meccanica delle vibrazioni

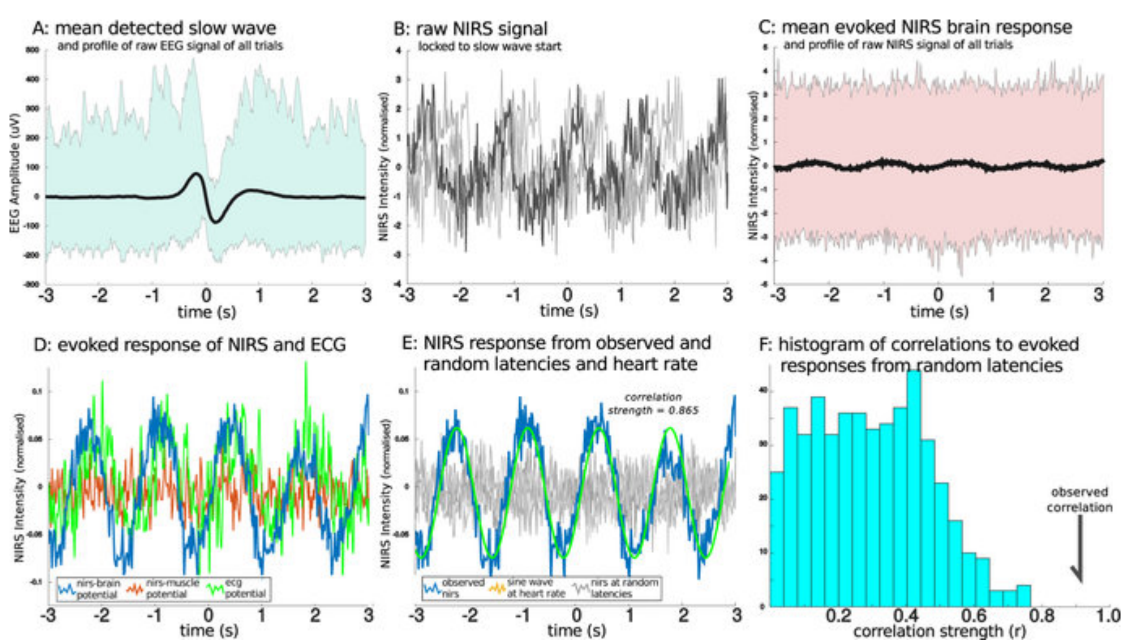
laurea magistrale
ingegneria meccanica

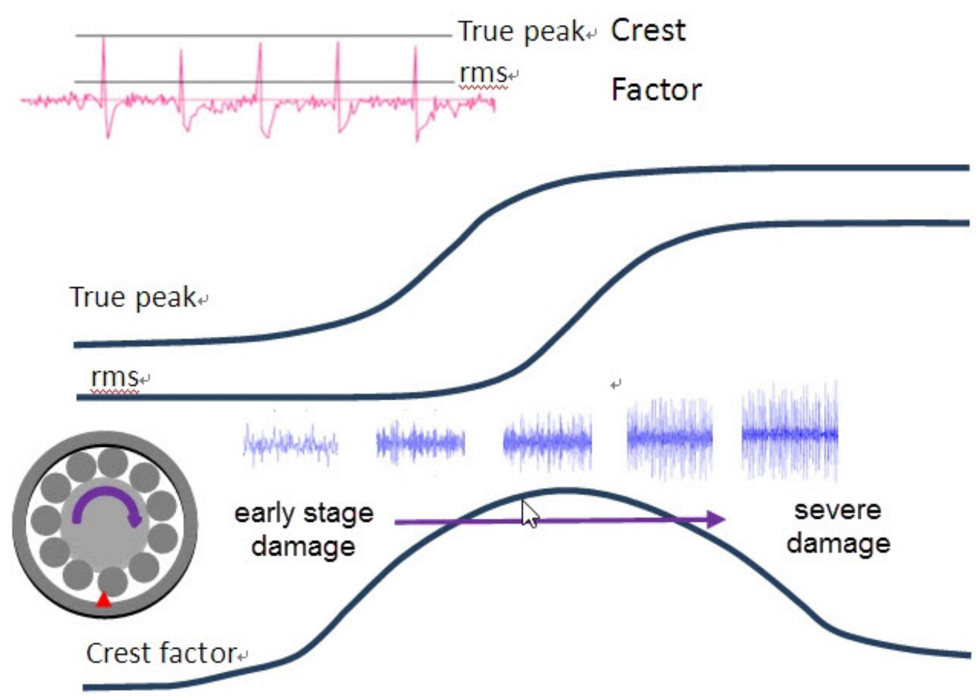
parte 5
analisi del segnale

Luigi BREGANT
bregant@units.it

L'analisi del segnale serve ad estrarre informazioni che rappresentano l'evoluzione del sistema monitorato nei diversi dominii (del tempo e della frequenza, degli ordini..)

Le informazioni estratte possono essere indicatori scalari (KPI es. RMS) o funzioni (spettro in frequenza) che descrivono particolari caratteristiche del segnale.





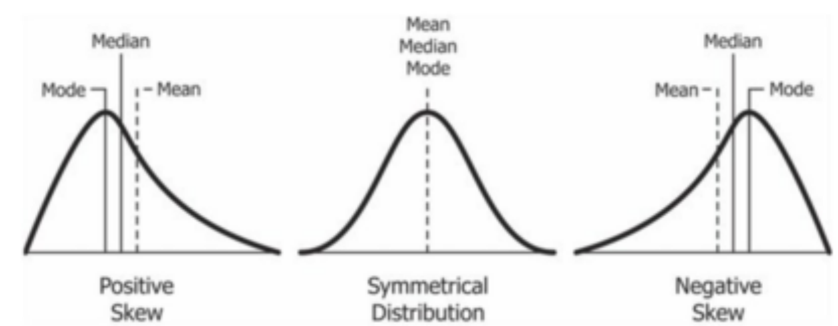
Esempio di indicatori statistici nel dominio del tempo:

massimo
minimo
scarto

$$\max\left[x(t)\right] \quad \min\left[x(t)\right] \quad \max\left[x(t)\right]-\min\left[x(t)\right]$$

