UNIVERSITÀ DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche

A.A. 2015/2016 – Corso Integrato di Matematica e Fisica

Simulazione di Prova Scritta di Fisica 31.05.2016

Cognome ....**Nome** ....

A.A. d'iscrizione .... **N Matricola** ....

Istruzioni: I problemi vanno svolti per esteso nei fogli protocollo.
Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) *(ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e*

ii) *il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate*

1) Una slitta scivola senza attrito giù da una piccola collinetta coperta di ghiaccio. Se la slitta parte da ferma dalla cima della collinetta, essa arriva in fondo alla discesa con una velocità $v_f = 8.50$ m/s. Calcolare:

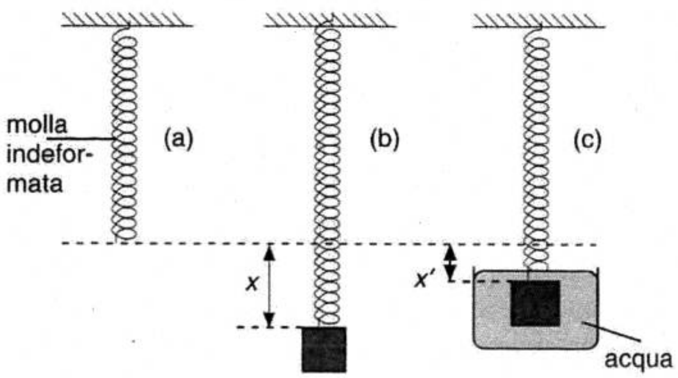
a) la velocità v'_f con cui la slitta arriva in fondo alla discesa se, anziché partire da ferma, parte dalla cima della collinetta con una velocità $v'_i = 1.50$ m/s:

i) v'_f = $\sqrt{v_f^2 + v_i'^2}$ ii) v'_f = ≈ 8,63 m/s

b) il dislivello h tra la cima della collinetta e la fine della discesa:

i) h = $v_f^2/2g$ ii) h = 3,68 m

2) Un cubo di vetro (densità $\rho_v = 2.45$ g/cm^3) di lato $l = 2.5$ cm viene sospeso ad una molla il cui allungamento all'equilibrio è $x = 5.0$ mm rispetto alla molla indeformata [Figura (a) e (b)]. Successivamente il cubo, sempre sospeso alla molla, viene completamente immerso in acqua (densità $\rho_a = 1.00$ g/cm^3) [Figura (c)].



Determinare:

a) La costante elastica k della molla:

i) $k = (\rho_v l^3 g)/x$ ii) $k =$ 75,1 N/m

b) L'allungamento x' che presenta la molla, in condizioni di equilibrio, quando il corpo è immerso in acqua:

i) $x' = (1 - \rho_a/\rho_v)\,x$ ii) $x' =$ 2,96 mm

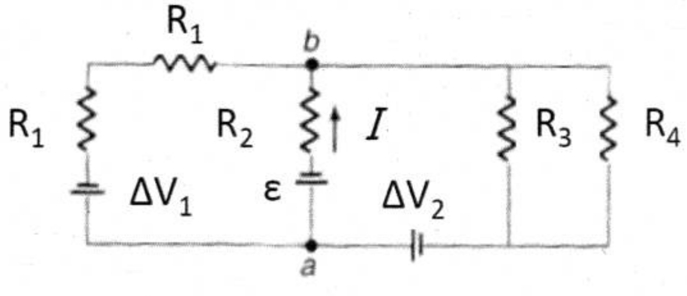
3) Un liquido di viscosità $\eta = 0.024$ P (poise) scorre in un tubo orizzontale di diametro interno $d = 3.0$ cm e di lunghezza $l = 45$ cm. La differenza di pressione ai due capi del tubo vale $\Delta p = 2.0 \cdot 10^{-3}$ atm. Si calcoli la velocità media v del liquido nell'ipotesi di flusso laminare:

