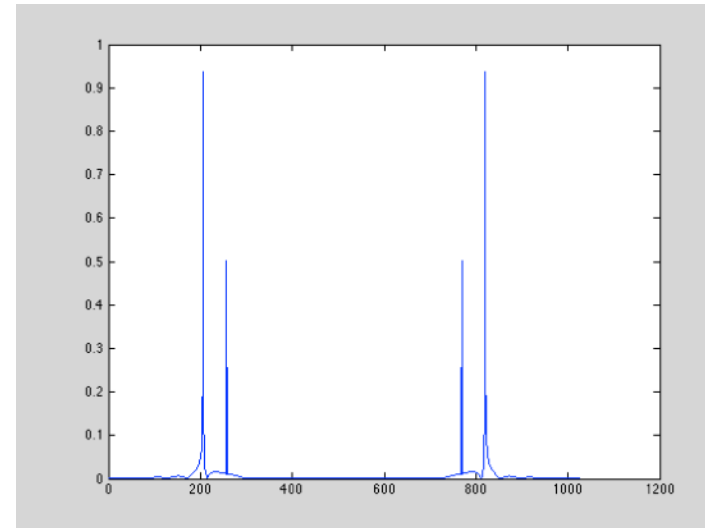
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - Trasformata di Fourier

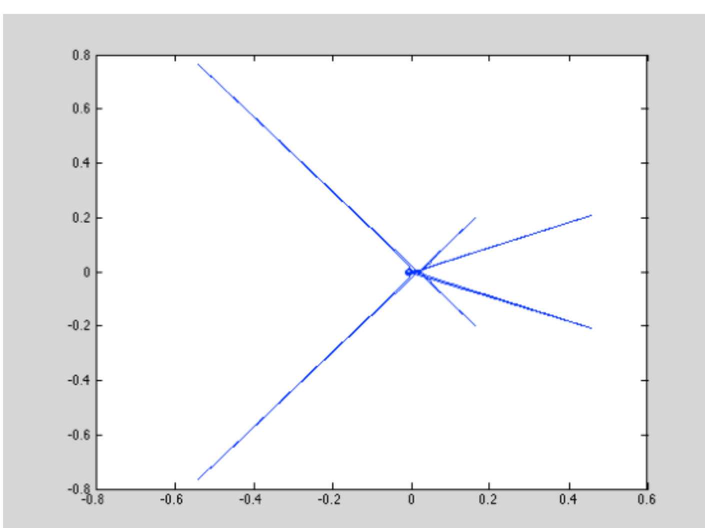
```
>> t=0:0.01:10;
>> a=sin(2+pi*50*t)+2*sin(2*pi*120*t);
>> plot(t(1:100),a(1:100))
```



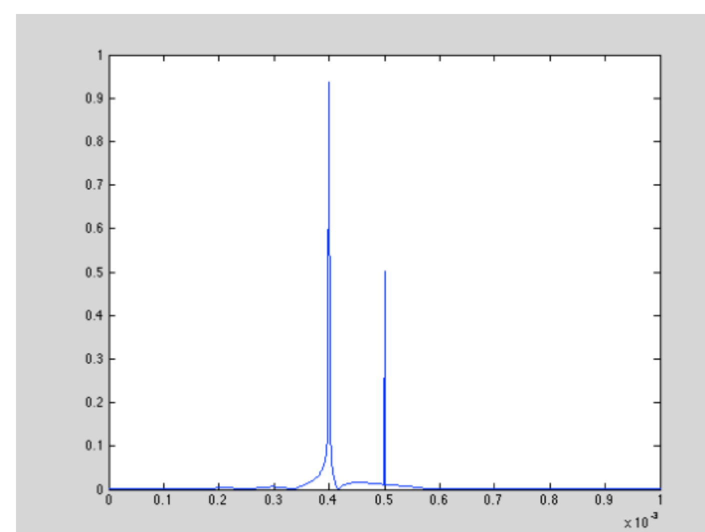
```
>> plot(abs(A))
```



```
>> nfft=2^nextpow2(size(t,2));
>> A=fft(a,nfft)/size(t,2);
>> f=(1/1000)*linspace(0,1,nfft/2+1);
>> plot(A)
```