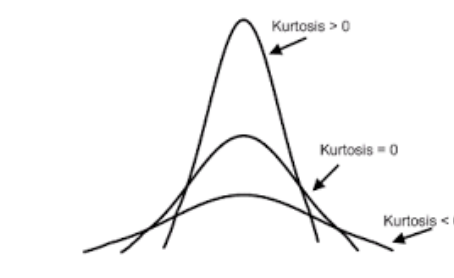
valore RMS

$$RMS=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[x(t)\right]^2 dt}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i(t)^2}$$



Varianza

$$\sigma_x^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\bar{x}\right]^2}{N}$$



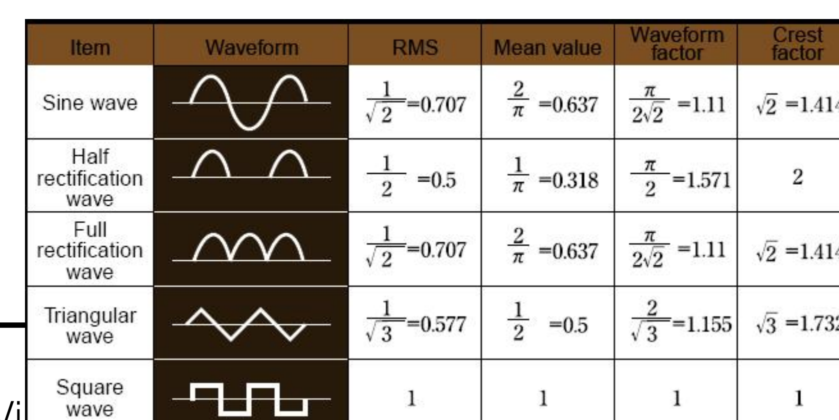
Skewness

$$\mu_3=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\bar{x}\right]^3}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^3}\right)$$

Kurtosis

$$\mu_4=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\bar{x}\right]^4}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^4}\right)$$

…



Item	Waveform	RMS	Mean value	Waveform factor	Crest factor
Sine wave		$\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$	$\frac{2}{\pi}=0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}=1.11$	$\sqrt{2}=1.414$
Half rectification wave		$\frac{1}{2}=0.5$	$\frac{1}{\pi}=0.318$	$\frac{\pi}{2}=1.571$	2
Full rectification wave		$\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$	$\frac{2}{\pi}=0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}=1.11$	$\sqrt{2}=1.414$
Triangular wave		$\frac{1}{\sqrt{3}}=0.577$	$\frac{1}{2}=0.5$	$\frac{2}{\sqrt{3}}=1.155$	$\sqrt{3}=1.732$
Square wave		1	1	1	1

Esempio di funzioni nel dominio del tempo e della frequenza:

Segnale x(t)

Auto-correlazione

$$R_{xx}(t) = \lim_{T\to\infty} \int_T x(t)x(t+\tau)\,d\tau$$

Cross-correlazione

$$R_{xy}(t) = \lim_{T\to\infty} \int_T x(t)y(t+\tau)\,d\tau$$

Spettro X(ω)

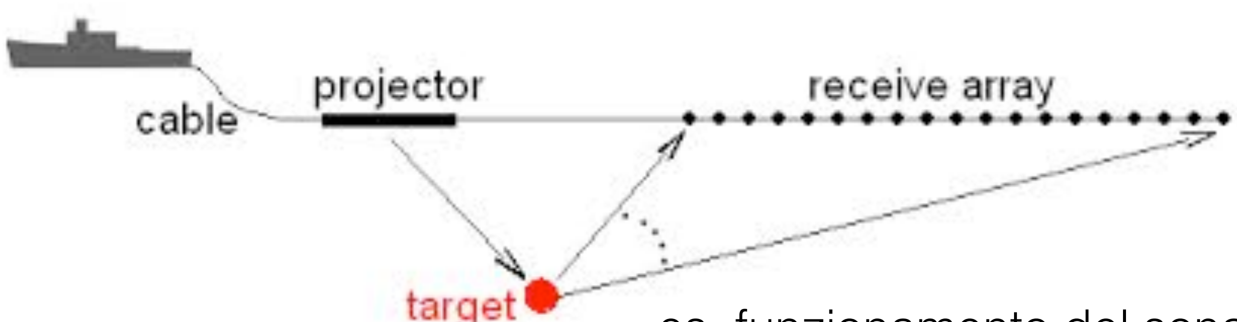
Auto-spettro

$$S_{xx}(\omega) = \left[X(\omega)X^*(\omega)\right]$$

Cross-spettro

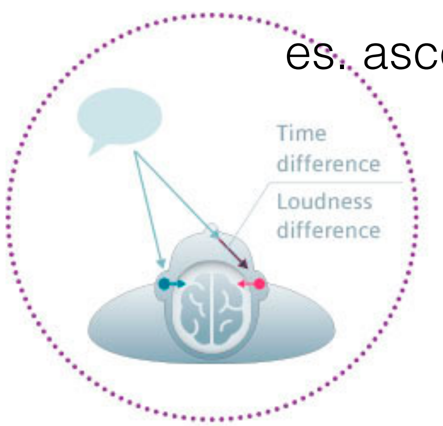
$$S_{xy}(\omega) = \left[X(\omega)Y^*(\omega)\right]$$

Permettono di evidenziare similarità, ritardi,… tra in uno o due segnali, nel dominio del tempo o della frequenza



es. funzionamento del sonar

es. ascolto binaurale



Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - funzioni nel dominio del tempo e della frequenza

Auto-spettro

$$S_{xx}(\omega)=\left[X(\omega)X^{*}(\omega)\right]$$

Funzione reale, non ci sono informazioni di fase
Media il segnale ed il rumore
Non richiede trigger
Attenzione allo scalaggio:

Power Spectrum	$(EU)^2$
Power Spectral Density	$(EU)^2/Hz$
Energy Spectral Density	$(EU)^2 s/Hz$

Cross-spettro

$$S_{xy}(\omega)=\left[X(\omega)Y^{*}(\omega)\right]$$

Funzione complessa, ci sono informazioni di fase
Evidenzia le parti comuni nei due segnali
Non richiede trigger

