UNIVERSITÀ DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche
A.A. 2015/2016 – Corso di Fisica
Prova Scritta – Sessione Invernale - I Appello - 16.01.2017

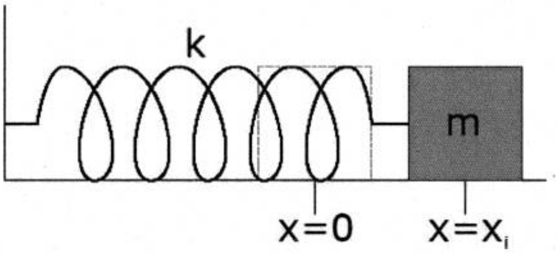
Cognome ....RIGON.... **Nome** ....LUIGI....
A.A. d'iscrizione .... **N Matricola** ....

Istruzioni: I problemi vanno svolti per esteso nei fogli protocollo. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un blocco di massa m = 2.00 kg è attaccato ad una molla di costante elastica k = 500 N/m, come mostrato in figura. Il blocco è tirato fino alla posizione iniziale x_i = 5.00 cm a destra della posizione di equilibrio, e lasciato libero da fermo.



Calcolare la velocità v con cui il blocco passa per la posizione d'equilibrio nel caso in cui:

a) la superficie orizzontale è priva d'attrito

i) $v = \sqrt{\frac{k}{m}}\, x_i$ ii) v = 79,1 cm/s

b) il coefficiente d'attrito μ_d tra il blocco e la superficie orizzontale vale μ_d = 0.350

i) $v = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{2\mu_d g}{x_i}}\, x_i$ ii) v = 53,1 cm/s

2) La pressione arteriosa di una persona, misurata a livello del cuore con uno sfigmomanometro, è di p_c=$1.10 \cdot 10^4$ Pa. Trascurando l'effetto della viscosità del sangue ed approssimando la sua densità a quella dell'acqua, si calcoli la pressione arteriosa p_b all'altezza del bacino, distante 30 cm dal cuore

a) quando la persona è in piedi

i) $p_b = p_c + \rho g h$ ii) p_b = $1{,}39 \cdot 10^4$ Pa = 105 mmHg

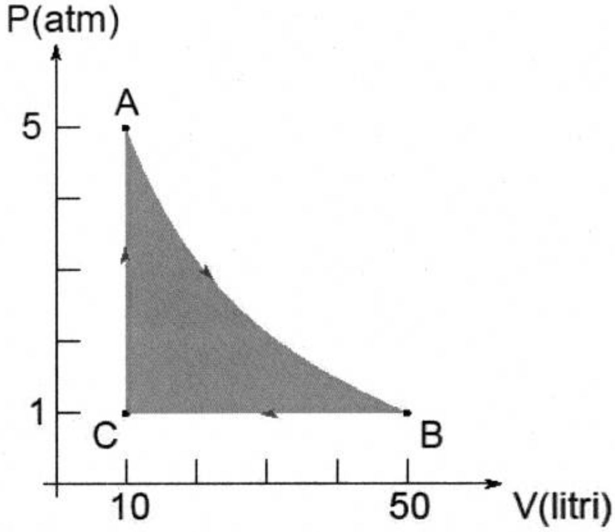
b) quando la persona è distesa

i) $p_b = p_c$ ii) p_b = $1{,}10 \cdot 10^4$ Pa = 82,5 mmHg

3) Un fiume largo 18 m e profondo 3.6 m raccoglie l'acqua di un bacino di circa 2900 km^2, nel quale la precipitazione media è di 42 cm/anno. Un terzo della pioggia caduta ritorna nell'atmosfera per evaporazione o viene assorbita dal suolo, mentre la parte rimanente defluisce nel fiume. Qual è la velocità media v della corrente nel fiume?

i) $v = Q/A$ ii) v = 0,40 m/s

4) Un campione di n = 1.00 mol di un gas perfetto monoatomico compie il ciclo mostrato in figura:



La trasformazione A → B è un'espansione isoterma reversibile. Ricordando che per il gas in questione $E_{int}=nC_VT$, $C_V=3R/2$, $C_P=5R/2$ ed R = 8.31 J/(mol K), si calcolino, durante il ciclo:

convenzione in cui - sia lavoro compiuto dal sistema

a) Il lavoro L compiuto *dal* gas:
   i) L = $-p_A V_A \ln 5 + p_C(V_B - V_C)$ ii) L = $-$ 4,100 KJ

b) Il calore Q_{in} ceduto *al* gas:
   i) Q_{in} = $Q_{AB} + Q_{CA}$ ii) Q_{in} = 14,95 KJ

c) Il calore Q_{out} ceduto *dal* gas::
   i) Q_{out} = Q_{BC} ii) Q_{out} = $-$ 10,13 KJ

d) Il rendimento η del ciclo:
   i) η = $|L|/Q_{in}$ ii) η = 27,4 %

e) il rendimento η_{max} di una ipotetica macchina di Carnot che operi tra le stesse temperature:
   i) η_{max} = $1 - T_C/T_A$ ii) η_{max}= 80 %