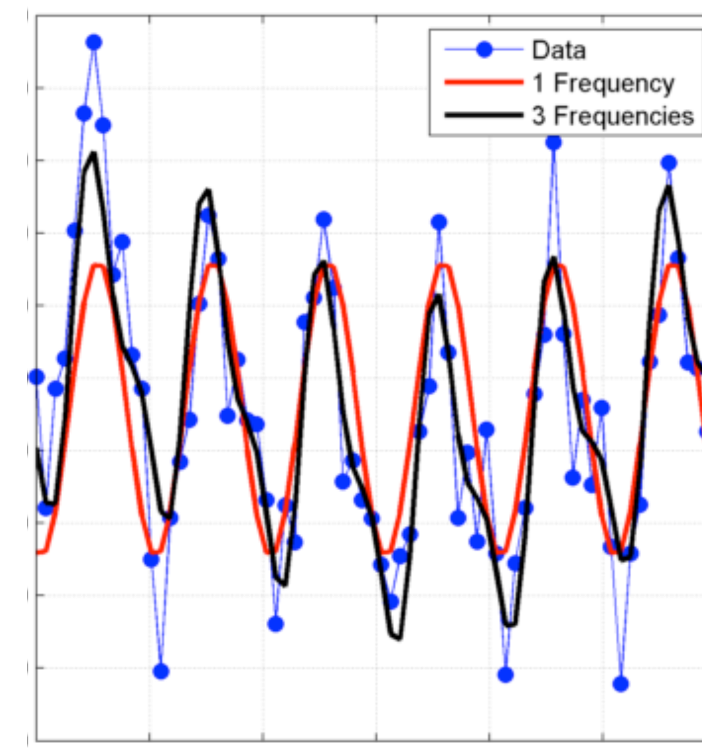
```
>> plot(f,abs(A(1:nfft/2+1)))
```



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

..quante componenti armoniche bisogna considerare nella sommatoria per avere una buona rappresentazione del segnale di partenza?

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)+b_n \sin(n\omega_0 t)$$



Tante componenti quante servono acciocché la potenza del segnale ricostruito in frequenza sia “prossima” alla potenza del segnale originale nel tempo ..

$$\hat{P}_f \simeq P_t$$

Teorema di Perceval (1755-1836)

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^t \left[f(t)\right]^2 dt = \sum_{n=0}^{\infty} |c_n|^2$$

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

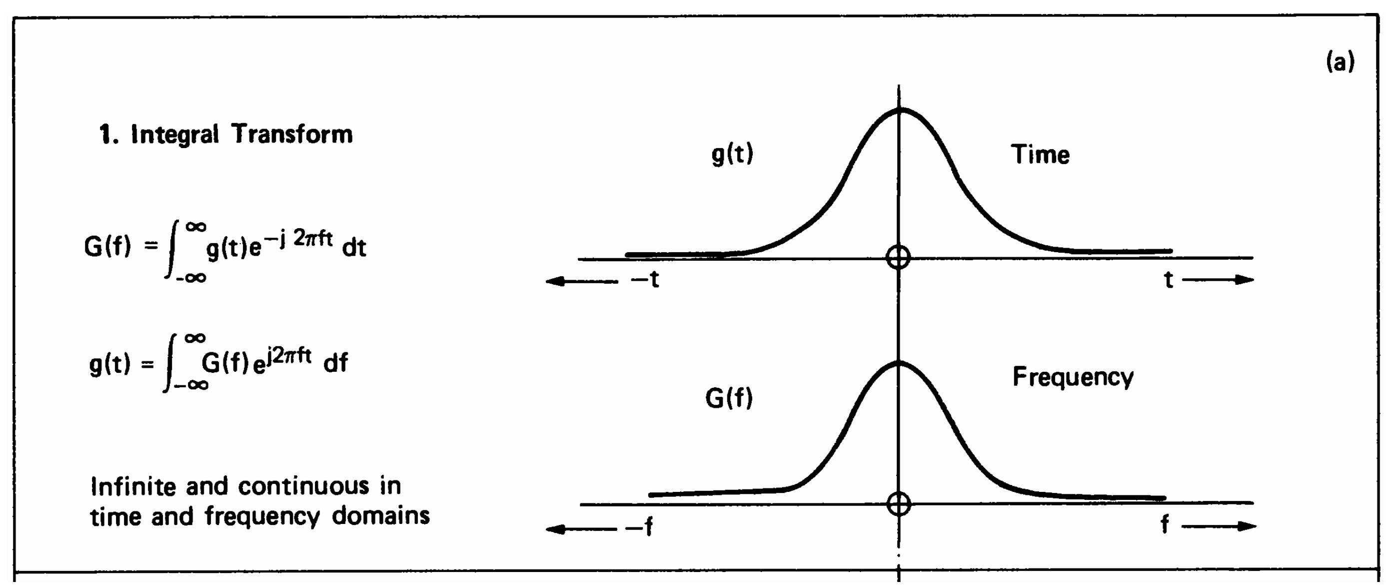
Se il segnale non è periodico e continuo..si utilizza l'**integrale di Fourier**
(si immagina di avere il periodo fondamentale T_0 infinito, la frequenza fondamentale ω_0 diventa infinitesima, la sommatoria diventa un integrale)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t}\, dt$$

l'integrale è una funzione continua in ω..
(non è più discreta come la serie!)

$$F(\omega) = F^*(-\omega)$$

Anche la forma integrale ha simmetria Hermitiana



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Se il segnale non è periodico, continuo e campionato, si utilizza la **trasformata discreta di Fourier (DFT)**
(questa è di nuovo una sommatoria!)

$$\hat{F}(\omega)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k\Delta t)e^{-jk\omega\Delta t}$$