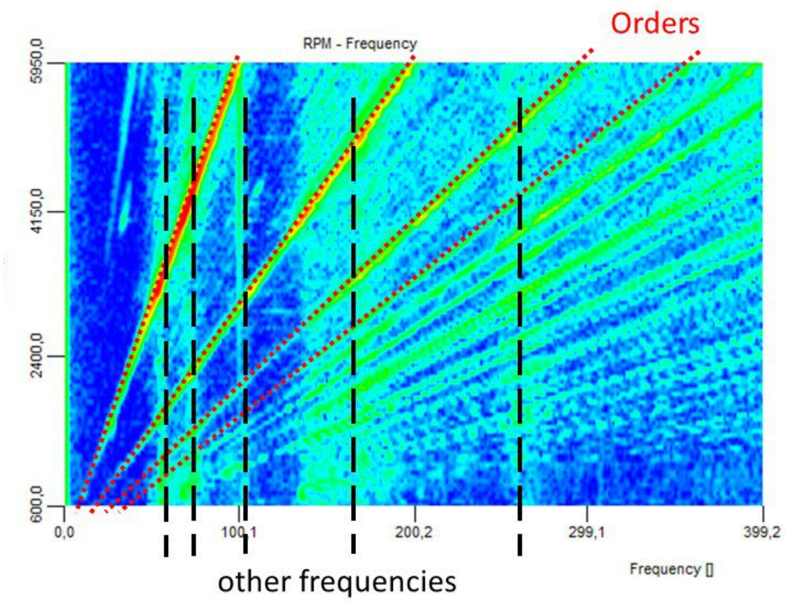
Coerenza

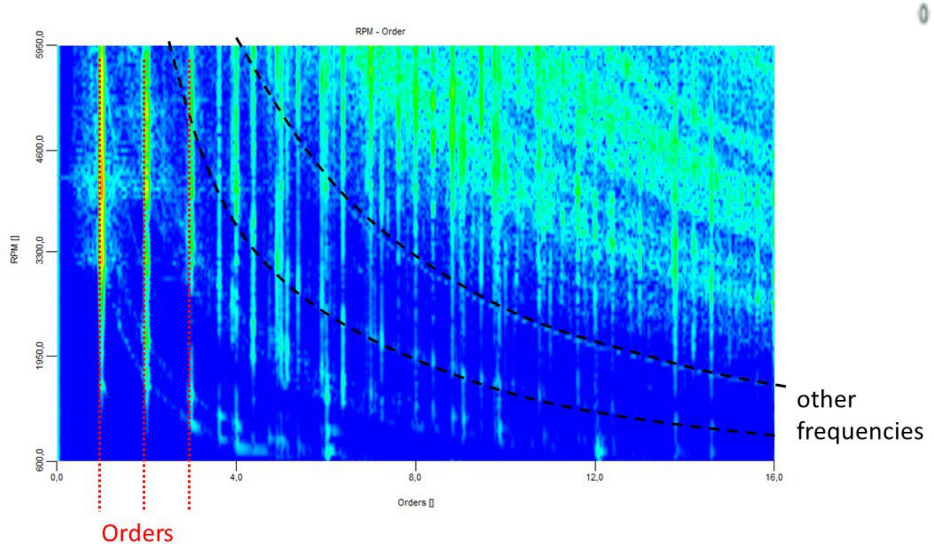
$$\gamma_{xy}^{2}(\omega)=\frac{\left[S_{xy}(\omega)S_{xy}^{*}(\omega)\right]}{\left[S_{xx}(\omega)S_{yy}(\omega)\right]}$$

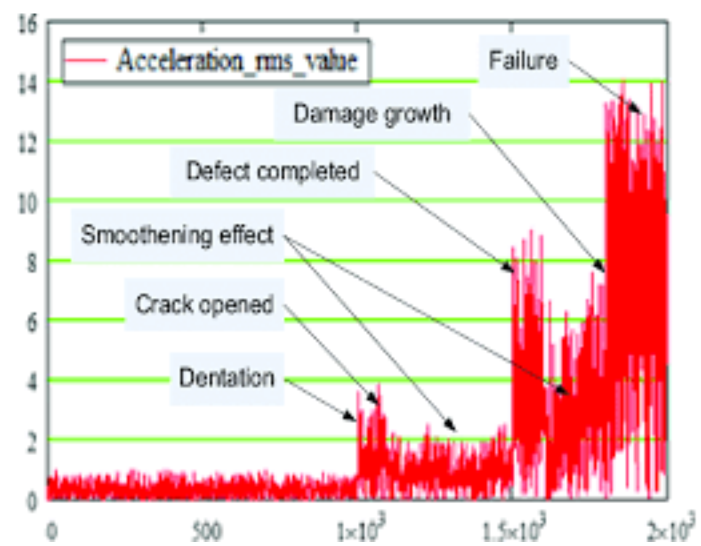
Funzione reale, compresa tra 0-1
Evidenza la correlazione tra i due segnali

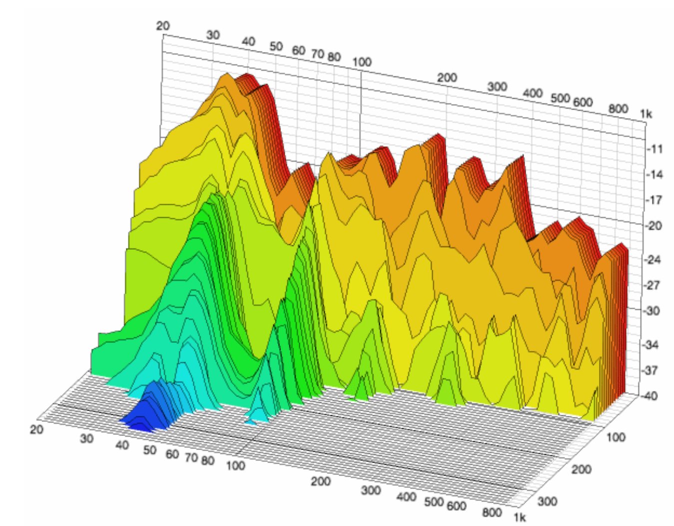
..altre funzioni dipendente dall'applicazione
Coherent Power, Referenced CrossPower…

Questi indicatori/funzioni possono essere monitorati o nel tempo
o in funzione delle condizioni di funzionamento della macchina (rpm):









..qualora derivino dal valore atteso indicano un degrado/danneggiamento della macchina

> manutenzione basata su condizione
più dettagli successivamente..