5) Un condensatore di capacità C = 2.00 nF con carica iniziale Q = 5.10 μC viene scaricato su un resistore di resistenza R = 1.30 kΩ. Calcolare:

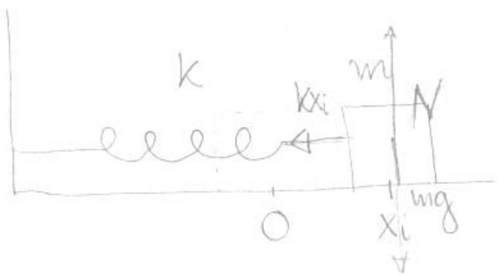
a) la carica q rimasta nel condensatore dopo t_1 = 7.00 μs dal collegamento del condensatore al resistore
   i) q = $Q e^{-t/RC}$ ii) q = 0,345 μC

b) la corrente i nel resistore dopo t_2= 8.00 μs dal collegamento del condensatore al resistore
   i) i = $Q/RC \; e^{-t_2/RC}$ ii) i = 0,0903 A

c) la corrente massima i_{max} nel resistore
   i) i_{max} = Q/RC ii) i_{max} = 1,96 A

FISICA - prova scritta del 16/01/17
SOLUZIONE

(1)



$m = 2{,}00$ kg
$k = 500\ \frac{N}{m}$
$x_i = 5{,}00$ cm

a) se non c'è attrito, si può applicare la conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

energia potenziale elastica istante iniziale — energia cinetica istante finale

$$v = \sqrt{\frac{K}{m}}\,x_i = \sqrt{\frac{500\ N/m}{2{,}0\ kg}} \cdot 5{,}00\ cm = 79{,}1\ cm/s$$

b) in presenza di attrito, applico il teorema dell'energia cinetica

$$\mathcal{L} = \Delta K$$

$$\mathcal{L}^C + \mathcal{L}^{NC} = \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv^2$$
perché il blocco è lasciato libero da fermo

$$\mathcal{L}^C = \frac{1}{2}kx_i^2$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -F_a x_i = -\mu_d N x_i = -\mu_d m g x_i$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx_i^2 - \mu_d m g x_i$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}x_i^2 - 2\mu_d g x_i} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{2\mu_d g}{x_i}}\ x_i$$

$$= \sqrt{\frac{500\ N/m}{2{,}0\ kg} - \frac{0{,}700 \cdot 980\ ms^{-2}}{5{,}00 \cdot 10^{-2}\ m}}\ x_i$$

$$= \sqrt{(250 - 137{,}2)\ s^{-2}} \cdot 5{,}00\ cm = 53{,}1\ cm/s$$

(2) $p_c = 1{,}10 \cdot 10^4\ Pa = \frac{1{,}10 \cdot 10^4\ Pa}{101300\ Pa} \cdot 760\ mmHg = 82{,}5\ mmHg$

(solitamente la pressione arteriosa è espressa in mmHg, qui invece viene data in Pa).

a) se la persona è in piedi $p_b = p_c + \rho g h$

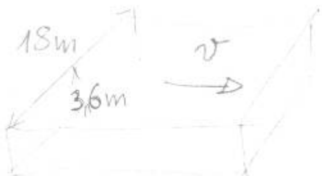
$$= 1{,}10 \cdot 10^4\ Pa + 10^3\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}30\ m$$

$$= (1{,}10 \cdot 10^4 + 2{,}94 \cdot 10^3)\ Pa = 1{,}39 \cdot 10^4\ Pa$$

$$= 105\ mmHg$$

b) se la persona è distesa, cuore e bacino stanno alla stessa altezza, e quindi $p_c \cong p_b$

(3)