Il campionamento "approssima" la funzione, la trasformata sarà approssimata…

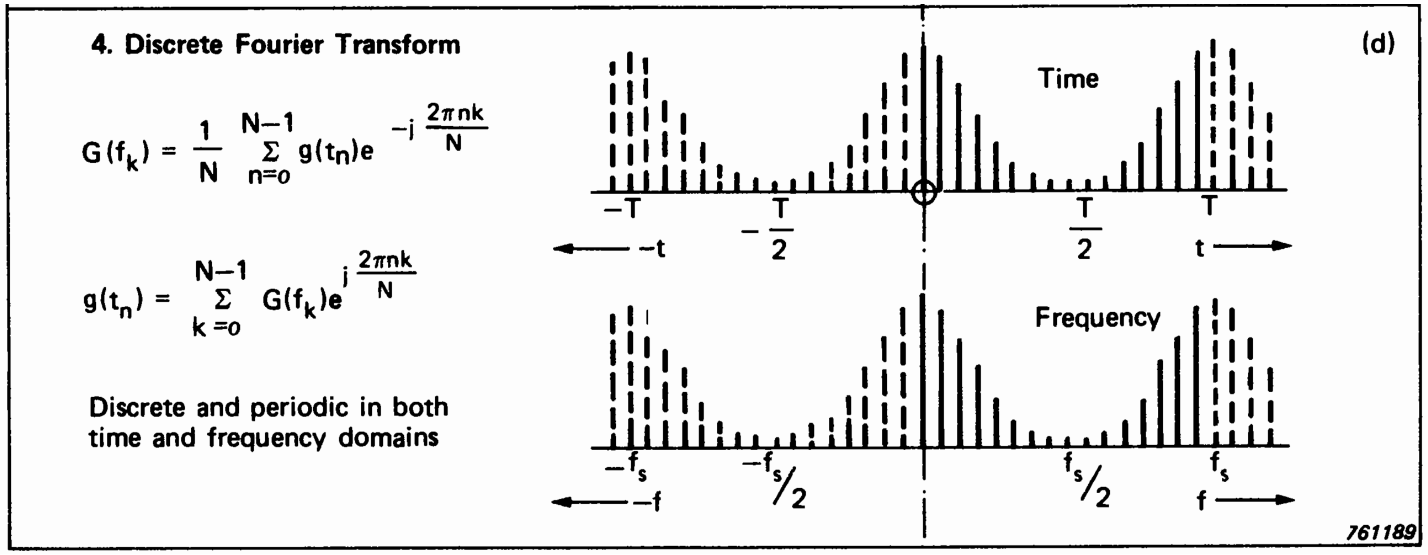
$$\hat{F}(\omega)=\hat{F}^*(-\omega)$$

Simmetria Hermitiana..

$$\hat{F}(\omega)=\hat{F}\left(\omega+\frac{2\pi}{\Delta t}\right)$$

Periodicità..

Se non ci sono componenti al di fuori dell'intervallo.. $\left(-\frac{2\pi}{\Delta t},+\frac{2\pi}{\Delta t}\right)$
non c'è **ALIASING** ..altrimenti si!



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

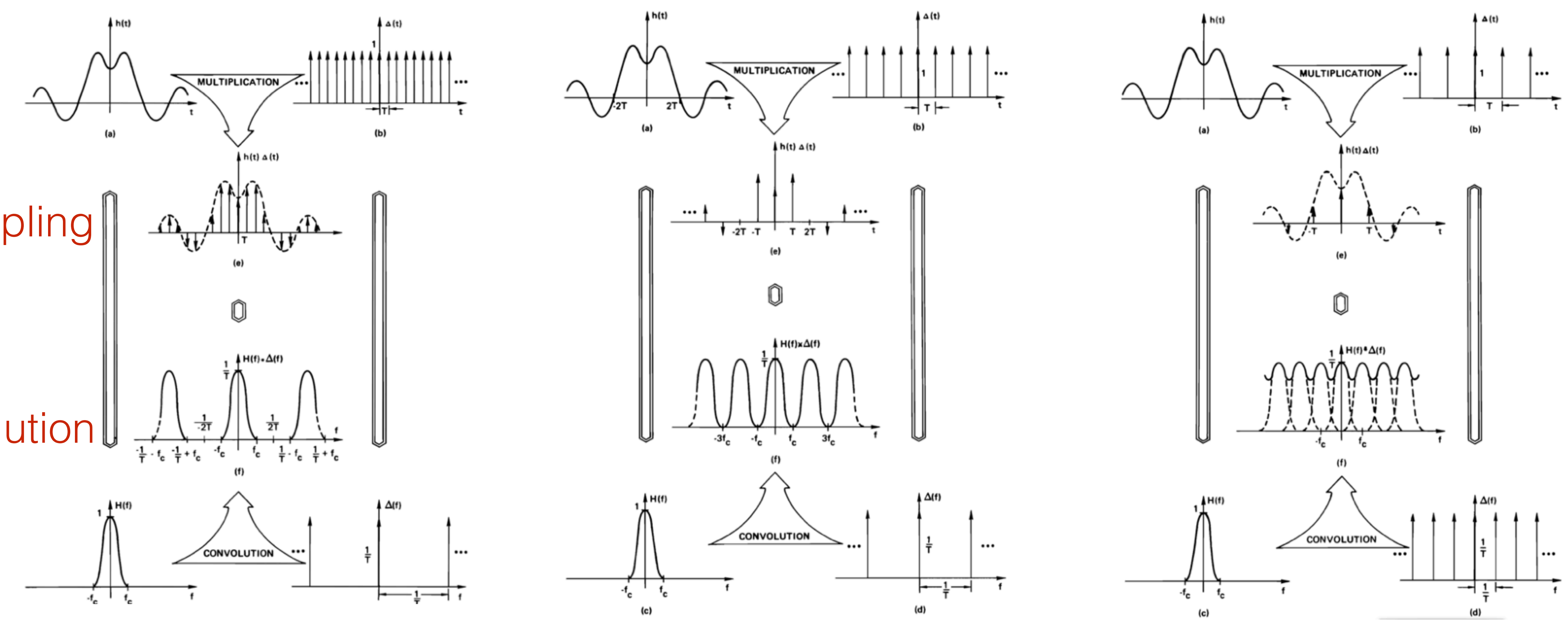
Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - Trasformata di Fourier