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..Supponiamo di avere un sistema dinamico..
soggetto a diverse eccitazione che generano certe risultanti!

uscite
risposte

$y(t)$
$Y(\omega)$

es. vibrazione
del sedile

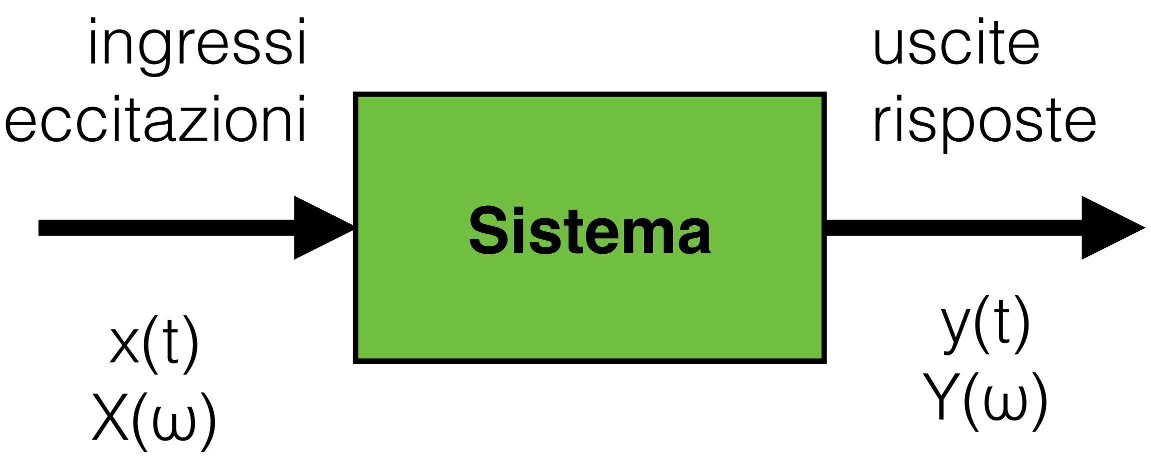
ingressi
eccitazioni

$x(t)$
$X(\omega)$

es. strada
sconnessa

Vogliamo conoscere il legame tra queste quantità (!)
e descrivere il sistema per poterlo controllare/oottimizzare (!)

Analisi del segnale - analisi dei sistemi



Dovremmo misurare le grandezze di interesse
(nel dominio del t o ω, con rappresentazione continua o discreta)
gestendo gli errori di misura !

Se il sistema è Lineare, Tempo Invariante (LTI), si può descrivere il legame tra eccitazione e risposta con due funzioni:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) h(t-\tau) d\tau$$ nel domino t > funzione di risposta all'impulso

$$Y(\omega) = X(\omega) H(\omega)$$ nel domino ω > funzione di risposta in frequenza

Luigi BREGANT
bregant@units.it

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)h(t-\tau)d\tau$$

..la risposta del sistema è la convoluzione tra eccitazione e risposta all'impulso..($\in R$)

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega)$$

..o il prodotto tra eccitazione del sistema e funzione di risposta in frequenza ..($\in C$)

Moltiplico tutto per $X^*(\omega)$

Moltiplico tutto per $Y^*(\omega)$

$$X^*(\omega)Y(\omega) = X^*(\omega)X(\omega)H(\omega)$$

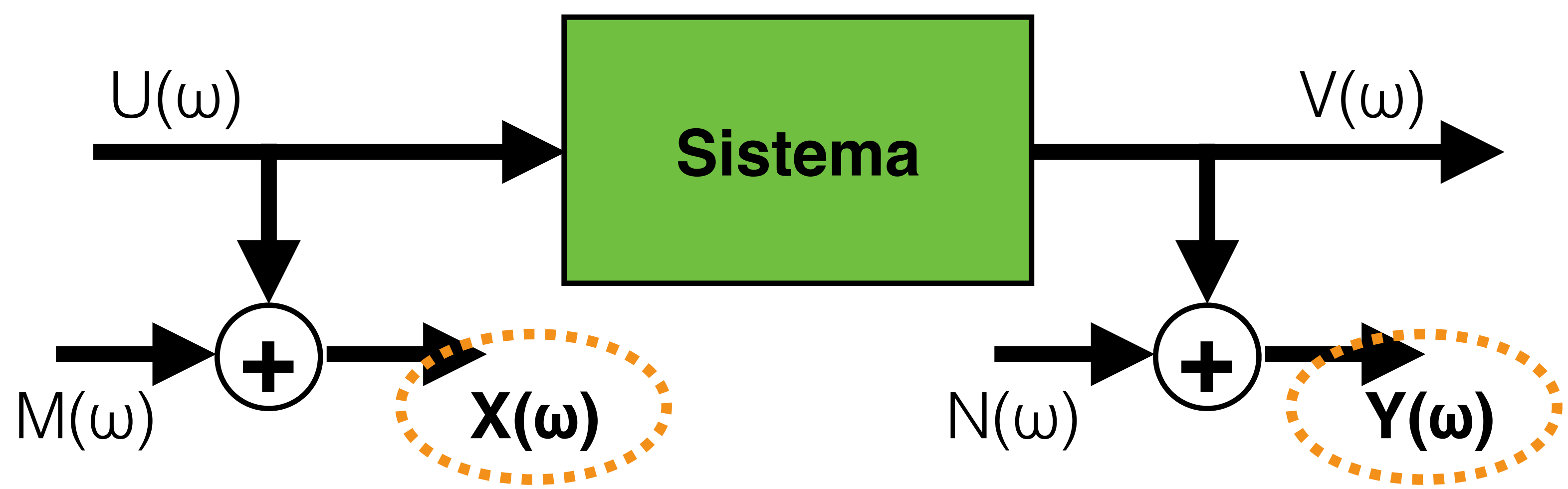
$$Y^*(\omega)Y(\omega) = Y^*(\omega)X(\omega)H(\omega)$$

$$H(\omega) = \frac{X^*(\omega)Y(\omega)}{X^*(\omega)X(\omega)} = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H_1(\omega)$$

$$H(\omega) = \frac{Y^*(\omega)Y(\omega)}{Y^*(\omega)X(\omega)} = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H_2(\omega)$$

Si ottengono 2 stime della FRF partendo degli stessi dati.
(se non ci sono errori di misura le due stime sono identiche, ma..

..nel caso reale, ci sono rumori/errori di misura sia in ingresso M che in uscita N!
Si misurano le quantità X e Y, ma non si sa con certezza cosa effettivamente eccita il sistema (U) e quale sia la vera risposta del sistema (V)



Per semplicità si ipotizza che il rumore sia scorrelato/indipendente dall'eccitazione e dalla risposta

$$S_{MN}(\omega)=S_{MU}(\omega)=S_{MY}(\omega)=S_{NV}(\omega)=S_{NX}(\omega)=0$$

$$Y(\omega)=V(\omega)+N(\omega)=H(\omega)\big(X(\omega)-M(\omega)\big)+N(\omega)$$

Moltiplicando per i complessi coniugati dell'eccitazione o della risposta misurata si otterranno le stime di H(ω) di interesse.

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

Le due stime di H(ω) sono tali che una sotto-stima la funzione ideale e l'altra la sovra-stima. In entrambi i casi la fase è corretta.

Moltiplico tutto per $X^*(\omega)$

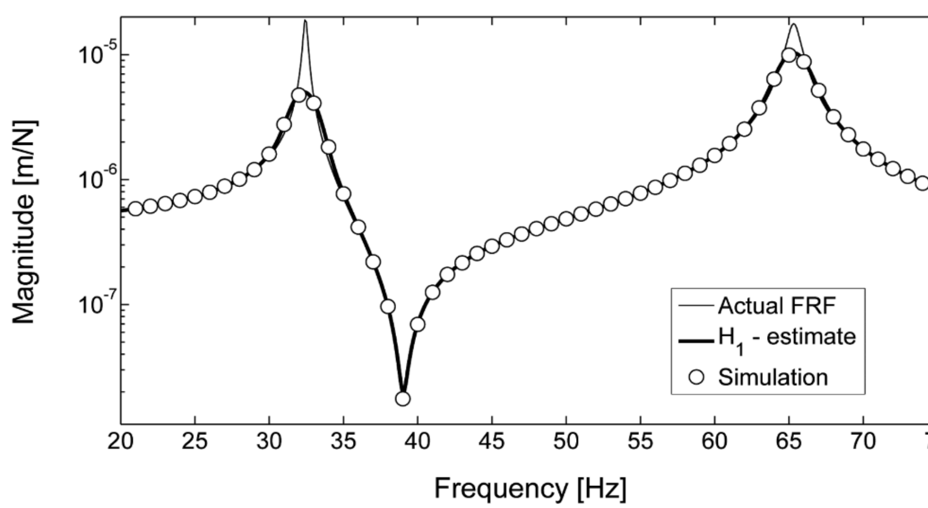
$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega)\frac{1}{1+\frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}}$$

Moltiplico tutto per $Y^*(\omega)$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega)\left(1+\frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)$$

Il modulo della funzione ideale sarà limitato da queste due stime

$$|H_1(\omega)| \le H(\omega) \le |H_2(\omega)|$$

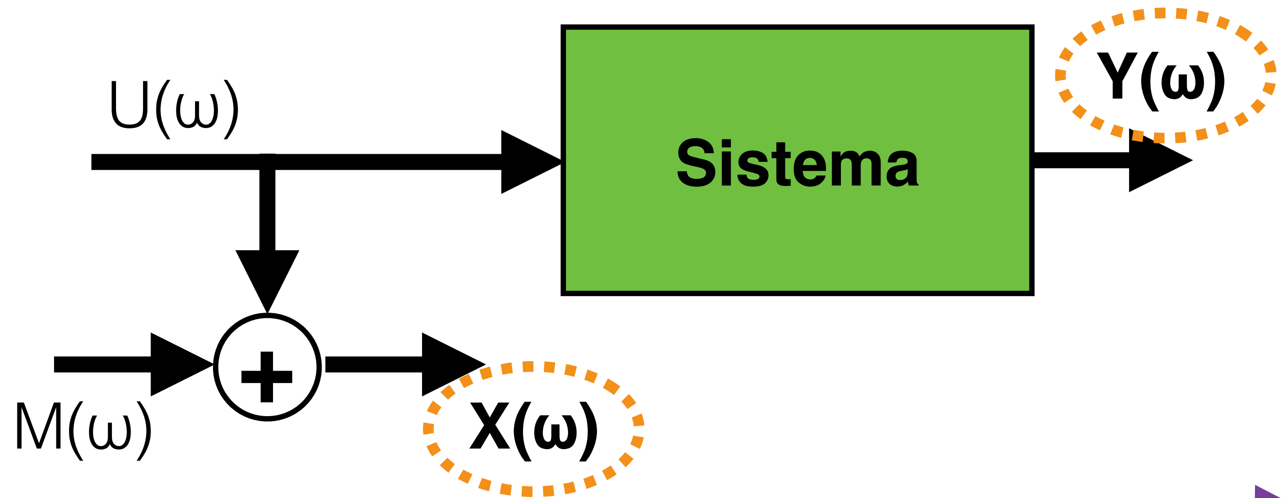


La coerenza sarà sempre <1

$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left(1+\frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}\right)\left(1+\frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)}$$

Nel caso di presenza di rumore ad una sola “estremità” le cose si semplificano:

Rumore solo in ingresso:



Rumore correlato

$$S_{MU}(\omega) = S_{MY}(\omega) = 0$$

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = H(\omega)\big(U(\omega) + M(\omega)\big)$$

sottostima di H

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega)\frac{1}{1 + \dfrac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}}$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega)$$