i) $v = (d^2 \Delta p)/(32\,\eta\, l)$ ii) $v =$ 5,28 m/s

4) Due cubetti di ghiaccio, ciascuno di massa m = 30 g, inizialmente a temperatura $T_g = -20$ °C, vengono posti in un bicchiere contenente 200 ml d'acqua alla temperatura $T_a = 25$ °C. Si assumano: il calore specifico medio del ghiaccio nell'intervallo di temperature considerato pari a $c_g = 2.05$ J/(g°C); il calore latente di fusione del ghiaccio pari a $L_f = 334$ J/g, ed infine il calore specifico medio dell'acqua nell'intervallo di temperature considerato pari al consueto valore $c_a = 4.186$ J/(g°C). Assumendo inoltre che non ci siano scambi di calore tra il sistema così costituito e l'ambiente esterno, si determini la temperatura finale T_f del sistema.

i) $T_f =$ 0°C ii) $T_f =$ 0°C

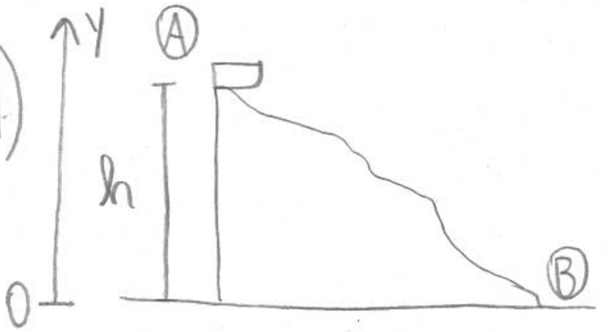
5) Nel circuito in figura determinare il valore ε e la differenza di potenziale V_a-V_b tra i punti a e b dati i seguenti valori: $R_1=2\Omega$; $R_2=8\Omega$; $R_3=3\Omega$; $R_4=6\Omega$; $\Delta V_1=7V$; $\Delta V_2=8V$; $I=0.5$ A.



i) $\varepsilon = \dfrac{\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}\left[\Delta V_1 - I(R_2+2R_1)\right] + 2R_1(\Delta V_2 - I R_2)}{\frac{R_3R_4}{R_3+R_4} + 2R_1}$ ii) $\varepsilon =$ 3 V

i) V_a-$V_b = \varepsilon + I R_2$ ii) V_a-$V_b =$ 7 V

SIMULAZIONE DI PROVA SCRITTA DI FISICA
31/05/2016

1) 

$v_f = 8{,}50$ m/s se $v_i = 0$ m/s

a) $v_f' = ?$ se $v_i' = 1{,}50$ m/s

b) $h = ?$

a) Applico la conservazione dell'energia (non ci sono forze di attrito in gioco). Prendo come riferimento i punti A e B (vedi figura): in A la slitta è alla sommità della collinetta mentre in B è sul fondo della stessa.

Nel primo caso, in cui la slitta parte da ferma, si avrà:

(A) $K_i = 0 \; (v_i = 0) \quad U_i = mgh$

(B) $K_f = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad U_f = 0$ (suppongo che lo zero sia sul fondo della collinetta)

Conservazione dell'energia: $K_i + U_i = K_f + U_f$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad (1)$$

Nel secondo caso, in cui la slitta parte con velocità v_i', si avrà:

(A) $K_i = \frac{1}{2} m v_i'^2 \quad U_i = mgh$

(B) $K_f = \frac{1}{2} m v_f'^2 \quad U_f = 0$

Come prima: $K_i + U_i = K_f + U_f$

$$\frac{1}{2} m v_i'^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_f'^2 \quad ②$$

Dall'eq. ①, sostituisco mgh con $\frac{1}{2} m v_f^2$ nella ②:

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_i'^2 + \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m v_f'^2$$

da cui

$$v_f'^2 = v_i'^2 + v_f^2 \Rightarrow \boxed{v_f' = \sqrt{v_i'^2 + v_f^2}}$$

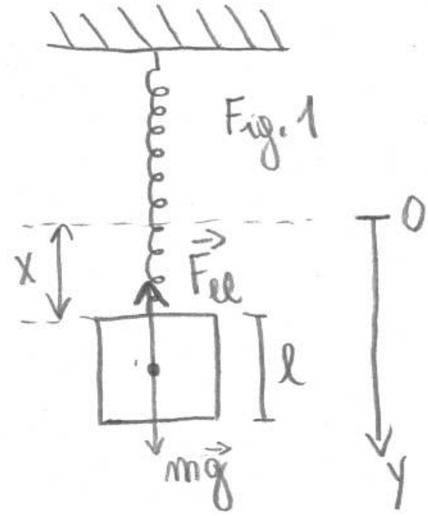
$$v_f' = \sqrt{(1{,}50)^2 \frac{m^2}{s^2} + (8{,}50)^2 \frac{m^2}{s^2}} = \underline{\underline{8{,}63 \frac{m}{s}}}$$

b) Per trovare l'altezza h, uso l'equazione ①:

$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 \Rightarrow \boxed{h = \frac{v_f^2}{2g}}$$

$$h = \frac{(8{,}50)^2 \, m^{\cancel{2}} \, \cancel{s^{-2}}}{2 \cdot 9{,}81 \, \cancel{m} \, \cancel{s^{-2}}} = \underline{\underline{3{,}68 \, m}}$$

2)



$\rho_v = 2{,}45\ g/cm^3$

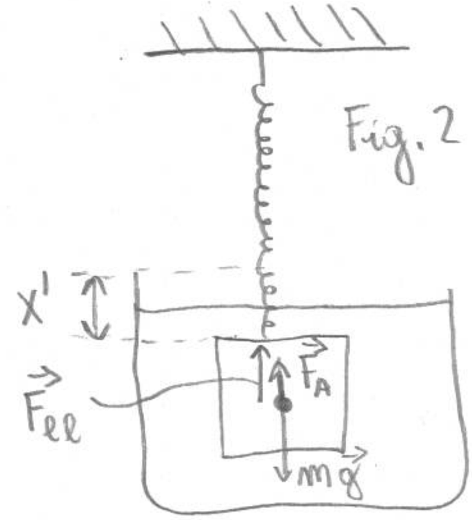
$l = 2{,}5\ cm$

$x = 5{,}0\ mm$

$\rho_a = 1{,}00\ g/cm^3$

a) $K = ?$

b) $x' = ?$ all'equilibrio (Fig. 2)



a) Siccome il corpo è in equilibrio, significa che:

$$\sum \vec{F} = 0$$

Dalla Fig. 1, sul corpo agiscono solo la forza di gravità e la forza elastica. Quindi:

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{el} = 0 \qquad \vec{F}_{el} = -K\vec{x}$$

Passando alle componenti (solo lungo l'asse y, poiché in questo caso non ce ne sono lungo l'asse x):

$$mg - |\vec{F}_{el}| = 0 \Rightarrow mg - Kx = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{mg}{x}} \qquad m = \rho_v \cdot V = \rho_v l^3$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{\rho_v l^3 g}{x}} \quad 1$$

$$K = \frac{2{,}45 \cdot 10^3\ Kg\ \cancel{m^{-3}} \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-2})^3\ \cancel{m^3} \cdot 9{,}81\ m\ s^{-2}}{5{,}0 \cdot 10^{-3}\ m} = \underline{\underline{75{,}1\ N/m}}$$

b) Come prima vale $\sum \vec{F} = 0$ (corpo in equilibrio), ma si aggiunge la spinta di Archimede $\vec{F}_A$:

$F_A = \rho_a V g =$ (volume fluido spostato = volume cubo
$= \rho_a l^3 g$ poiché è immerso completamente)

$\Rightarrow m\vec{g} + \vec{F}_{el} + \vec{F}_A = 0 \qquad \vec{F}_{el} = -K\vec{x}' \qquad \vec{F}_A$ verso l'alto

In componenti:

$mg - |\vec{F}_{el}| - |\vec{F}_A| = 0 \quad \Rightarrow \quad mg - Kx' - \rho_a l^3 g = 0$

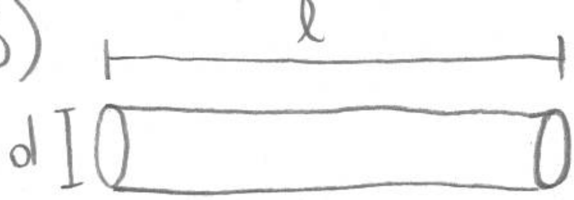
$\Rightarrow \rho_v l^3 g - \rho_a l^3 g = K x'$

$$x' = \frac{(\rho_v - \rho_a) l^3 g}{K} = (\text{usando l'eq. } ①) = \frac{(\rho_v - \rho_a)\cancel{l^3}\cancel{g}}{\rho_v \cancel{l^3}\cancel{g}} \cdot x$$

$$\Rightarrow \boxed{x' = \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_v}\right) \cdot x}$$

$$x' = \left(1 - \frac{2{,}45 \cdot 10^3\ \cancel{kg\,m^{-3}}}{1{,}00 \cdot 10^3\ \cancel{kg\,m^{-3}}}\right) \cdot 5{,}00\ mm = \underline{\underline{2{,}96\ mm}}$$

3)



$\eta = 0{,}024$ P (poise)

$1 P = 10^{-1}$ Pa·s

$d = 3{,}0$ cm $l = 45$ cm

$\Delta p = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ atm

1 atm $= 1{,}013 \cdot 10^{5}$ atm

$v = ?$ (velocità media)

Poiché il flusso è laminare, posso usare la legge di Poiseuille:

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta l} = \frac{\pi (d/2)^4 \Delta p}{8 \eta l} = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 \eta l} \quad (1)$$

Ma la portata è data anche da:

$$Q = v S = v \pi r^2 = \frac{v \pi d^2}{4} \quad (2)$$

Usando (1) e (2):

$$v \frac{\cancel{\pi}\cancel{d^2}}{\cancel{4}_{\,1}} = \frac{\cancel{\pi} d^{\cancel{4}\,2} \Delta p}{\cancel{128}_{\,32}\, \eta l} \Rightarrow \boxed{v = \frac{d^2 \Delta p}{32 \eta l}}$$

$$v = \frac{(3{,}0 \cdot 10^{-2})^2 \, m^{\cancel{2}} \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 2{,}0 \, \cancel{Pa}}{32 \cdot 0{,}024 \cdot 10^{-1} \, \cancel{Pa} \cdot s \cdot 45 \cdot 10^{-2} \, \cancel{m}} = \underline{\underline{5{,}28 \, \frac{m}{s}}}$$

4) 

$m = 30\,g \quad T_g = -20\,°C$

$V_a = 200\,ml \; (\Rightarrow m_a = 200\,g)$

$T_a = 25\,°C$

$c_g = 2{,}05\; J/(g\,°C) \qquad c_a = 4{,}186\; J/(g\,°C)$

$L_f = 334\; J/g$

$T_f = ?$

Poichè non c'è scambio di calore tra il sistema (acqua + ghiaccio) e l'ambiente esterno, il calore ceduto dall'acqua sarà uguale al calore assorbito dal ghiaccio.

$$Q_{acqua} = Q_{ghiaccio} \quad (1)$$

$$Q_{acqua} = m_a c_a (T_a - T_f)$$

$$Q_{ghiaccio} = 2m c_g (0°C - T_g) + 2L_f m + 2m c_a (T_f - 0°C)$$

$Q_{ghiaccio}$, nell'ipotesi che tutto il ghiaccio si sciolga, e che quindi ci si aspetta che T_f sia maggiore di 0°C, ha tre "contributi". Il primo è il calore per portare il ghiaccio da T_g a 0°C, il secondo è il calore latente per sciogliere il ghiaccio completamente mentre il terzo è il calore per portare il ghiaccio (ora acqua) da 0°C a T_f.
Per l'eq. (1) si ha:

$$m_a c_a (T_a - T_f) = 2m c_g (0°C - T_g) + 2L_f m + 2m c_a (T_f - 0°C) \quad (2)$$

Prima di trovare T_f, proviamo a capire se l'ipotesi che il ghiaccio si sciolga completamente è corretta. Per farlo, calcoliamo il calore massimo che può cedere l'acqua al ghiaccio. Il calore massimo è dato da:

$$Q_{acqua}^{MAX} = m_a c_a T_a = 200\,g \cdot 4{,}186 \frac{J}{g\,°C} \cdot 25\,°C = 2{,}09 \cdot 10^4\ J$$

Questo è il calore massimo poiché è il calore che l'acqua dovrebbe cedere ipoteticamente per arrivare a 0°C partendo dalla temperatura T_a (sotto i 0°C, l'acqua non sarebbe più liquida).
Confrontiamo Q_{acqua}^{MAX} con il calore necessario a sciogliere completamente il ghiaccio, che è dato da:

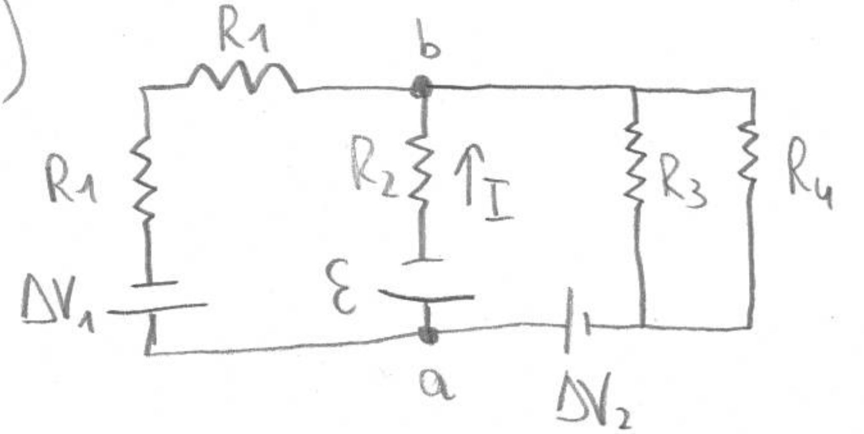
$$Q_{ghiaccio}^{sciolto} = 2m\, c_g (0° - T_g) + 2m L_f =$$

$$= 2 \cdot 30\,g \cdot 2{,}05 \frac{J}{g\,°C} \cdot 20\,°C + 2 \cdot 30\,g \cdot 334 \cdot \frac{J}{g} =$$

$$= 2{,}25 \cdot 10^4\ J$$

Quindi vediamo che $Q_{acqua}^{MAX} < Q_{ghiaccio}^{sciolto}$ e ciò significa che in realtà il ghiaccio non fonde completamente. Ciò significa che la temperatura finale del sistema è $\underline{\underline{T_f = 0°C}}$ (infatti l'acqua cede tutto Q_{acqua}^{MAX} ed arriva a 0°C, parte di Q_{acqua}^{MAX} è utilizzato dal ghiaccio per arrivare a 0°C partendo da -20°C e un'altra parte è usata per fondere parte del ghiaccio. Quindi il sistema acqua-ghiaccio è a 0°C). (✱)

5)



$R_1 = 2\,\Omega$

$R_2 = 8\,\Omega$

$R_3 = 3\,\Omega$

$R_4 = 6\,\Omega$

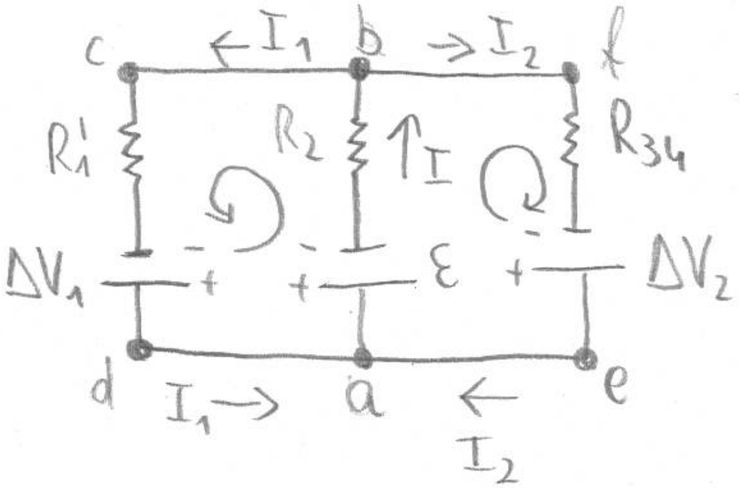
$\Delta V_1 = 7\,V \quad \Delta V_2 = 8\,V$

$I = 0{,}5\,A$

a) $\varepsilon = ?$

b) $V_a - V_b$

Il circuito iniziale è equivalente al seguente:



R_1' = resistenza equiv. delle due R_1 (in serie)

$\Rightarrow R_1' = 2R_1 = 4\,\Omega$

R_{34} = resistenza equiv. di R_3 e R_4 (in parallelo)

$\Rightarrow R_{34} = \dfrac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 2\,\Omega$

Uso le leggi di Kirchhoff.

Nodo a: $I - I_1 - I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I = I_1 + I_2$ ①

Maglia abcda (percorsa in senso antiorario):

$-\varepsilon - I R_2 - I_1 R_1' + \Delta V_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \Delta V_1 - I R_2 - I_1 R_1'$ ②

Meglio abfea (percorsa in senso orario)

$$-\mathcal{E} - IR_2 - I_2 R_{34} + \Delta V_2 = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = \Delta V_2 - IR_2 - I_2 R_{34} \quad (3)$$

Dall' eq (1) e (2):

$$\mathcal{E} = \Delta V_1 - IR_2 - (I - I_2) R_1' = \Delta V_1 - I(R_2 + R_1') + I_2 R_1' \quad (2')$$

Dall' eq. (3):

$$I_2 = \frac{\Delta V_2 - IR_2 - \mathcal{E}}{R_{34}}$$

Dalla (3) e (2'):

$$\mathcal{E} = \Delta V_1 - I(R_2 + R_1') + \left(\frac{\Delta V_2 - IR_2 - \mathcal{E}}{R_{34}}\right) \cdot R_1'$$

$$\Rightarrow R_{34}\mathcal{E} = R_{34}\Delta V_1 - I(R_2 + R_1')R_{34} + \Delta V_2 R_1' - IR_2 R_1' - \mathcal{E} R_1'$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = \frac{R_{34}\Delta V_1 - I(R_2 + R_1')R_{34} + \Delta V_2 R_1' - IR_2 R_1'}{R_{34} + R_1'}}$$

$$\mathcal{E} = \frac{2\,\Omega \cdot 7\,V - 0{,}5\,A(8\,\Omega + 4\,\Omega) \cdot 2\,\Omega + 8\,V \cdot 4\,\Omega - 0{,}5\,A \cdot 8\,\Omega \cdot 4\,\Omega}{2\,\Omega + 4\,\Omega}$$

$$= \underline{\underline{3\,V}}$$

b) Dal circuito equivalente, si vede subito che:

$$\boxed{V_a - V_b = \mathcal{E} + I R_2}$$

$$V_a - V_b = 3\,V + 0{,}5\,A \cdot 8\,\Omega = \underline{\underline{7\,V}}$$

(*) Dall'es. 4.

Se dall'eq. (2) nell'esercizio 4 si fosse ricavata la temperatura T_f, il risultato sarebbe stato una T_f <u>negativa</u>. Ma se $T_f < 0$, ciò va contro l'ipotesi che il ghiaccio fonda completamente e che quindi ci si aspetti che $T_f > 0$. Quindi si sarebbe arrivati in ogni caso alla conclusione che il ghiaccio fonde solo parzialmente e che $T_f = 0°C$.