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Sampling

Convolution



segnale
correttamente acquisito

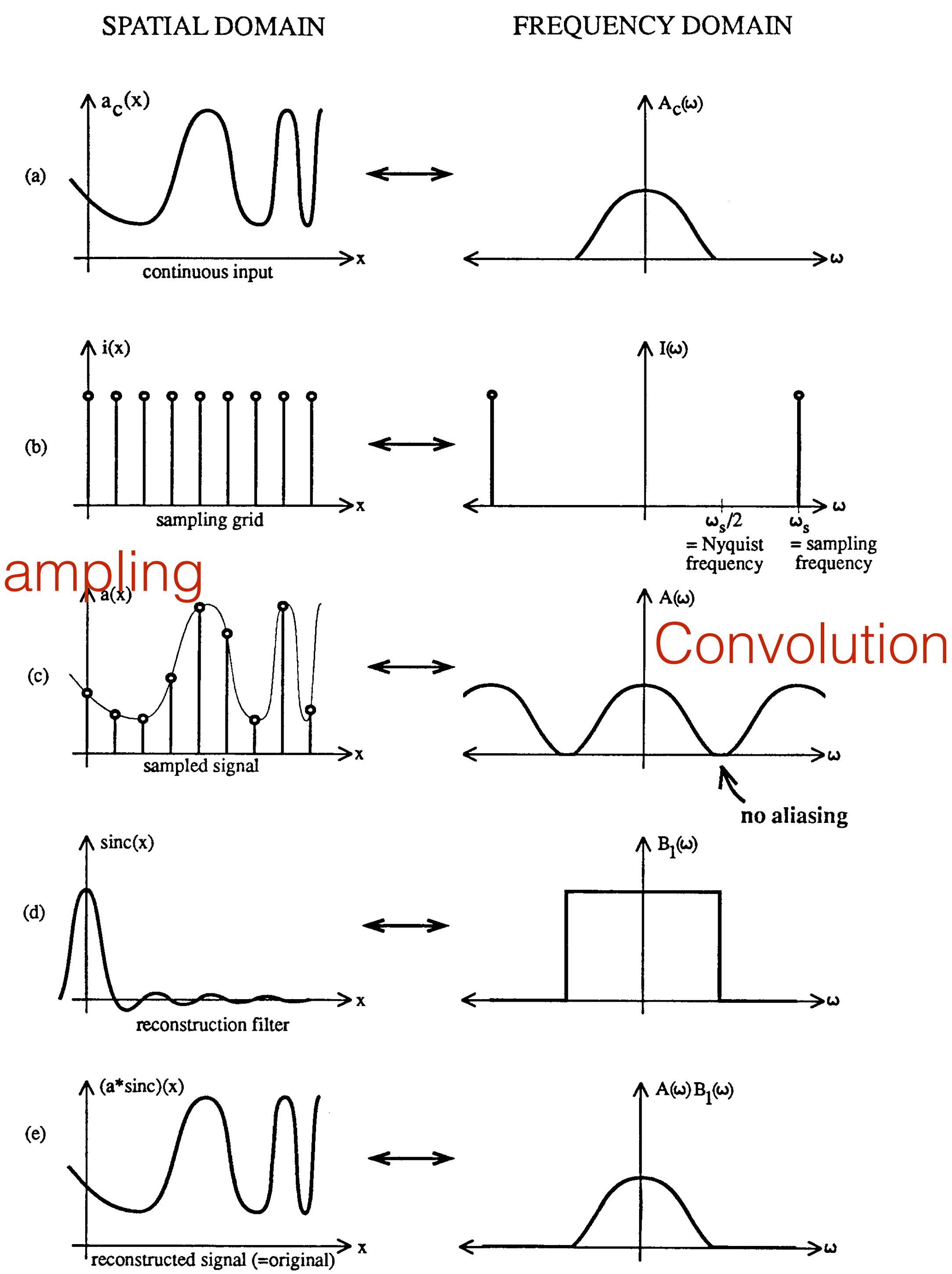