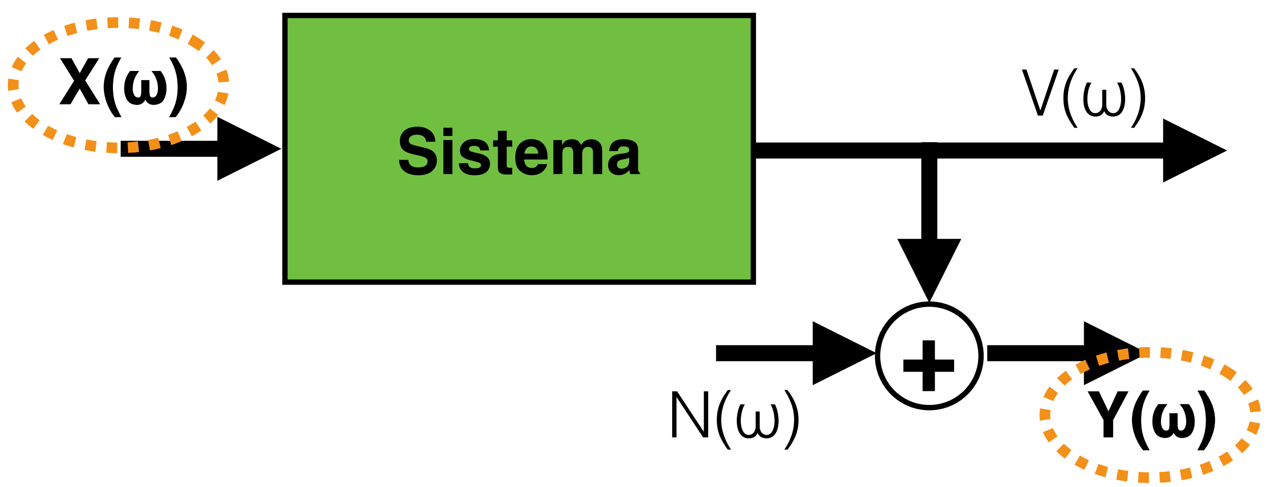
come ideale

Le fasi sono corrette in entrambi le stime

La coerenza sempre <1

$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left(1 + \dfrac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}\right)}$$

Rumore solo in uscita:



Rumore correlato

$$S_{NV}(\omega) = S_{NX}(\omega) = 0$$

$$Y(\omega) = V(\omega) + N(\omega) = H(\omega)X(\omega) + N(\omega)$$

come Ideale

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega)$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega)\left(1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)$$

sovrastima di H

Le fasi sono corrette in entrambi le stime

La coerenza sempre <1

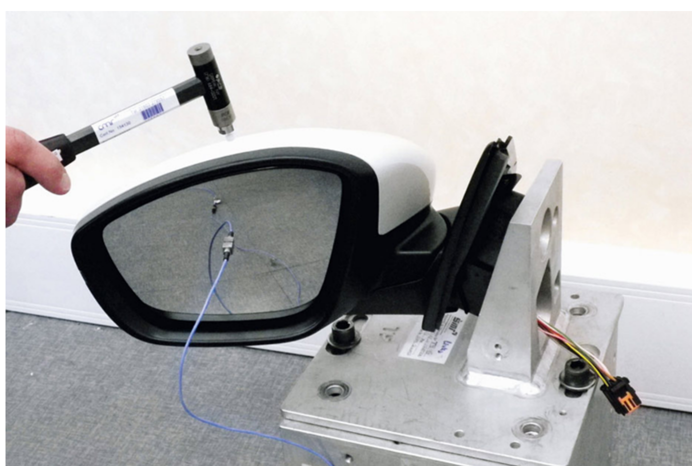
$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)}$$

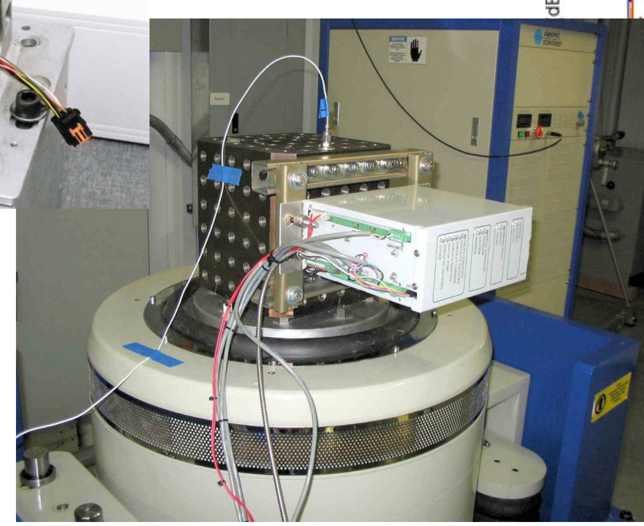
Analisi del segnale - analisi dei sistemi

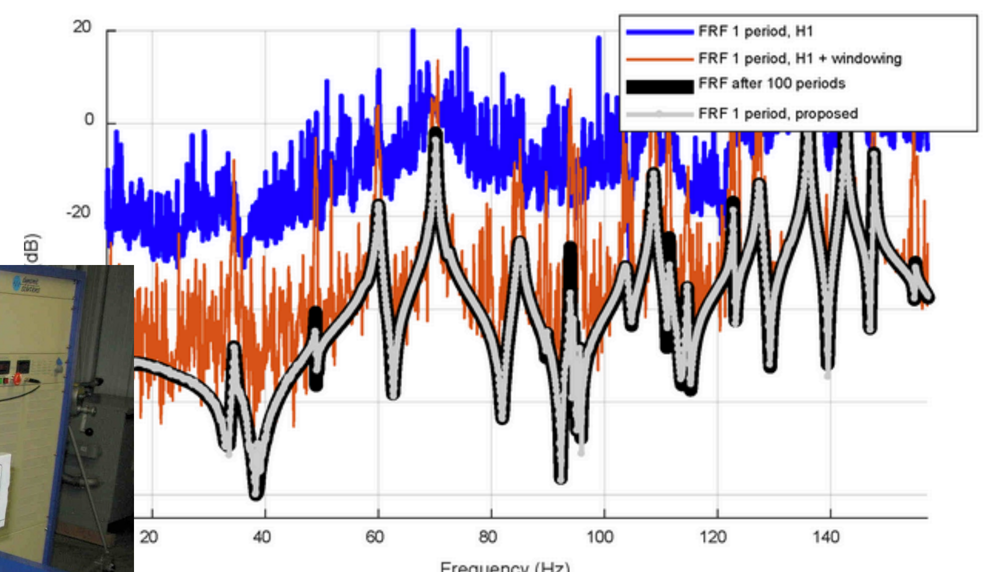
Bisogna considerare quale stima della funzione di risposta è la più vicina alla funzione ideale H.

Ingegneristicaemente.. è più “safe” sovra stimare o sottostimare la funzione di risposta?

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega)$$

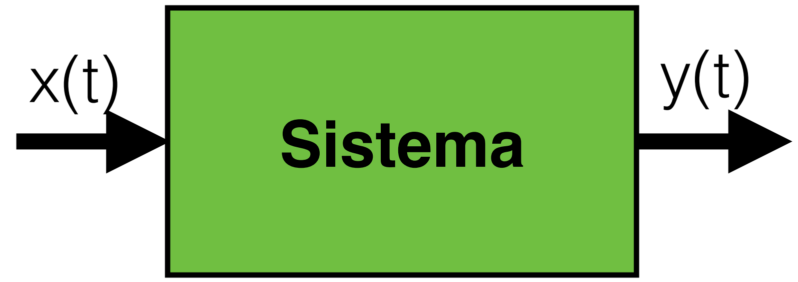






Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi

Se vogliamo calcolare le funzioni di risposta,
come scegliamo l'eccitazione x(t)?



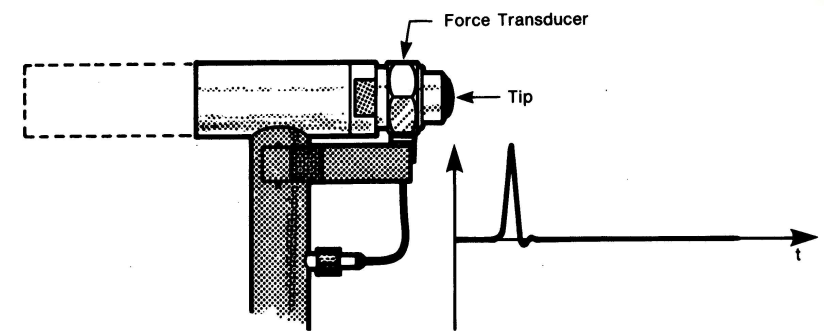
eccitazione transitoria	**martelli strumentati** cavi tensionati / bulloni esplosivi microrazzi bump test…
eccitazione stazionaria	**shakers** (elettro- oleo- piezo- dinamici, inerziali,..) vibrodine …
eccitazione operativa	**funzionamento impianto**

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

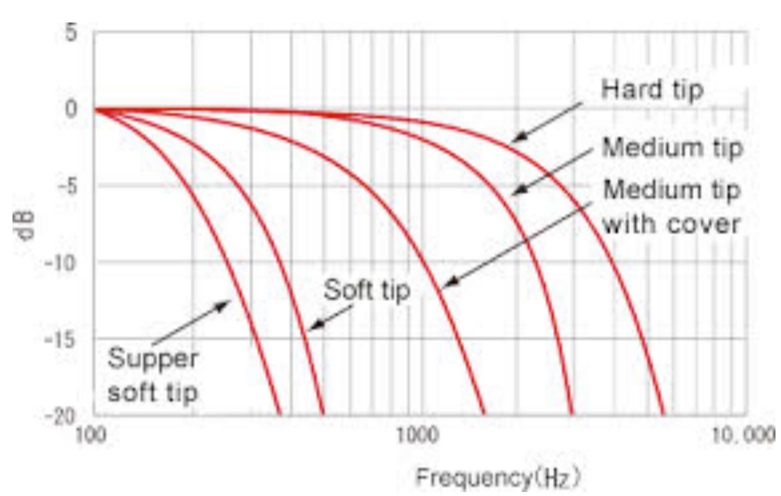
Impulsiva:
molto facile, rapida, economica,…

la forza misurata non è esattamente quella iniettata nella struttura

$$F_{real} = F_{meas} \frac{M + m_{tip}}{M}$$



..cambiando la massa del martello e la rigidezza della punta si modifica la durata del contatto martello-struttura ed il range di frequenza…