$$Q = Av$$

$$A = 18\,m \times 3{,}6\,m = 64{,}8\,m^2$$

Q = portata del fiume

$$= \frac{2}{3}\;\frac{\text{precipitazioni sul bacino}}{\text{anno}}$$

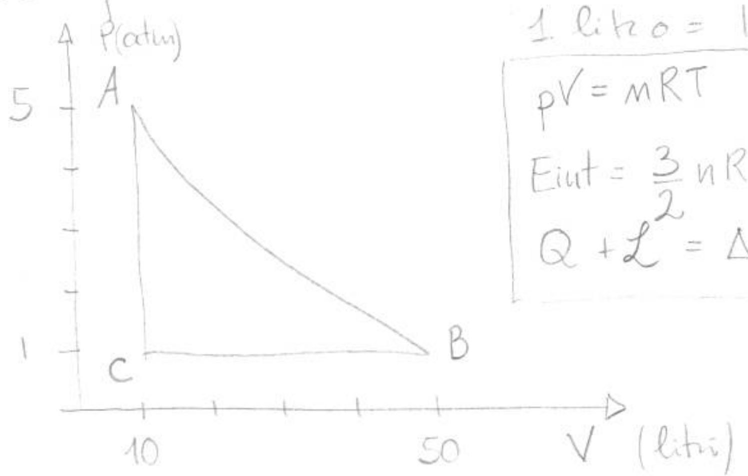
$$= \frac{2}{3}\;0{,}42\,\frac{m}{\text{anno}}\;2900\,(10^3\,m)^2$$

$$= \frac{2}{3}\;\frac{0{,}42\,m \cdot 2{,}9 \cdot 10^9\,m^2}{365 \cdot 24 \cdot 3.6 \cdot 10^3\,s} = 25{,}75\;\frac{m^3}{s}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{25{,}75\,m^3/s}{64{,}8\,m^2} = 0{,}40\,m/s$$

(4) Per riferirsi a unità SI: $1\,atm = 1{,}013 \cdot 10^5\,Pa$

$1\,\text{litro} = 10^{-3}\,m^3$



$$\boxed{\begin{array}{l} pV = nRT \quad \text{con } R = 8{,}31\,J/(K\,mol) \\ E_{int} = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV \\ Q + \mathcal{L} = \Delta E_{int} \end{array}}$$

a) AB, isoterma: $\Delta E_{int\,AB} = 0$, $E_{int\,A} = E_{int\,B}$, $Q_{AB} = -\mathcal{L}_{AB}$

$V_B > V_A \Rightarrow \Delta V_{AB} > 0 \Rightarrow \mathcal{L}_{AB} < 0$ lavoro eff. dal sistema

$\Rightarrow Q_{AB} > 0$ calore ceduto al sistema

$$\mathcal{L}_{AB} = \int_A^B -p\,dV = -\int_A^B \frac{nRT}{V}\,dV = -nRT\int_A^B \frac{dV}{V} = -nRT\Big[\ln V\Big]_{V_A}^{V_B}$$

$$= -nRT \ln\frac{V_B}{V_A} = -p_A V_A \ln 5 = -5 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5\,Pa \cdot 10 \cdot 10^{-3}\,m^3 \cdot \ln 5$$

$$= -8{,}152\,KJ$$ lavoro eff dal sistema

$Q_{AB} = 8{,}152\,KJ$ calore ceduto al sistema

BC, isobara: $p = \text{cost}$

$$\mathcal{L}_{BC} = -p\Delta V = -p(V_C - V_B) = -1{,}013 \cdot 10^5\ Pa\,(10-50)\cdot 10^{-3}\ m^3$$
$$\stackrel{!}{=} 4{,}052\ KJ \quad \text{(lavoro effettuato \underline{sul} sistema)}$$

CA, isocora: $\mathcal{L}_{CA} = 0$

Il lavoro compiuto dal sistema $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_{BC} + \mathcal{L}_{BA}$
$$\stackrel{!}{=} (-8{,}152 + 4{,}052)\ KJ$$
$$\stackrel{!}{=} -4{,}100\ KJ$$

(nota, nella nostra convenzione $\mathcal{L} < 0$ indica appunto che il lavoro è compiuto dal sistema).

b-c) Si è già visto che il sistema in AB assorbe il calore $Q_{AB} = 8{,}876\ KJ$

In BC, si ha $\mathcal{L}_{BC} + Q_{BC} = E_{int\,C} - E_{int\,B}$

$$Q_{BC} = E_{int\,C} - E_{int\,B} - \mathcal{L}_{BC}$$
$$\stackrel{!}{=} \frac{3}{2}(p_C V_C - p_B V_B) - \mathcal{L}_{BC} \qquad p_C = p_B = p,\quad \mathcal{L}_{BC} = -p(V_C - V_B)$$
$$\stackrel{!}{=} \frac{3}{2}p(V_C - V_B) + p(V_C - V_B)$$
$$\stackrel{!}{=} \frac{5}{2}p(V_C - V_B) = -\frac{5}{2}\,4{,}052\ KJ = -10{,}13\ KJ$$

*nota: si poteva usare anche
$$Q_{BC} = nC_p\Delta T \stackrel{!}{=} \frac{5}{2}Rn\Delta T \stackrel{!}{=} \frac{5}{2}p\Delta V$$

$Q_{BC} < 0 \Rightarrow$ calore ceduto dal sistema

In CA, si ha $Q_{CA} = E_{int\,A} - E_{int\,C}$
$$\stackrel{!}{=} \frac{3}{2}(p_A V_A - p_C V_C) = \frac{3}{2}\,4\,p_C V_C = 6\,p_C V_C$$
$$\stackrel{!}{=} 6\ 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa \cdot 10 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 6{,}078\ KJ$$

*nota: anche qui potevo usare $Q_{CA} = nC_V\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}V\Delta p$

$Q_{CA} > 0$ calore ceduto al sistema

Riassumendo: Calore ceduto al sistema: $Q_{AB} + Q_{CA} = 14{,}954\ KJ$

" dal sistema: $Q_{BC} = -10{,}13\ KJ$

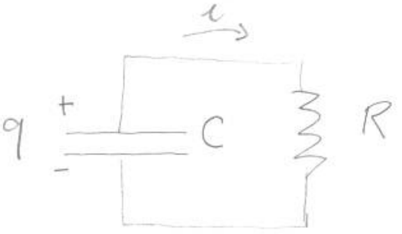
d) $$\eta = \frac{\mathcal{L}}{Q_{in}} = \frac{4{,}100\ kJ}{14{,}954\ KJ} = 27{,}4\ \%$$

e) $$\eta_{max} = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{p_C V_C}{p_A V_A} = 1 - \frac{V_C}{V_A} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8 = 80\ \%$$

(5) $C = 2{,}00\ nF = 2{,}00 \cdot 10^{-9}\ F$

$Q = 5{,}10\ \mu C = 5{,}10 \cdot 10^{-6}\ C$

$R = 1{,}30\ k\Omega = 1{,}30 \cdot 10^{3}\ \Omega$



Scarica di un circuito RC

$q(t) = q_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$

$i(t) = i_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$

Con $RC = 1{,}30 \cdot 10^{3}\ \Omega \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-9}\ F = 2{,}60 \cdot 10^{-6}\ s$

$q_0 = Q$

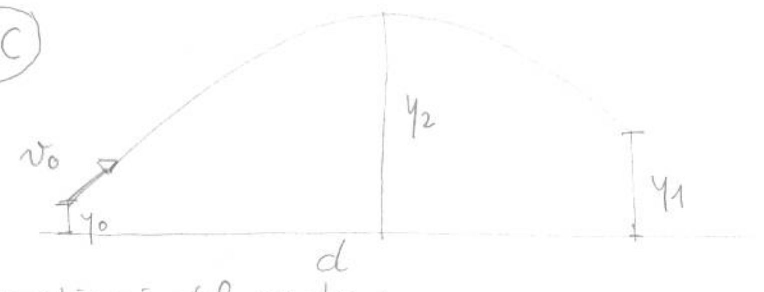
$i_0 = \frac{Q}{RC} = \frac{5{,}10 \cdot 10^{-6}\ C}{2{,}60 \cdot 10^{-6}\ s} = 1{,}96\ A$

a) $q(t_1) = q_0\, e^{-\frac{t_1}{RC}} = 5{,}10 \cdot 10^{-6}\ C \cdot e^{-\frac{7}{2{,}6}} = 0{,}345\ \mu C$

b) $i(t_2) = i_0\, e^{-\frac{t_2}{RC}} = 1{,}96\ A \cdot e^{-\frac{8}{2{,}6}} = 0{,}0903\ A$

c) $i_{max} = i_0 = 1{,}96\ A$

(5FC)



$y_0 = 1{,}2\ m$

$y_1 = 4{,}0\ m$

$d = 82\ m$

$v_{0x} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 = v_{0y}$

Equazioni del moto:

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t \end{cases} \qquad \begin{cases} y(t) = y_0 + x(t) - \frac{1}{2} g t^2 \\ - \end{cases}$$

Passaggio sopra il muro: $y_1 = 4{,}0\ m$ per $t = t_1$.

$x_1 = 82\ m$

$y_1 = y_0 + x_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$

$t_1 = \sqrt{\frac{x_1 - (y_1 - y_0)}{g} \cdot 2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 79{,}2\ m}{9{,}8\ ms^{-2}}} = 4{,}02\ s$

a) Ricavo v_0 da $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t_1$

$V_0 = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{x_1}{t_1} = \frac{164\ m}{\sqrt{2} \cdot 4.02 s} = 28{,}8\ m/s$

b) Per trovare y_2 pongo $y'(t_2) = 0$ $\quad y'(t_2) = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 - g t_2 = 0 \quad t_2 = \frac{\sqrt{2}\, v_0}{2 g}$

$y_2 = y(t_2) = y_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{v_0}{g}\right)^2 = y_0 + \frac{1}{2} g \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{v_0}{g}\right)^2$

$\stackrel{!}{=} y_0 + \frac{1}{4} \frac{v_0^2}{g} = 1{,}2\ m + \frac{(28{,}8\ m/s)^2}{4 \cdot 9.8\ m/s^2} = 22{,}4\ m$