segnale non
correttamente acquisito

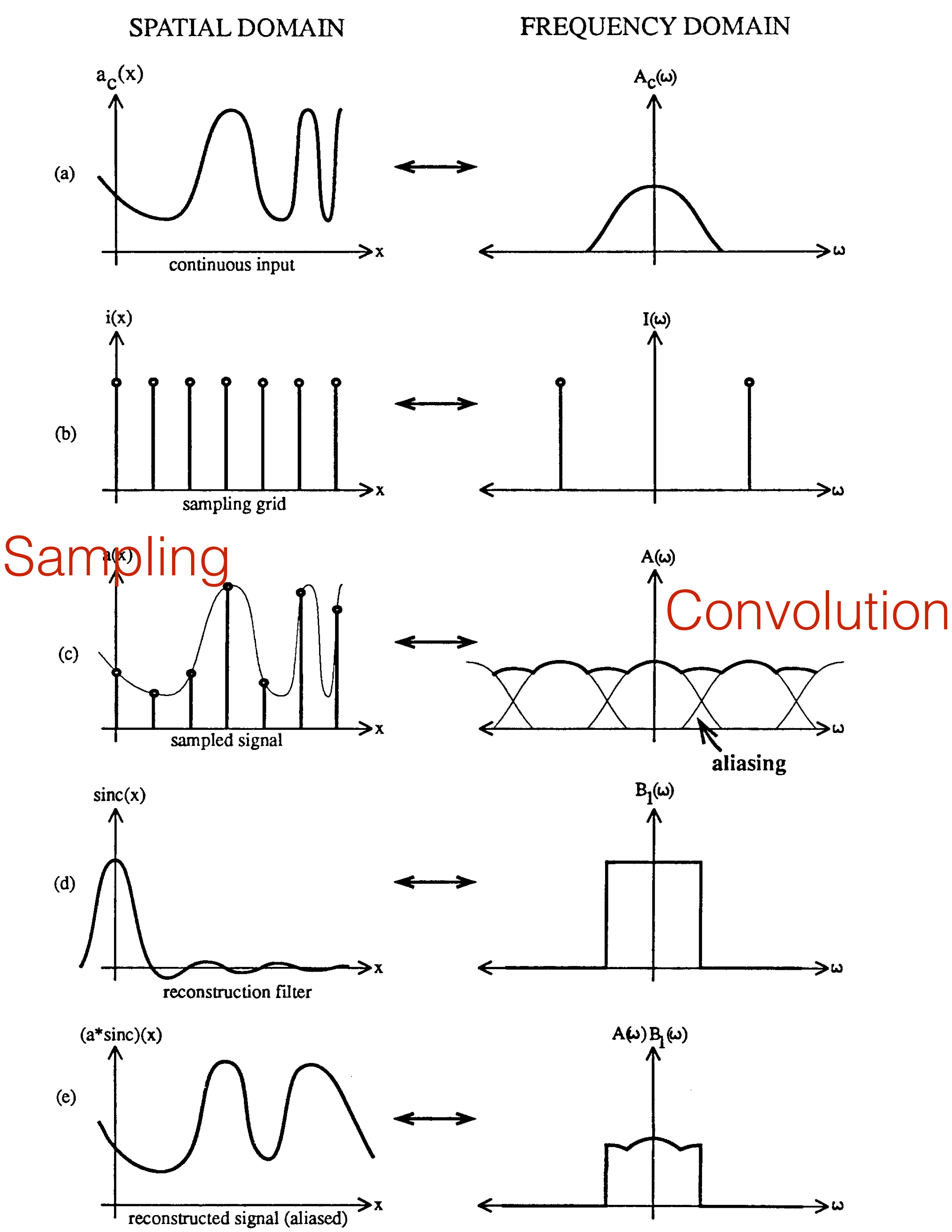
Università degli studi di Trieste
Dip. Ingegneria e Architettura