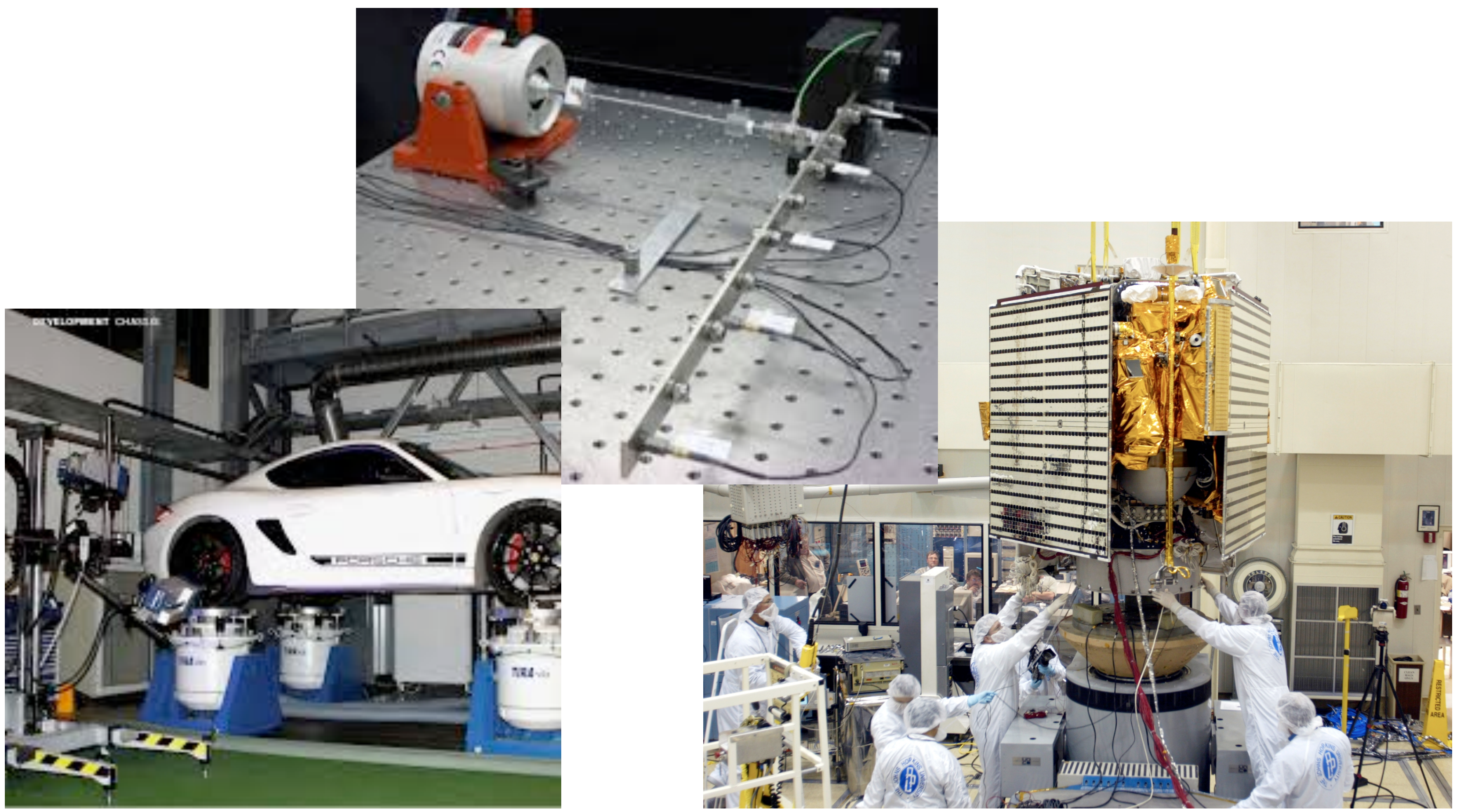
..alto fattore di cresta..
non va bene per misurare strutture non lineari..

..segnale transitorio..no leakage!

Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi

Shaker:
molto controllabile (segnale), costosa, più difficile da allestire…

si aggiunge alla struttura la "dinamica" dell'armatura dello shaker/stinger/cella



Shaker - segnali

sinusoidali: una frequenza alla volta.. set-transitorio-misura-set-transitorio-misura
molto lento, molto controllabile in frequenze ed ampiezza
ottimo per lo studio dei transitori e delle non linearità

random: ampiezza di eccitazione con distribuzione gaussiana,
range di frequenza esteso, segnale continuo..problema di leakage
media le non linearità

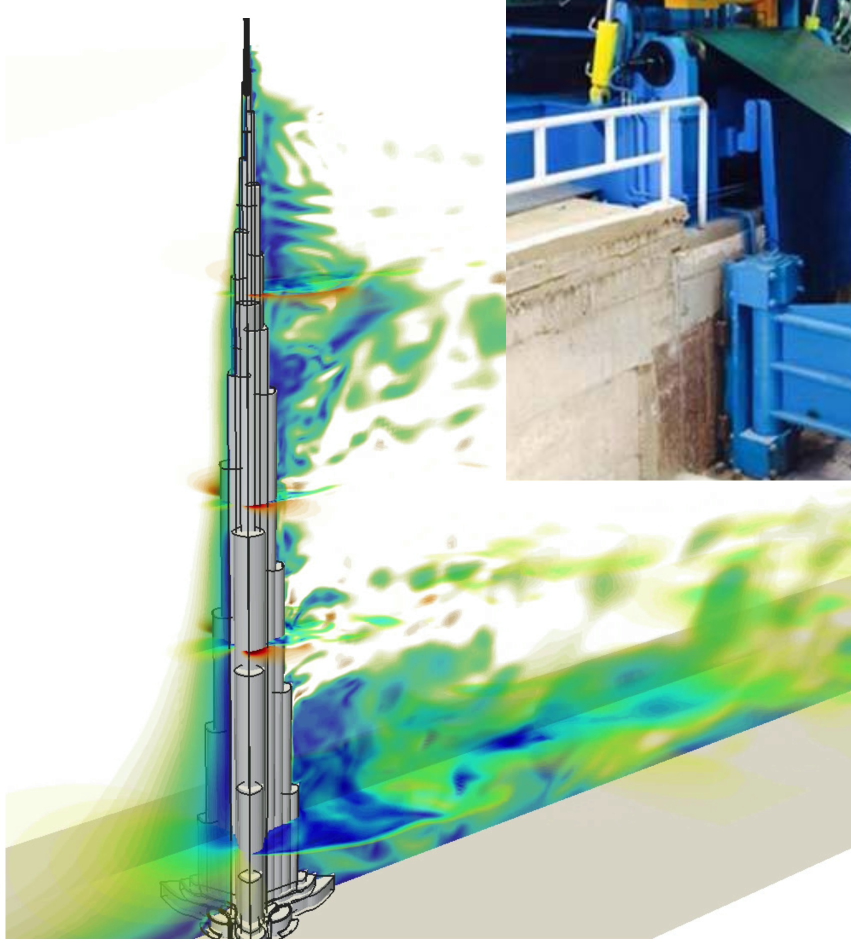
pseudo random: segnale random di lunghezza T ripetuto > segnale periodico
eccitazione armonica a freq definte, segnale periodico..no leakage
non media le non linearità

periodic random: combinazione di segnali pseudo-random
segnale periodico.. no leakage, lento
variando le parti pseudorandom si mediano le non linearità

burst random: segnale random seguito da una fase senza eccitazione

Operativa:
i carichi di funzionamento ai quali il sistema è esposto

Si possono misurare solo ..RISPOSTE! Le funzioni H si calcolano considerando un sensore di risposta come riferimento.





Luigi BREGANT
bregant@units.it

Luigi BREGANT
bregant@units.it