LVA

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - Trasformata di Fourier



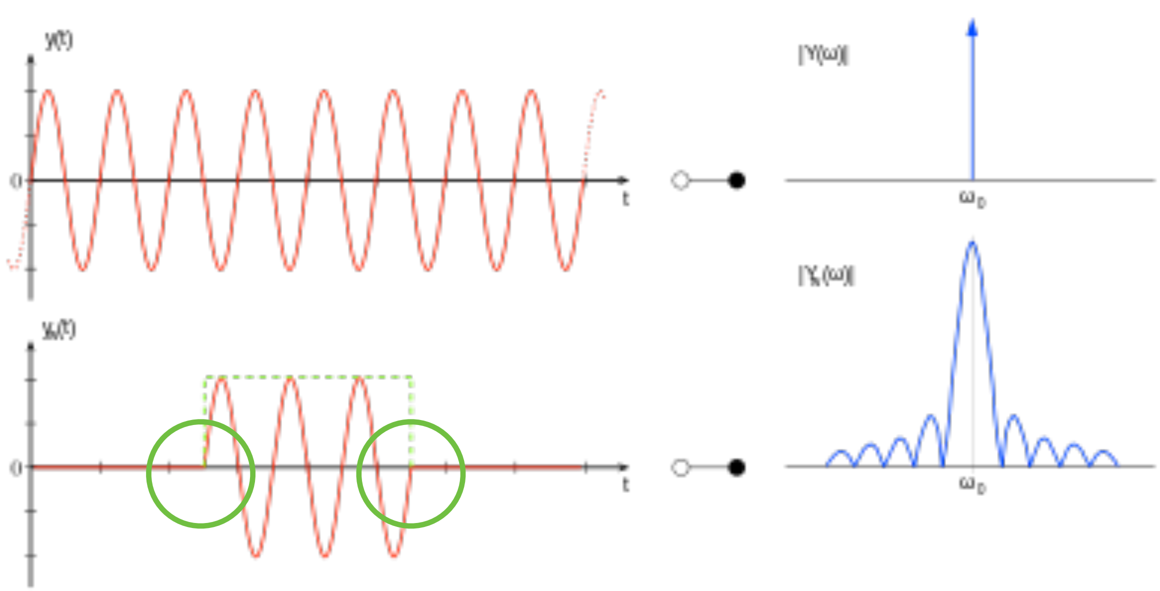


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

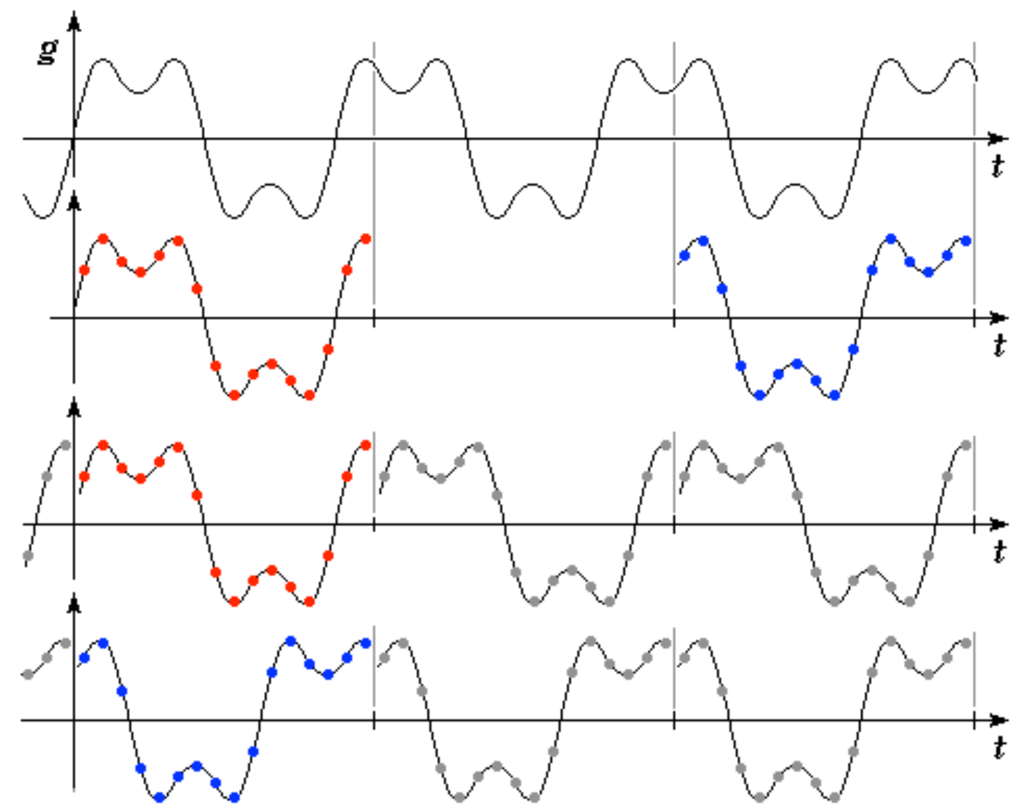
$$N\Delta t \neq kT_0$$

Campionando N istanti di tempo..
(non possiamo campionare all'infinto)

..non è detto che questi rappresentino un numero intero di periodi del segnale…
> un nuovo problema: il **LEAKAGE**



discontinuità

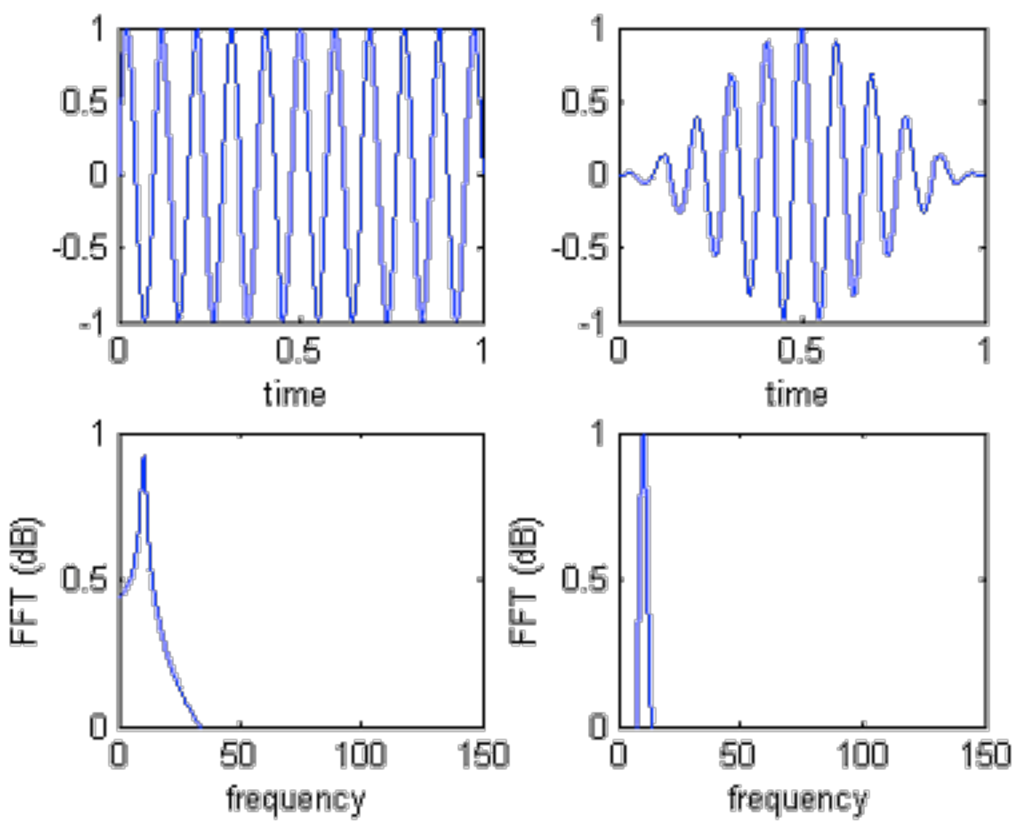


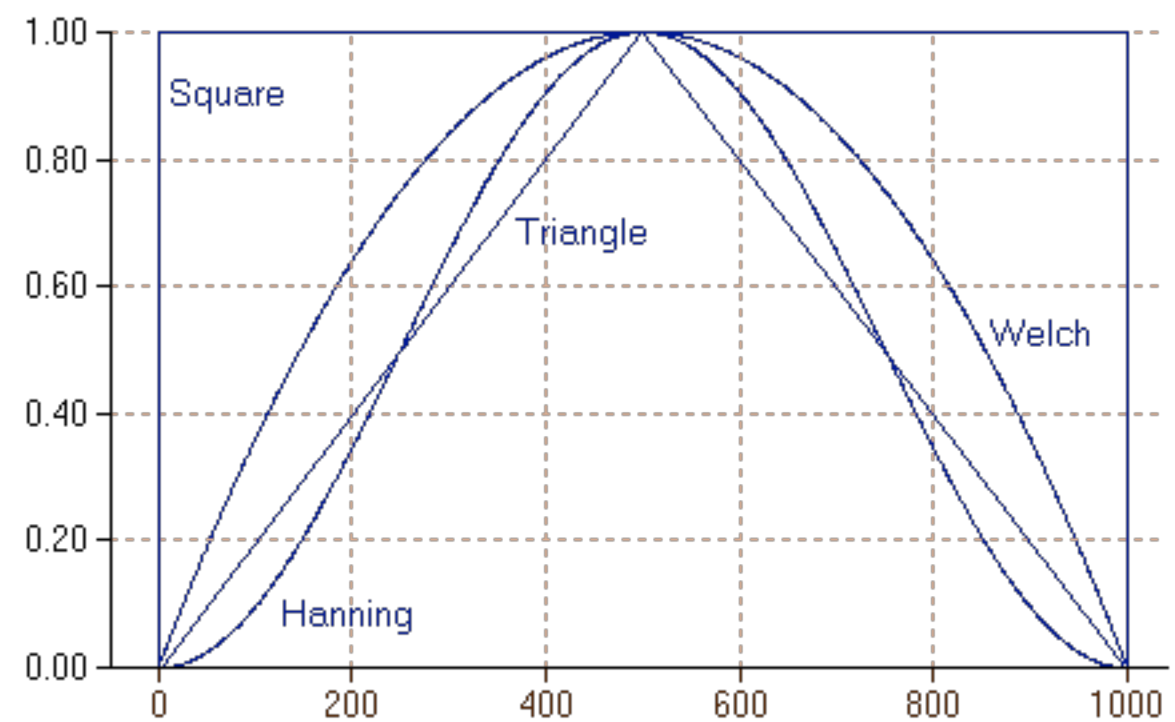
Le componenti spettrali si ridistribuiscono attorno al valore corretto..
(componenti spurie, di ampiezza sbagliata)

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Si può ridurre il Leakage, moltiplicando il segnale campionato per opportune finestre di pesatura (in modo tale che negli N campioni segnale inizia e finisce a zero…)

- finestra di shoebox, Hanning, Hamming, Barlett, KaiserBessel…
- serve la correzione dello spettro per compensare la riduzione di potenza!





..le finestre di pesatura lavorano come i filtri..

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Proprietà della trasformata… $x(t), y(t), h(t) \Leftrightarrow X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$

Linearità… $\boxed{\alpha x(t) + \beta y(t) \Leftrightarrow \alpha X(\omega) + \beta Y(\omega)}$

Scalaggio nel tempo / frequenza… $x(kt) \Leftrightarrow \frac{1}{|k|} X\left(\frac{\omega}{k}\right)$ $\quad \frac{1}{|k|} x\left(\frac{t}{k}\right) \Leftrightarrow X(k\omega)$

Scorrimento nel tempo / frequenza… $x(t \pm t_o) \Leftrightarrow X(\omega) e^{\pm j\omega t_0}$ $\quad x(t) e^{\pm j\omega t_0} \Leftrightarrow X(\omega \mp \omega_0)$

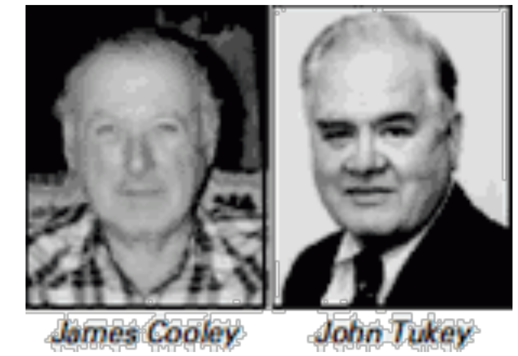
Integrale… $\int x(t) dt \Leftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega}$

Derivata… $\frac{\partial x(t)}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega X(\omega)$

Convoluzione / Prodotto… $h(t) = \int x(t) y(t-\tau) d\tau \Leftrightarrow H(\omega) = X(\omega) Y(\omega)$

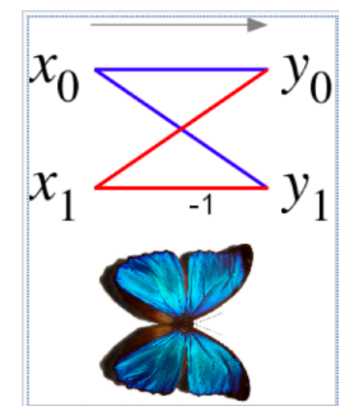
$h(t) = x(t) y(t) \Leftrightarrow H(\omega) = \int X(\omega) Y(\omega - \nu) d\nu$

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro



Esistono diversi algoritmi per calcolare la DFT.. il più comune è quello della FFT (Cooley-Tukey 1965) (proposta da Gauss 1777-1855)

Considera $N=2^X$ campioni e utilizza l'algoritmo "a farfalla" per fare una opportuna combinazione lineare dei diversi campioni..

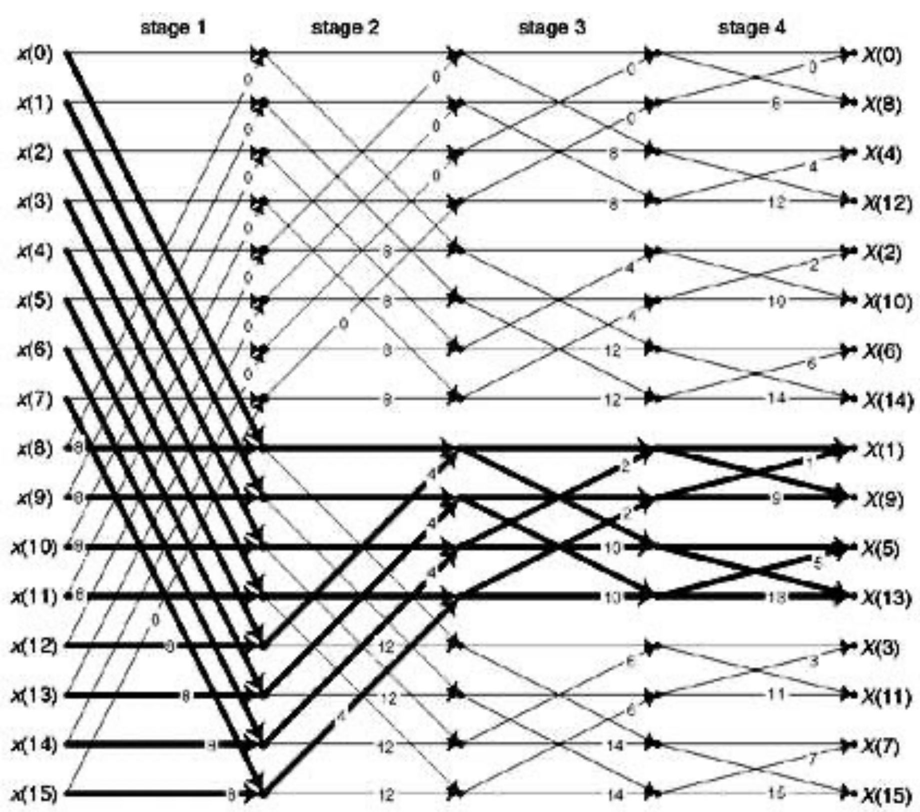


frequenza

$$y_0 = x_0 + x_1$$
$$y_1 = x_0 - x_1$$

tempo

N=16
tempo



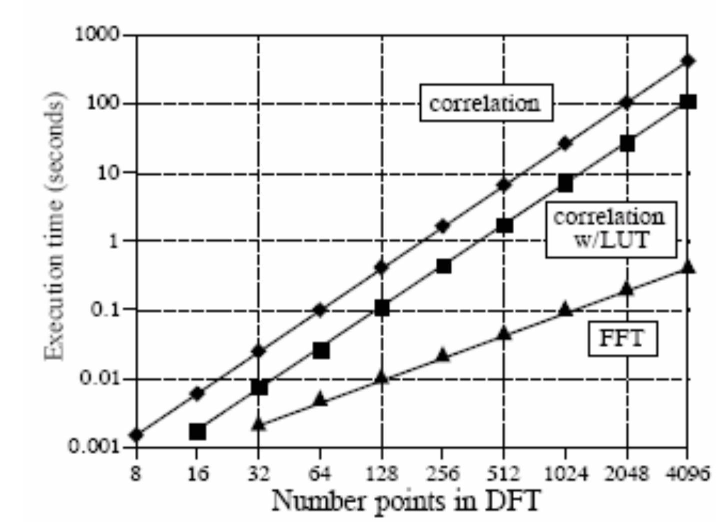
N/2
frequenza
Reale

N/2
frequenza
Immaginario

2Trasf.
N=8

4Ttrasf
N=4

8Trasf
N=2



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro