

TRAVI RETICOLARI

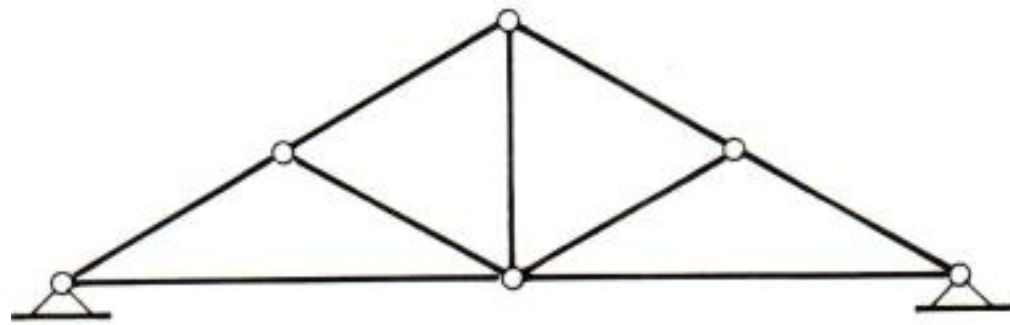
Esempi

Metodi di equilibrio ai nodi

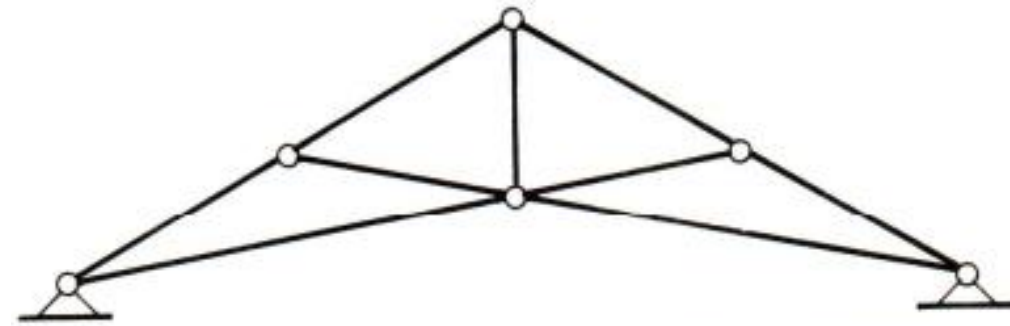
Metodo delle sezioni di Ritter

TRAVI RETICOLARI

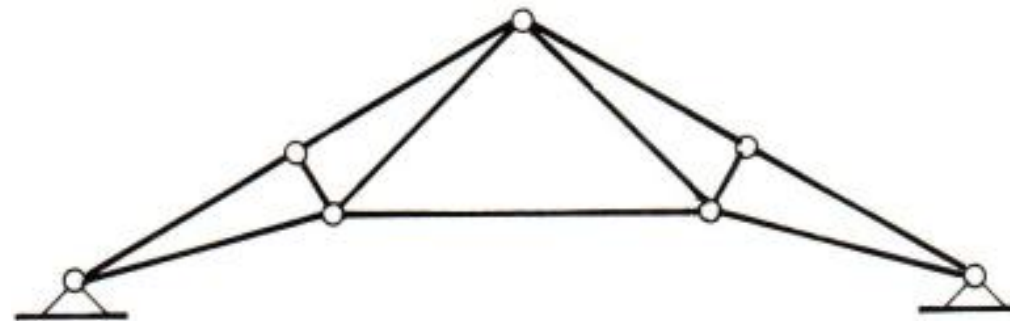
- Una delle più antiche soluzioni al problema delle coperture e dei ponti
- Capacità di coprire luci molto grandi
- Possibilità di adattare lo schema strutturale



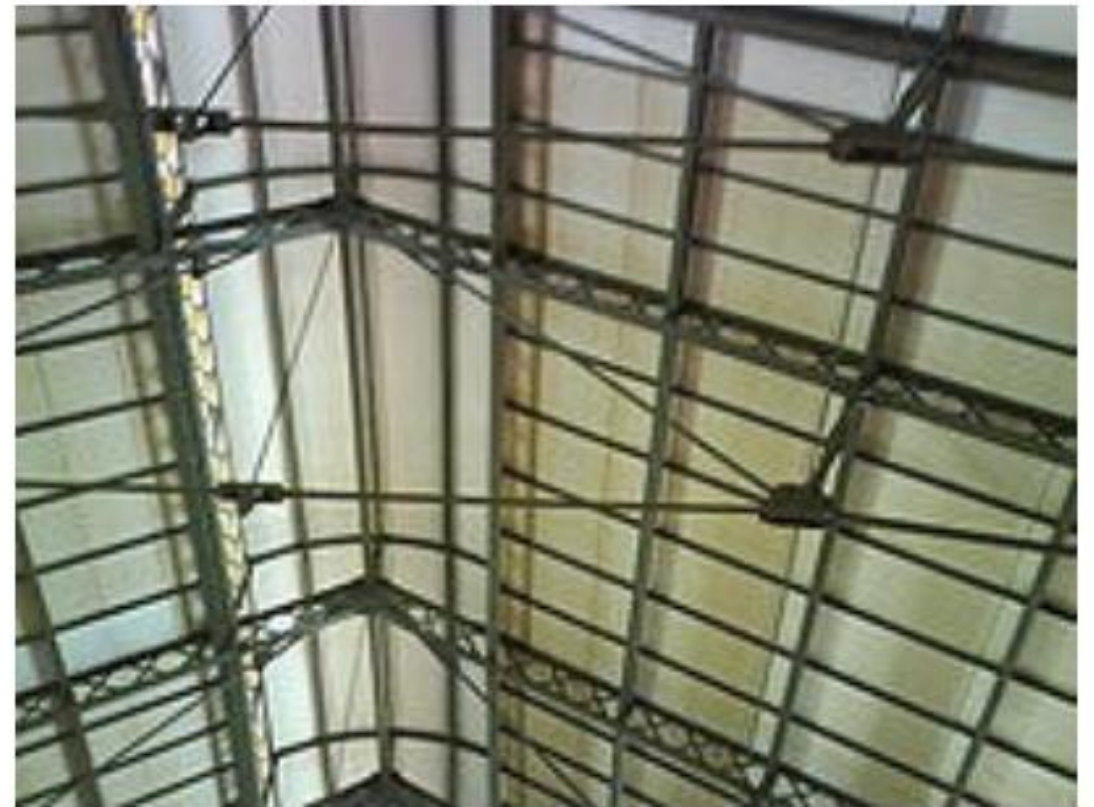
Travatura tedesca

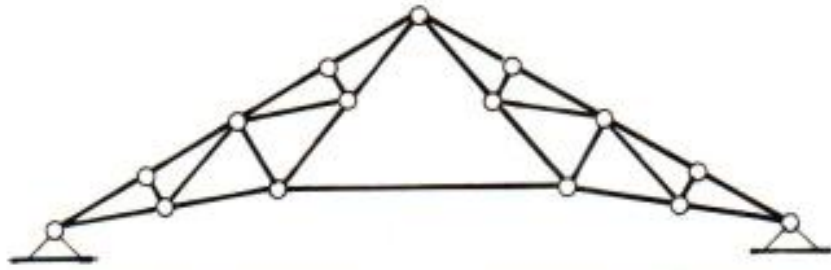


Travatura tedesca con corrente inferiore spezzato

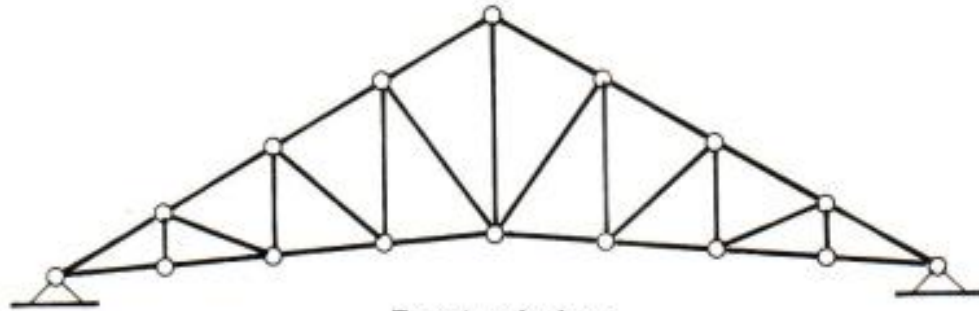


Travatura francese o Polanceau

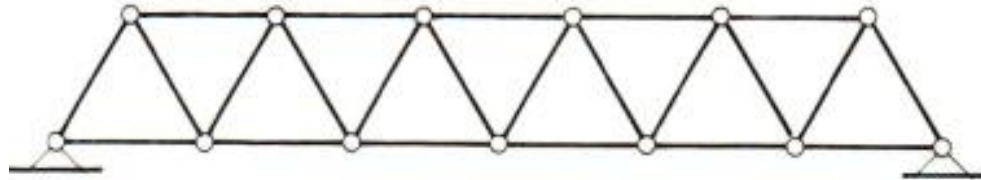




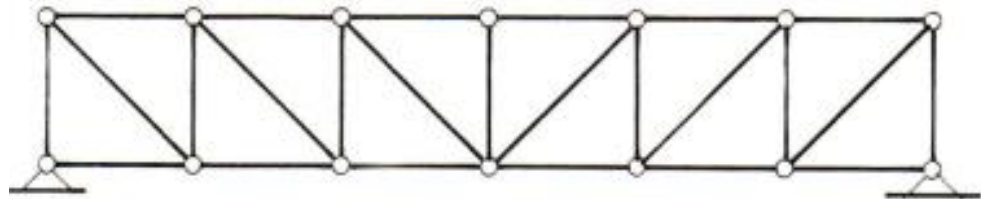
Travatura francese o Polanceau composta



Travatura inglese

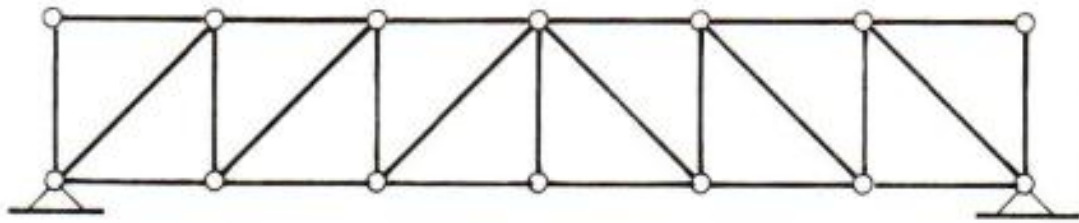


Travatura da ponte o Neville

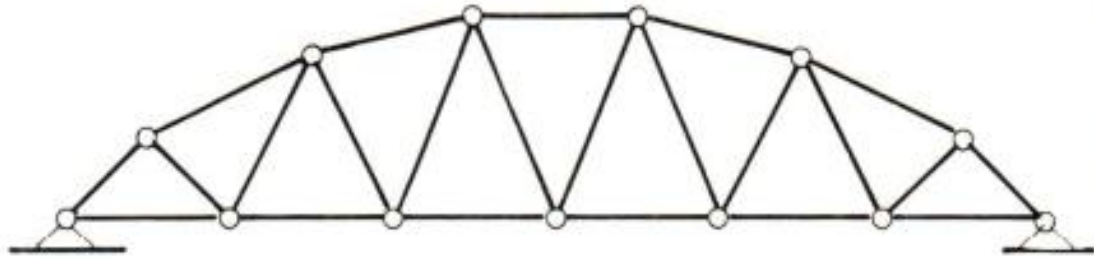


Trave Mohnié





Trave Howe

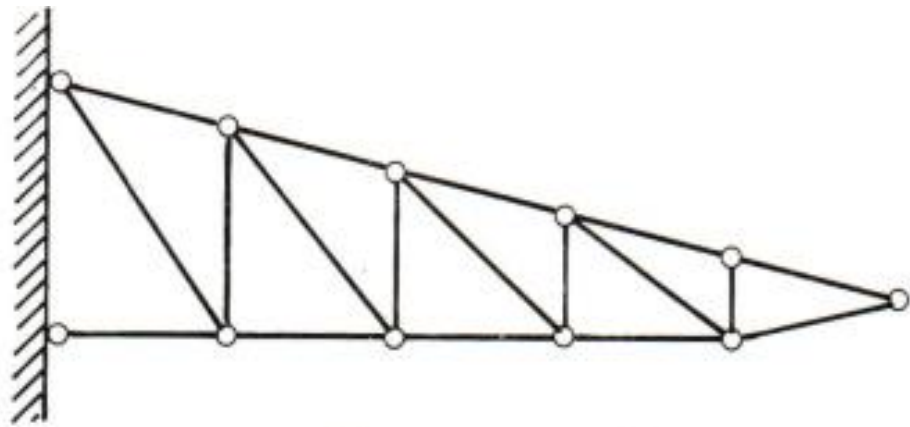


Trave a corrente parabolico

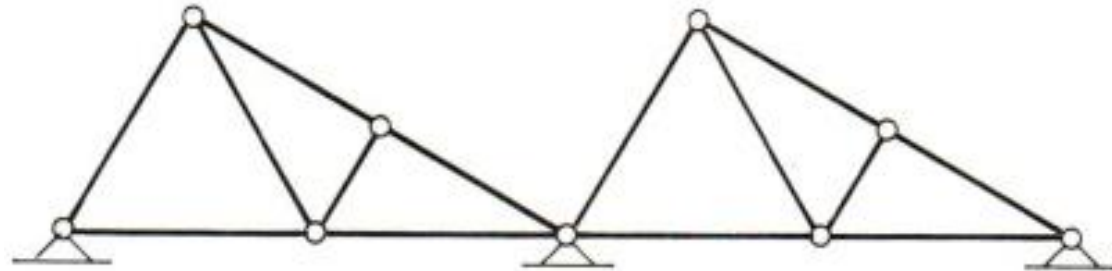


Trave a falce





Trave a mensola



Trave a Shed





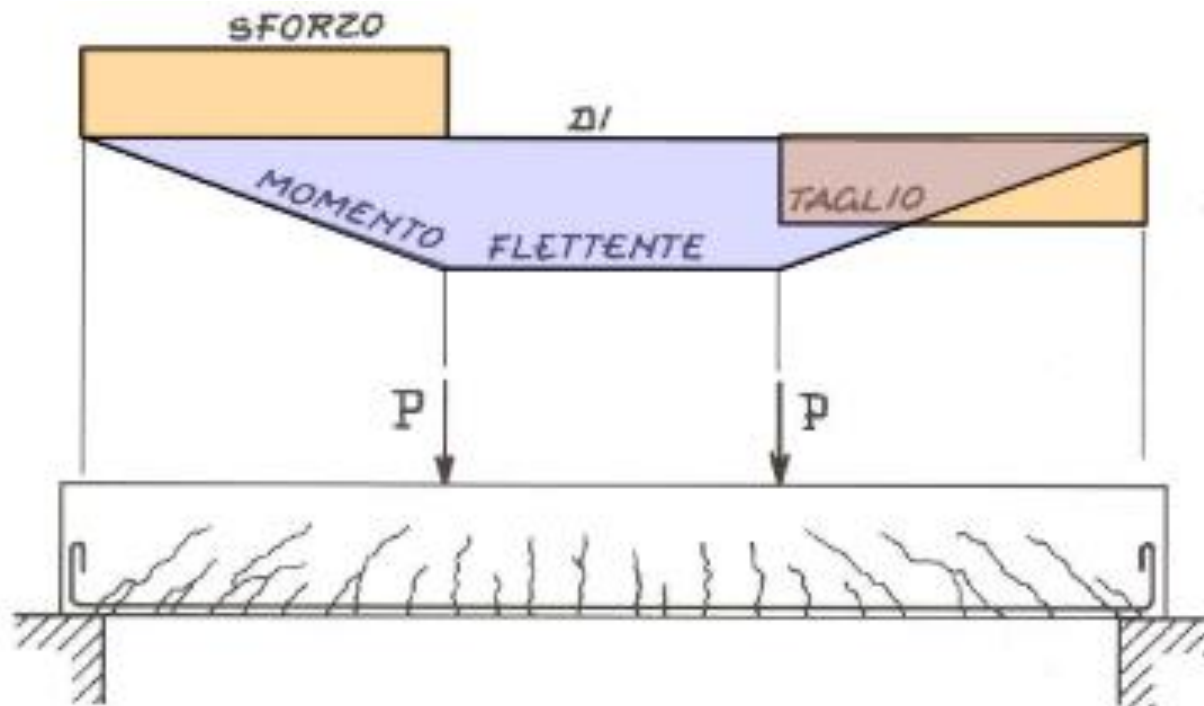


prima struttura importante in acciaio
4 torri (104m di altezza)



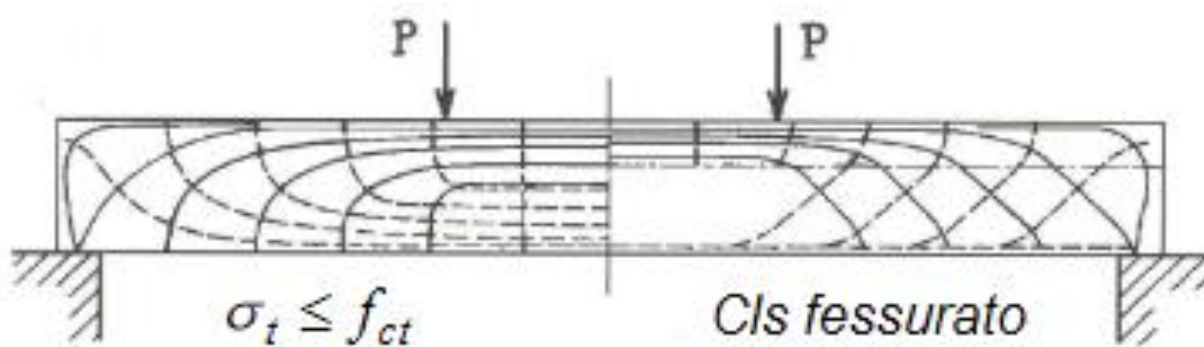
1890 Firth of Forth Bridge (Scozia) - 2528m

TRALICCIO DI MÖRSCH



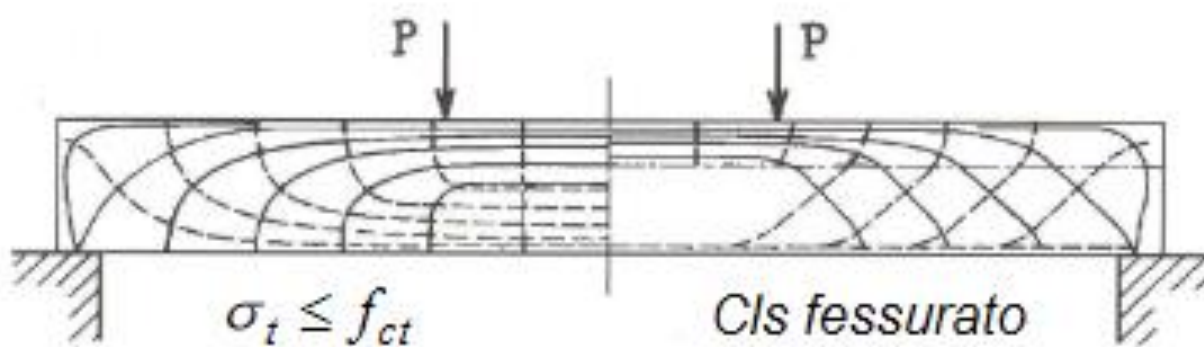
(a)

Diagrammi del momento flettente e del taglio



(b)

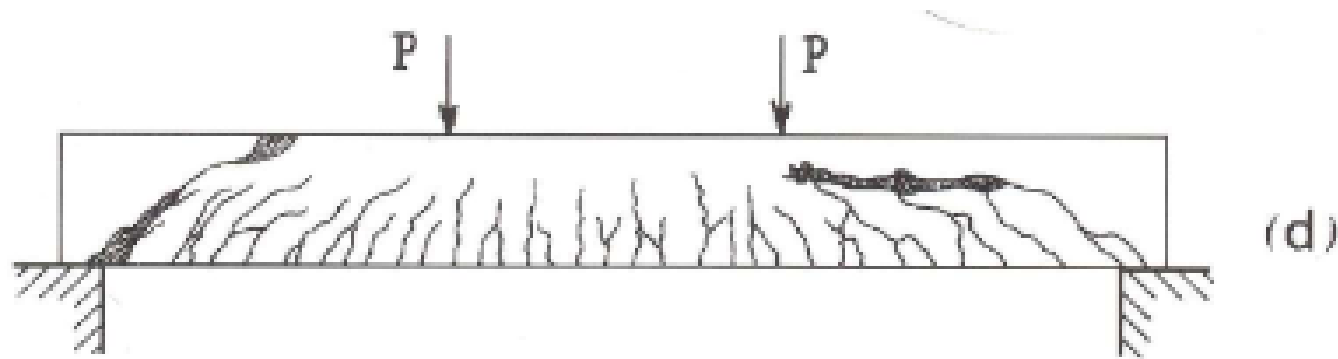
Direzione delle fessure nella trave



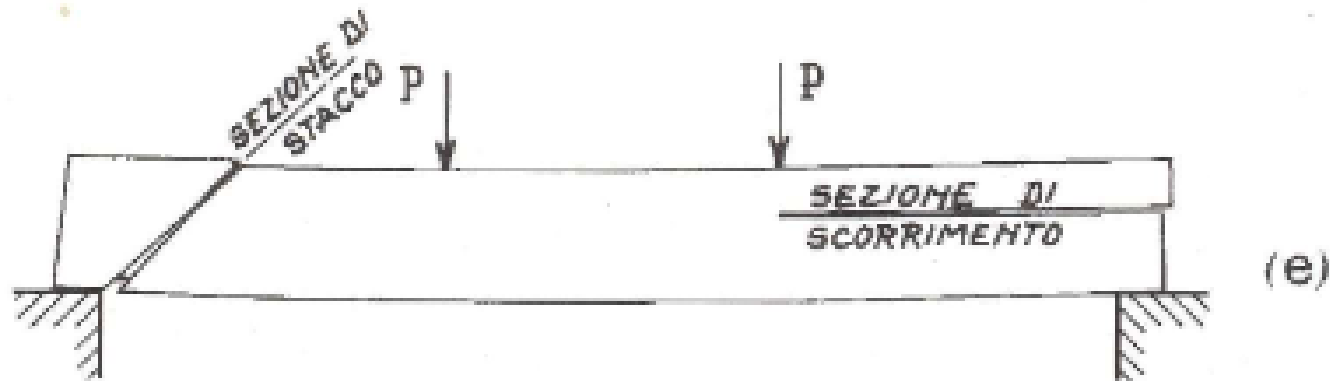
(c)

Linee isostatiche di trazione e di compressione

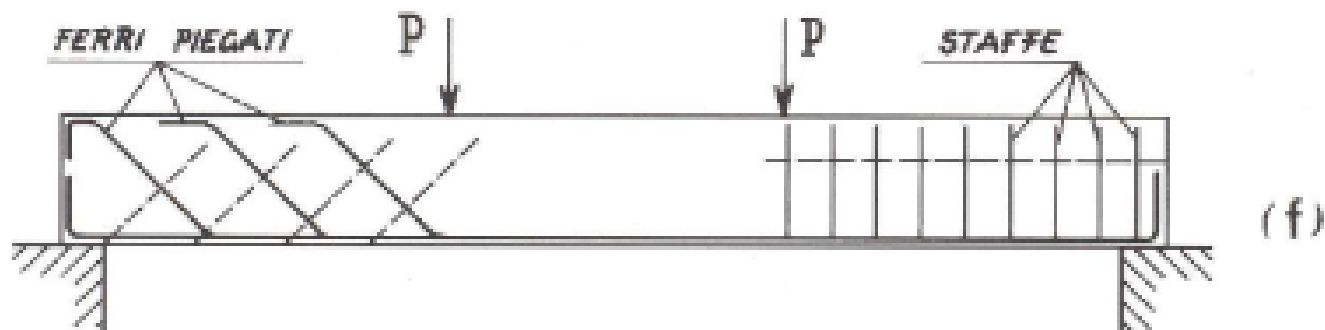
TRALICCIO DI MÖRSCH



Rottura per scorrimento a destra e rottura trasversale a sinistra



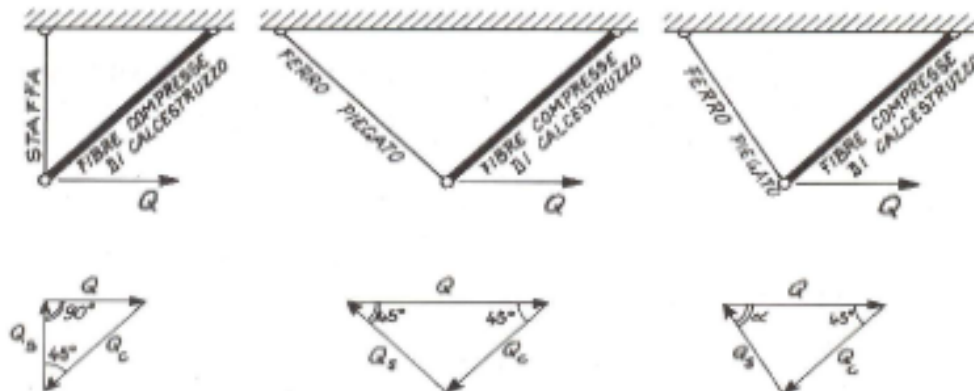
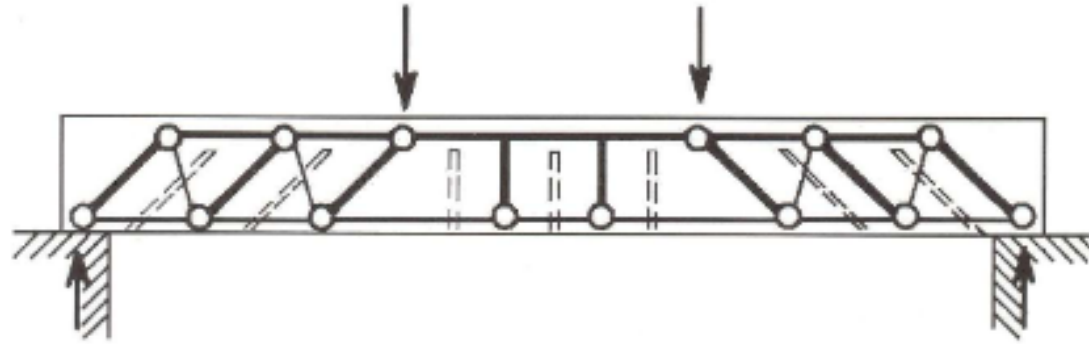
Schematizzazione dei due tipi di rottura d'anima



Armature d'anima per resistere alle sollecitazioni taglienti: staffe e ferri piegati

TRALICCIO DI MÖRSCH

Il modello fondamentale di resistenza al taglio della trave in c.a. è stato dedotto dal suo comportamento fessurativo e vede la trave come una struttura reticolare costituita da un corrente compresso (il calcestruzzo reagente a flessione e le eventuali armature compresse), da un corrente teso (l'armatura reagente a flessione) e da un reticolo di aste di parete (conci compressi di cls isolati da fessure a 45° e armature trasversali tese – staffe o ferri piegati)



Schemi per il dimensionamento delle armature d'anima

TRALICCIO DI MÖRSCH

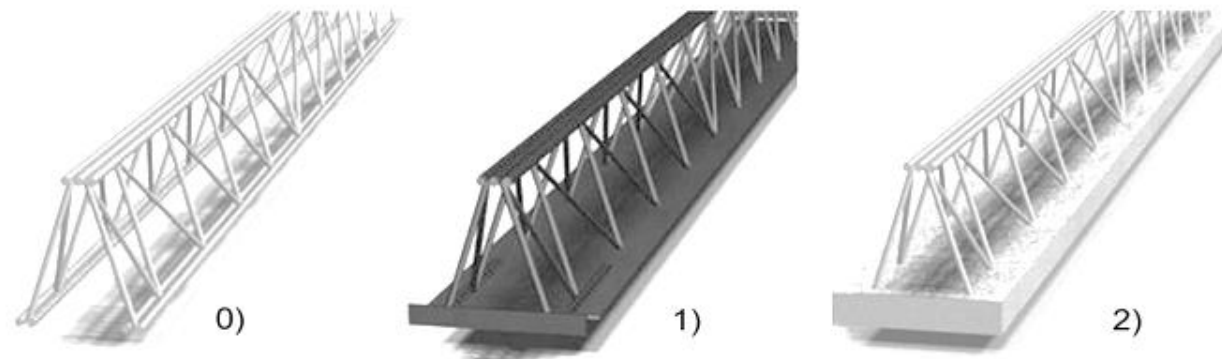


Figura 1 - Morfologie di Travi PREM: 0) senza fondello, 1) con fondello in acciaio, 2) con fondello prefabbricato in calcestruzzo. (Immagine tratta dalla "Guida-Tecnico Operativa per il Professionista" Ed. Tecniche Nuove - Copyright Assoprem)

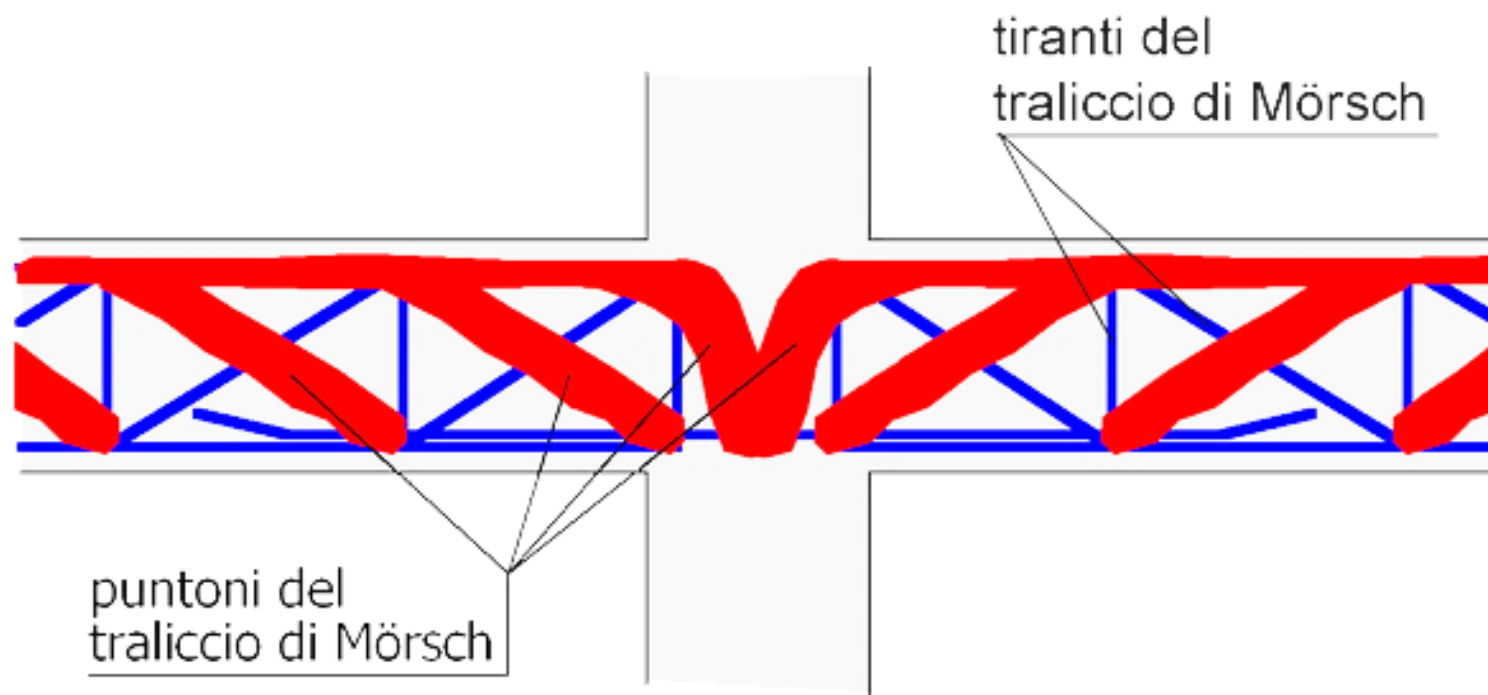
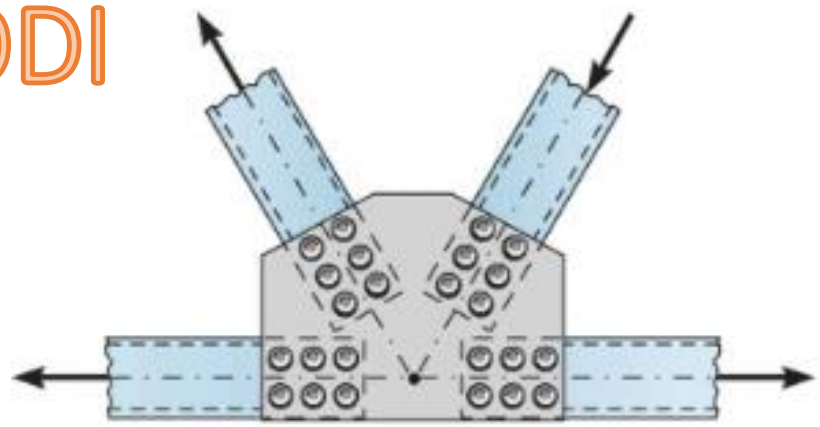


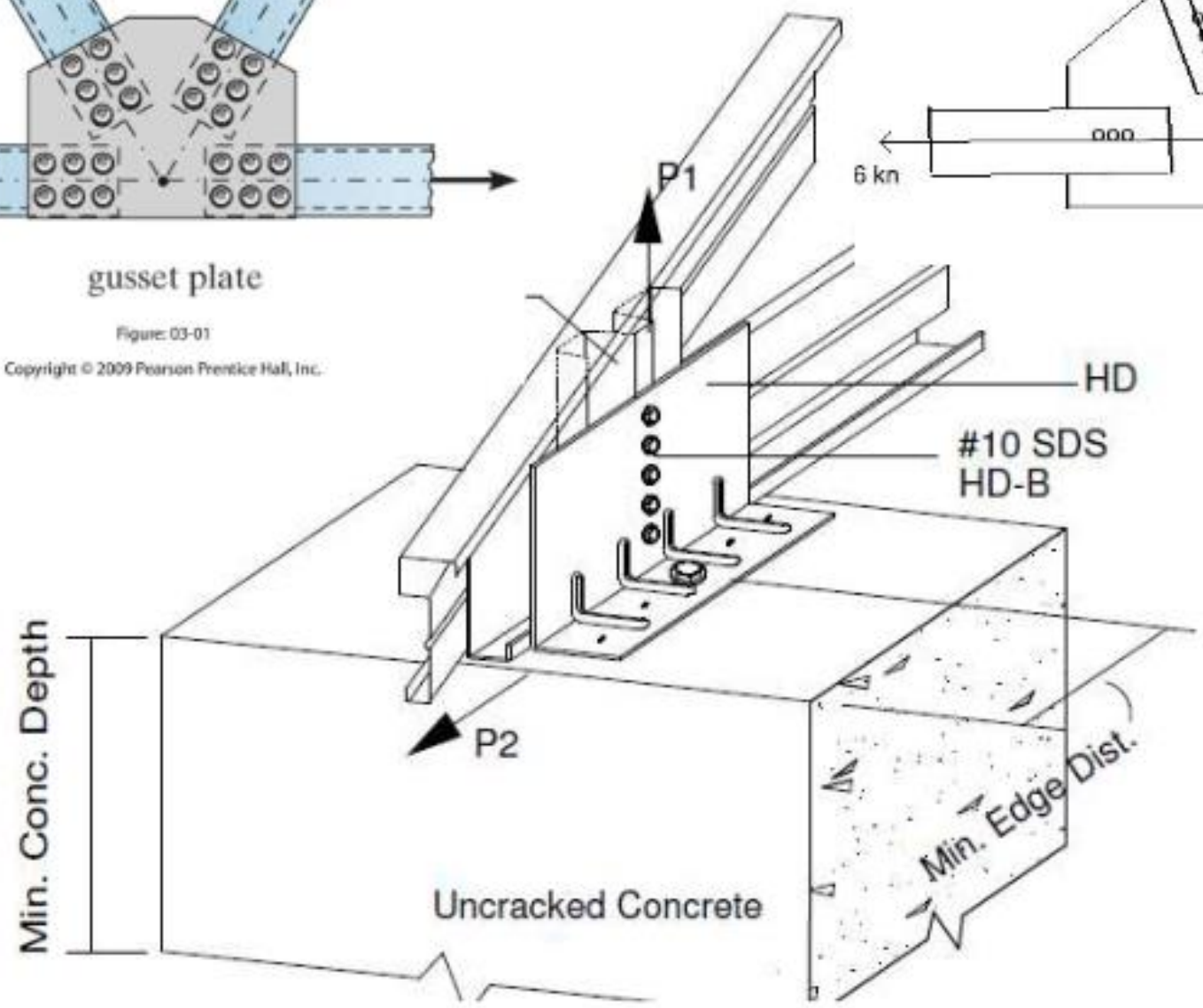
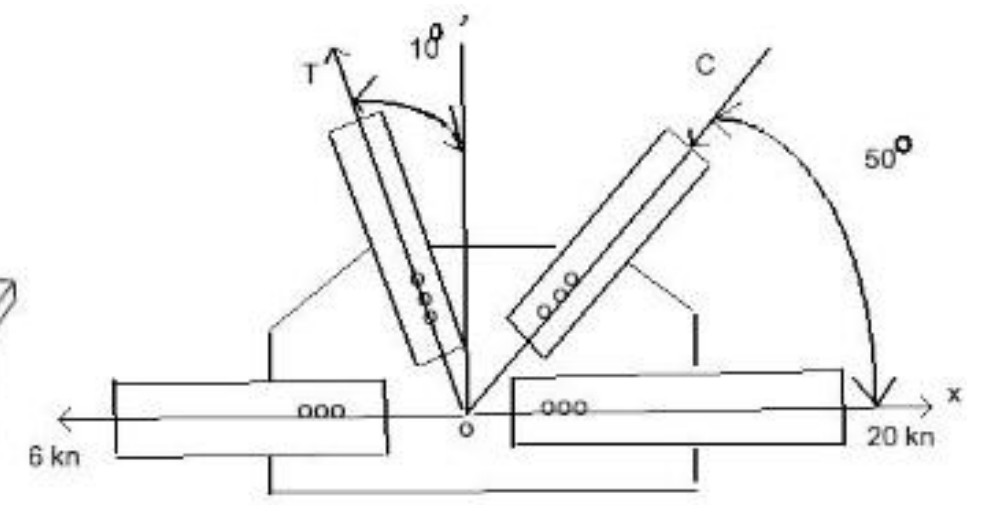
Figura 3a – Traliccio di Mörsch con traliccio metallico a puntoni (in prima fase) verticali

NODI

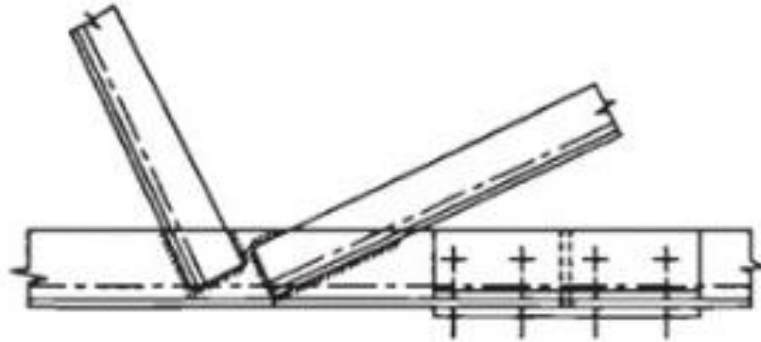
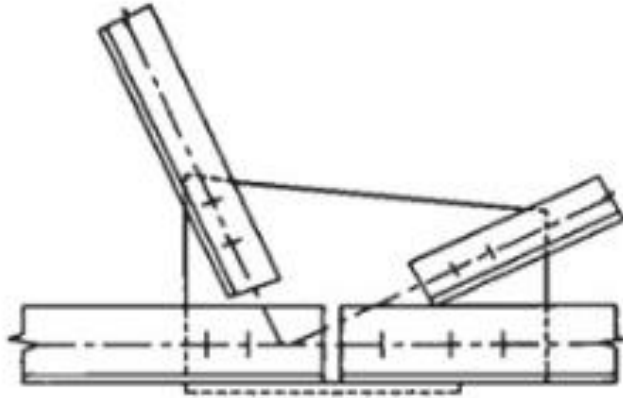
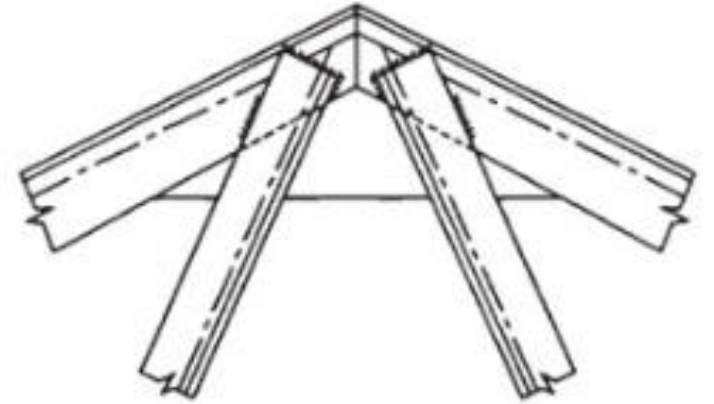
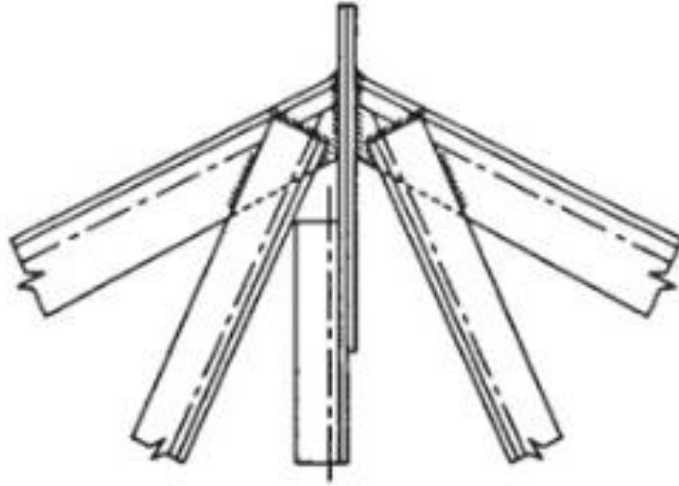
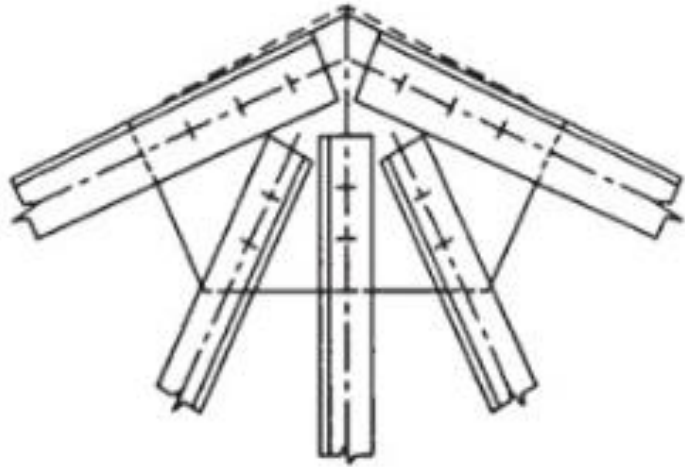


gusset plate

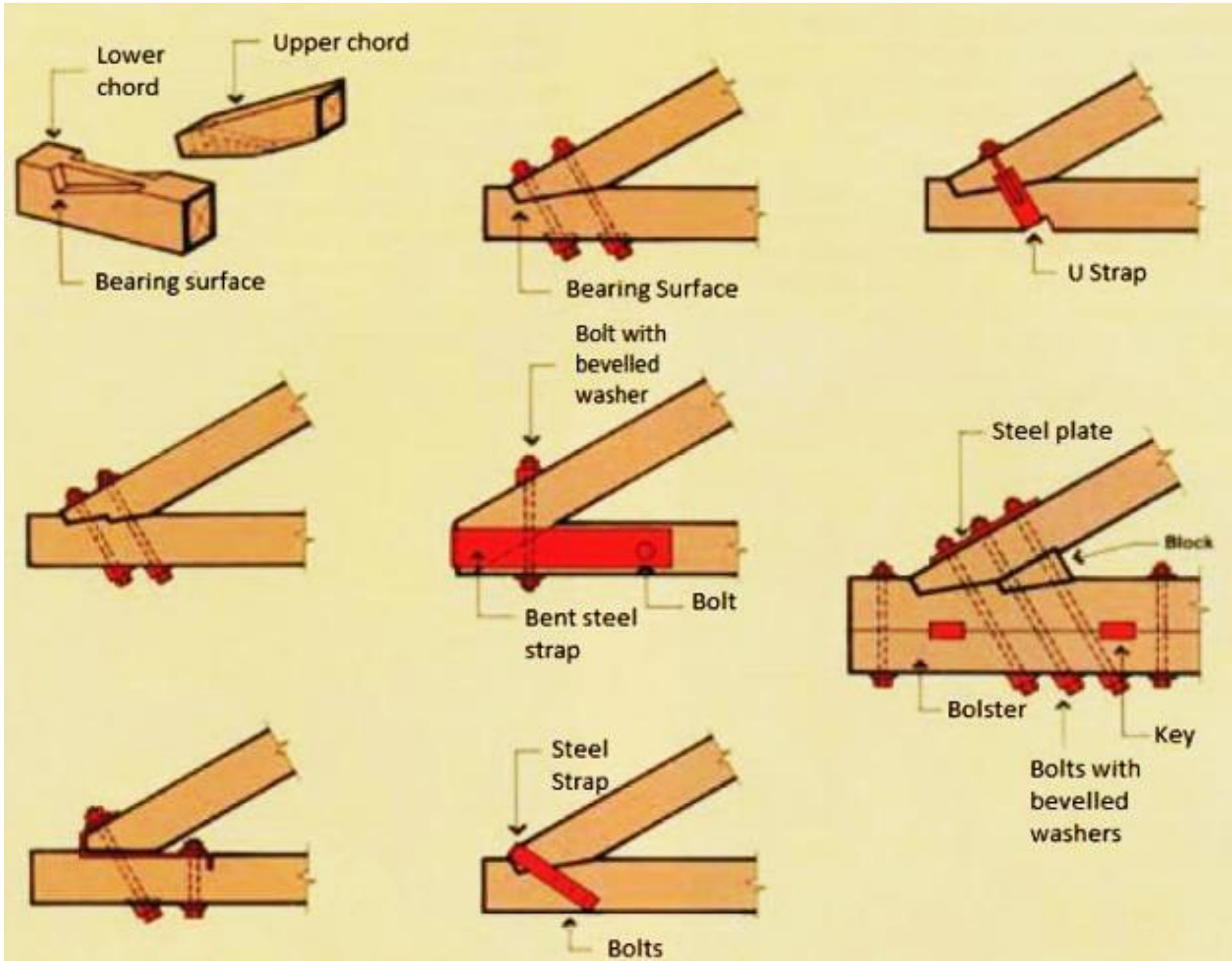
Figure: 03-01
Copyright © 2009 Pearson Prentice Hall, Inc.



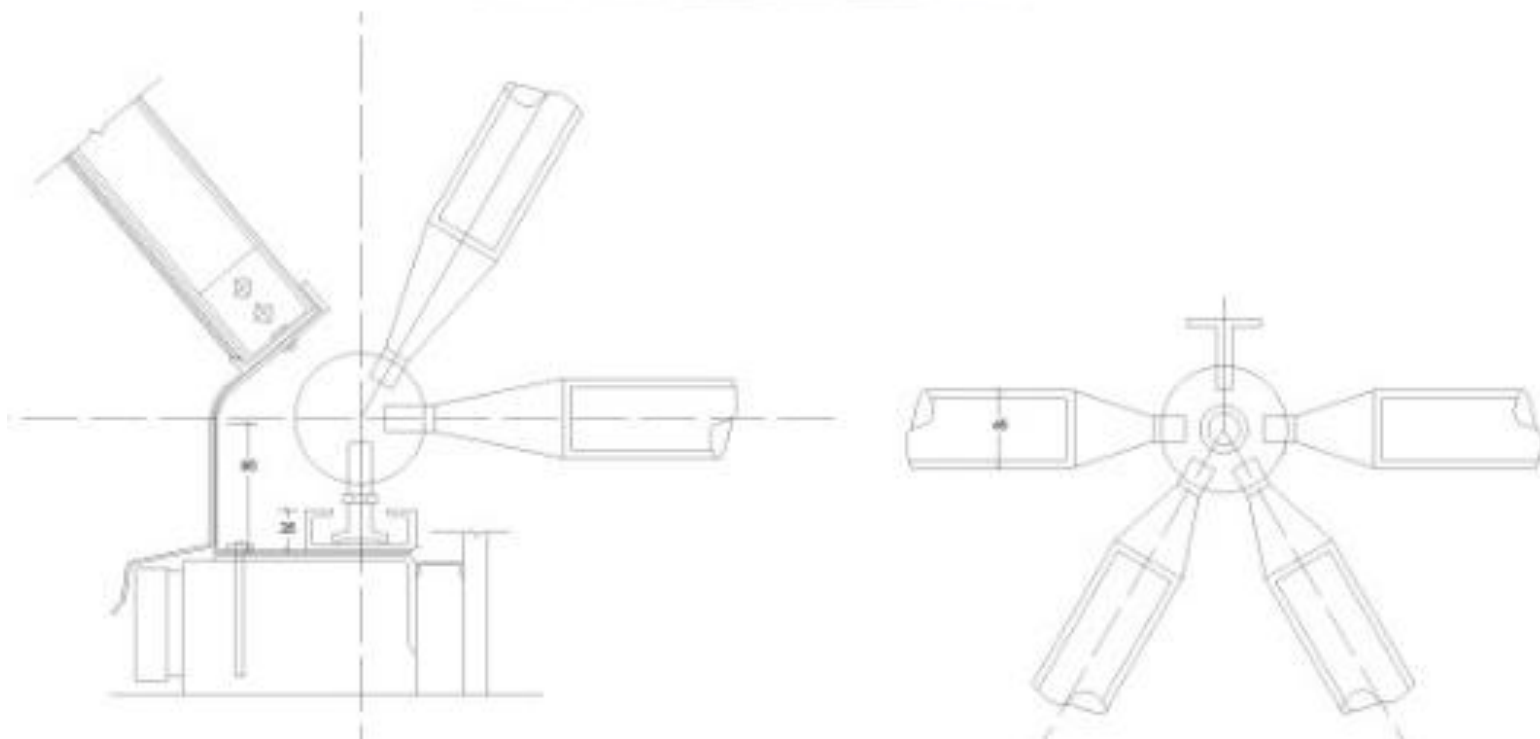
NODI



NODI



NODI



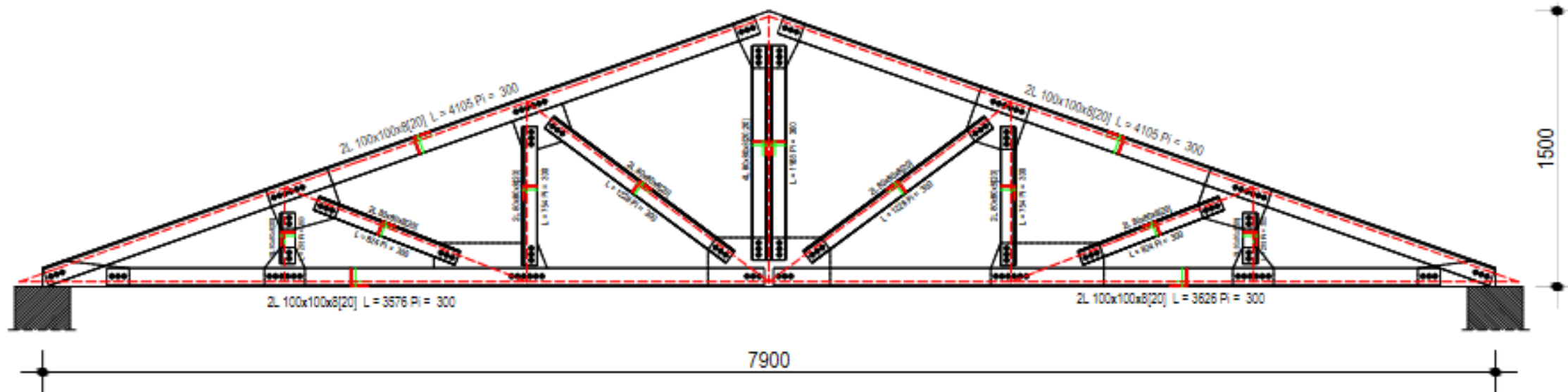
TRAVI RETICOLARI

- Sono strutture formate da aste rettilinee
- E dai nodi a cerniera che le collegano agli estremi → Rotazioni libere
- La disposizione geometrica dei nodi è tale da formare un sistema indeformabile → Stabilità
- I carichi esterni sono spesso forze concentrate ai nodi
- Le aste sono sollecitate solo da sforzi normali

TRAVI RETICOLARI

- Gli elementi di una travatura reticolare possono distinguersi in:
 - **corrente superiore**: insieme di aste orizzontali superiori
 - **corrente inferiore**: insieme di aste orizzontali inferiori
 - **aste di parete**, si distinguono a loro volta in:
 - montanti**: aste verticali
 - diagonali**: aste inclinate
- A seconda della sollecitazione (di trazione o compressione), le aste vengono poi definite:
 - **tiranti** se sollecitate a trazione
 - **puntoni** se sollecitate compressione

Carpenteria metallica



Caratteristiche dei profili adottati

<p> g (kg/m) = 12.2 h (mm) = 100 b (mm) = 100 t (mm) = 8 A (cm²) = 15.51 J_x (cm⁴) = 144.8 W_x (cm³) = 19.94 J_y (cm⁴) = 144.8 W_y (cm³) = 19.94 </p>	<p> g (kg/m) = 9.66 h (mm) = 80 b (mm) = 80 t (mm) = 8 A (cm²) = 12.3 J_x (cm⁴) = 72.25 W_x (cm³) = 12.58 J_y (cm⁴) = 72.25 W_y (cm³) = 12.58 </p>
<p>L 100 x 100 x 8</p>	<p>L 80 x 80 x 8</p>

TRAVI RETICOLARI

→ Stabilità??

a = numero di aste

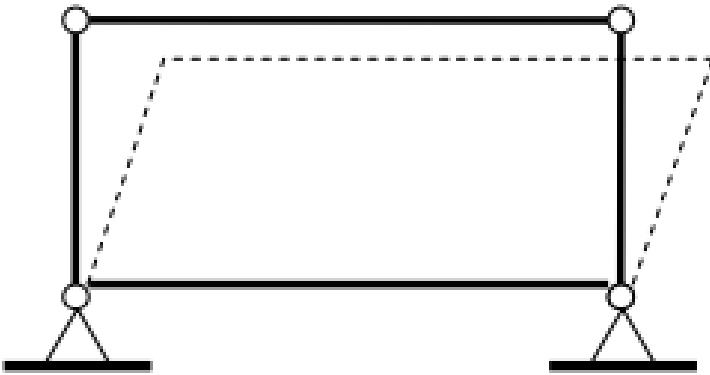
n = numero di nodi

→ $a = 2n - 3$

$a = 4 ; 2n - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$

verifica di stabilità interna NON soddisfatta

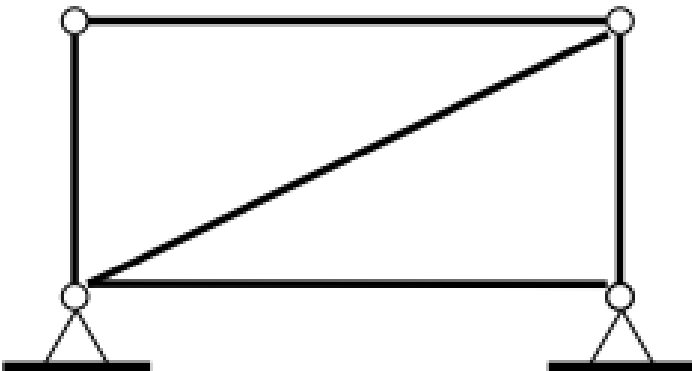
A



$a = 5 ; 2n - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$

verifica di stabilità interna soddisfatta

B



TRAVI RETICOLARI

→ Analisi cinematica (1)

- Si considerano i gradi di libertà dei nodi collegati da aste rigide (e non i gradi di libertà delle aste!)
- È un'analisi semplificata

$$l = 2n - a - V_e$$

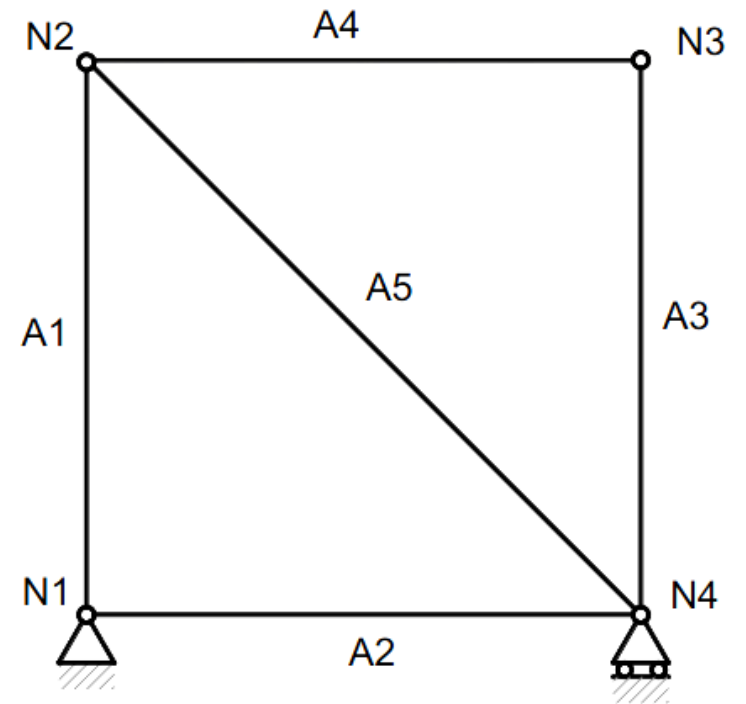
$$n = 4$$

$$a = 5$$

$$V_e = 3$$



$$l = 2n - a - V_e = 8 - 5 - 3 = 0$$



travatura isostatica

→ Analisi cinematica (2)

La travatura può comportarsi come un unico corpo rigido ma con aste sovrabbondanti: se i vincoli esterni sono sufficienti ad eliminare i tre gradi di libertà il sistema sarà iperstatico internamente

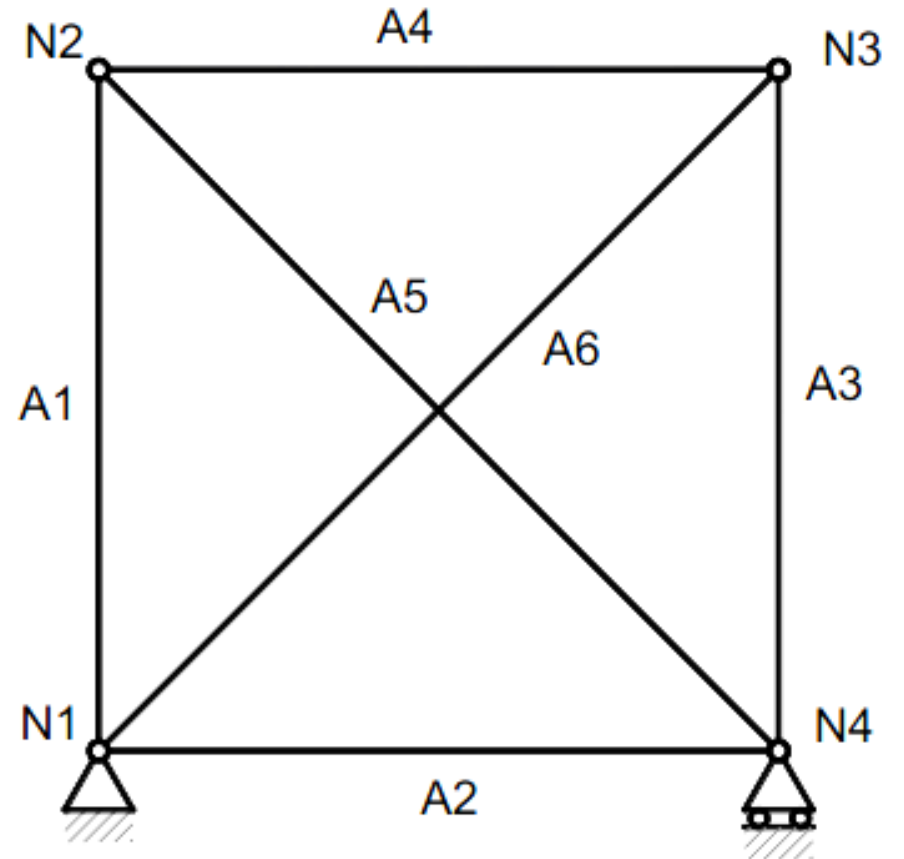
$$n = 4$$

$$a = 6$$

$$V_e = 3$$

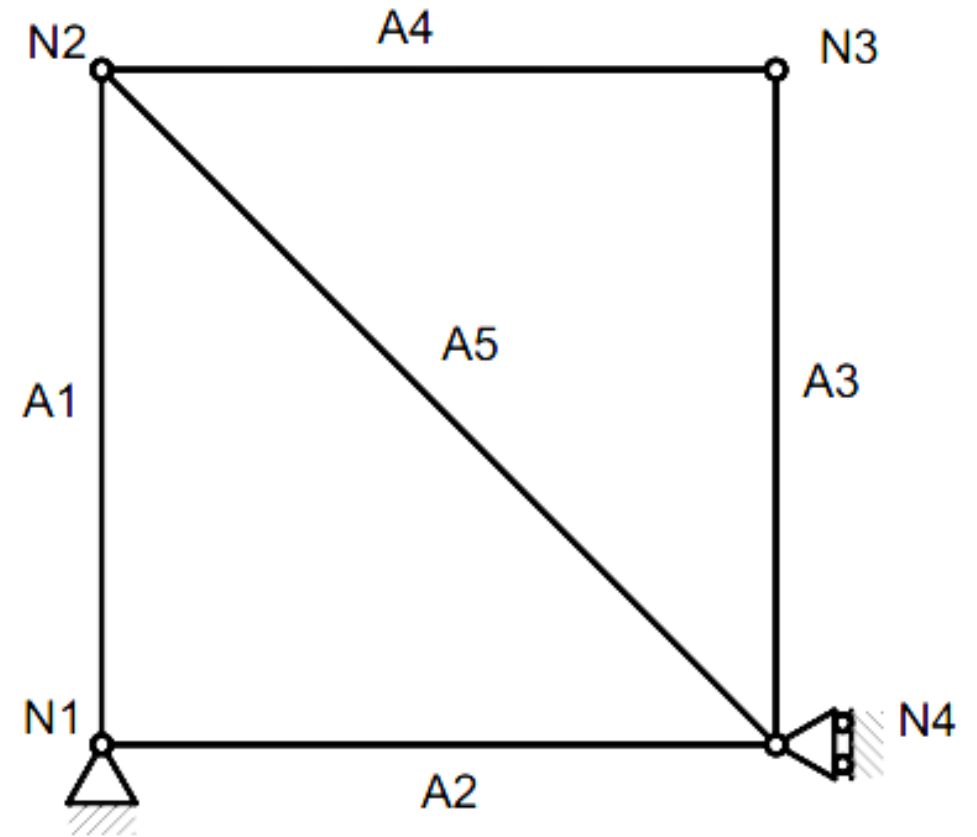


$$l = 2n - a - V_e = 8 - 6 - 3 = -1 \quad \text{travatura iperstatica internamente}$$



→ Analisi cinematica (3)

La travatura può comportarsi come un unico corpo rigido ed essere internamente isostatico, ma può essere vincolata esternamente con vincoli inefficaci: la travatura si dirà labile a vincoli inefficaci



$$n = 4$$

$$a = 5$$

$$V_e = 3$$

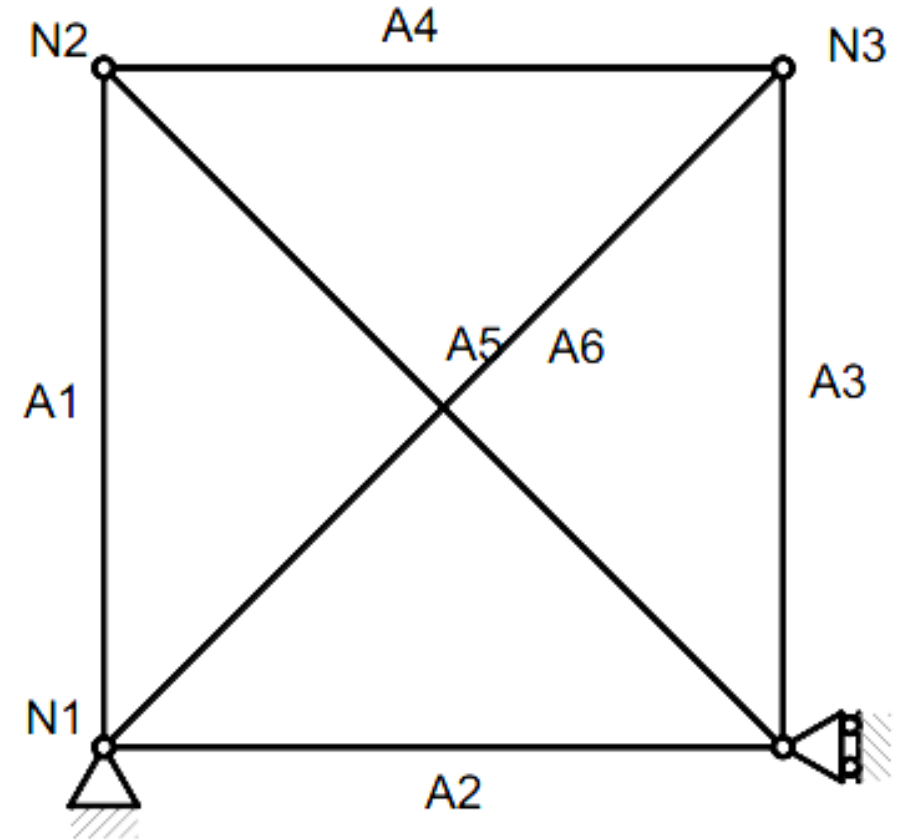


$$l = 2n - a - V_e = 8 - 5 - 3 = 0$$

travatura labile
vincoli inefficaci

→ Analisi cinematica (4)

La travatura può comportarsi come un unico corpo rigido ed essere internamente iperstatica, ma può essere vincolata esternamente con vincoli inefficaci: la travatura si dirà labile a vincoli inefficaci



$$n = 4$$

$$a = 6$$

$$V_e = 3$$

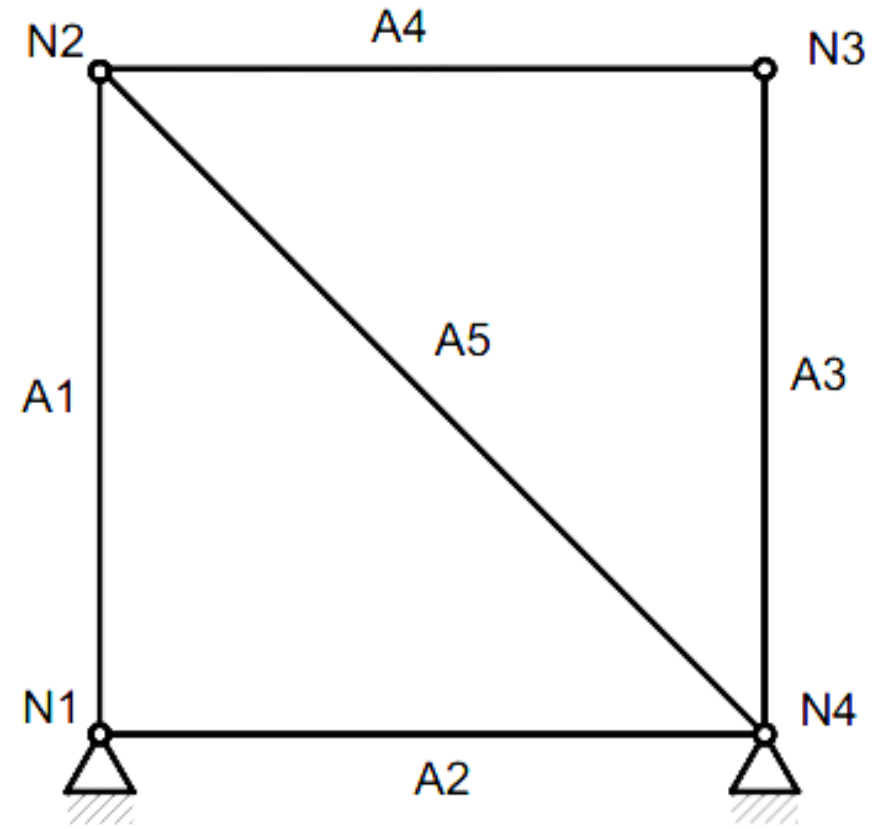


$$l = 2n - a - V_e = 8 - 6 - 3 = -1$$

travatura labile
vincoli inefficaci

→ Analisi cinematica (5)

La travatura può comportarsi come un unico corpo rigido ed essere internamente isostatico, ma può essere vincolata con più di tre vincoli esterni: la travatura si dirà iperstatica esternamente



$$n = 4$$

$$a = 5$$

$$V_e = 4$$



$$l = 2n - a - V_e = 8 - 5 - 4 = -1$$

travatura iperstatica
esternamente

RISOLUZIONE

- Una trave reticolare è «risolta» quando vengono determinate le entità delle sforzo nelle aste
- Lo sforzo nelle aste è quello trasmesso dai nodi
- Essendo nodi di tipo «cerniera», tutte le aste possono essere solo tese o solo compresse
- I nodi non generano alcun momento flettente
- Lo sforzo assiale nelle aste è uguale e opposto all'azione esercitata dai nodi



RISOLUZIONE

- La risoluzione di una trave reticolare si concentra proprio sui nodi e sul loro equilibrio
- Applicheremo:
 - **Metodo dei nodi**
 - **Metodo (della sezione) di Ritter**



IPOTESI DI CALCOLO

- Carichi e vincoli applicati esclusivamente nei nodi
- Nodi a cerniera
- Elementi rettilinei incernierati alle estremità
- Assenza di attrito nelle cerniere
- Asse baricentrico della sezione coincidente con la linea congiungente i nodi

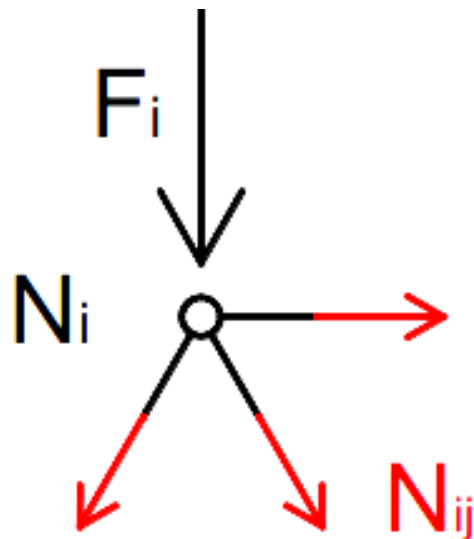
IPOTESI DI CALCOLO

- Ogni nodo, supposto estratto dalla struttura, è soggetto a forze esterne (carichi o reazioni vincolari esterne) e ad azioni provenienti dalle aste che in esso concorrono
- Le forze esterne sono note in intensità, direzione e verso
- Le azioni delle aste sono note solo in direzione (la stessa dell'asse dell'asta) mentre sono incogniti intensità e verso
- L'intensità e il verso delle azioni delle aste sul nodo (e di conseguenza degli sforzi normali sulle aste) possono valutarsi applicando la condizione di equilibrio al nodo
- Nel caso piano, sono sufficienti due condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale

METODO DEI NODI (di equilibrio dei nodi)

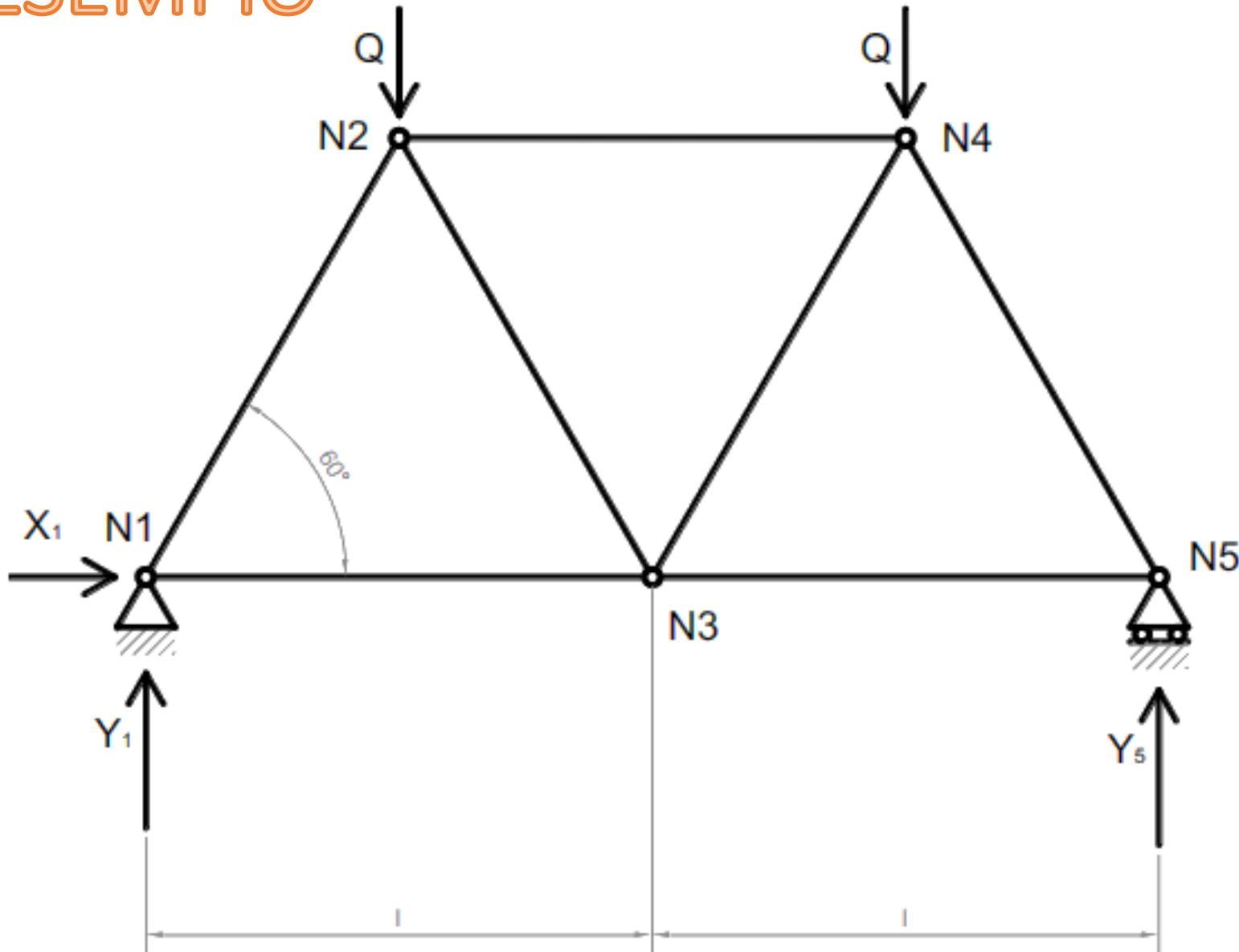
- Si impone che l'i-esimo nodo sia in equilibrio sotto l'azione:
 - dei carichi trasmessi dalle j aste concorrenti
 - e delle eventuali forze esterne
 - e reazioni vincolari applicate al nodo

➔ Si inizia da nodo con 2 sole incognite



$$\vec{F}_i + \sum_j \vec{N}_{ij} = 0$$

ESEMPIO



Trave WARREN

Analisi cinematica

$$n = 5$$

$$a = 7$$

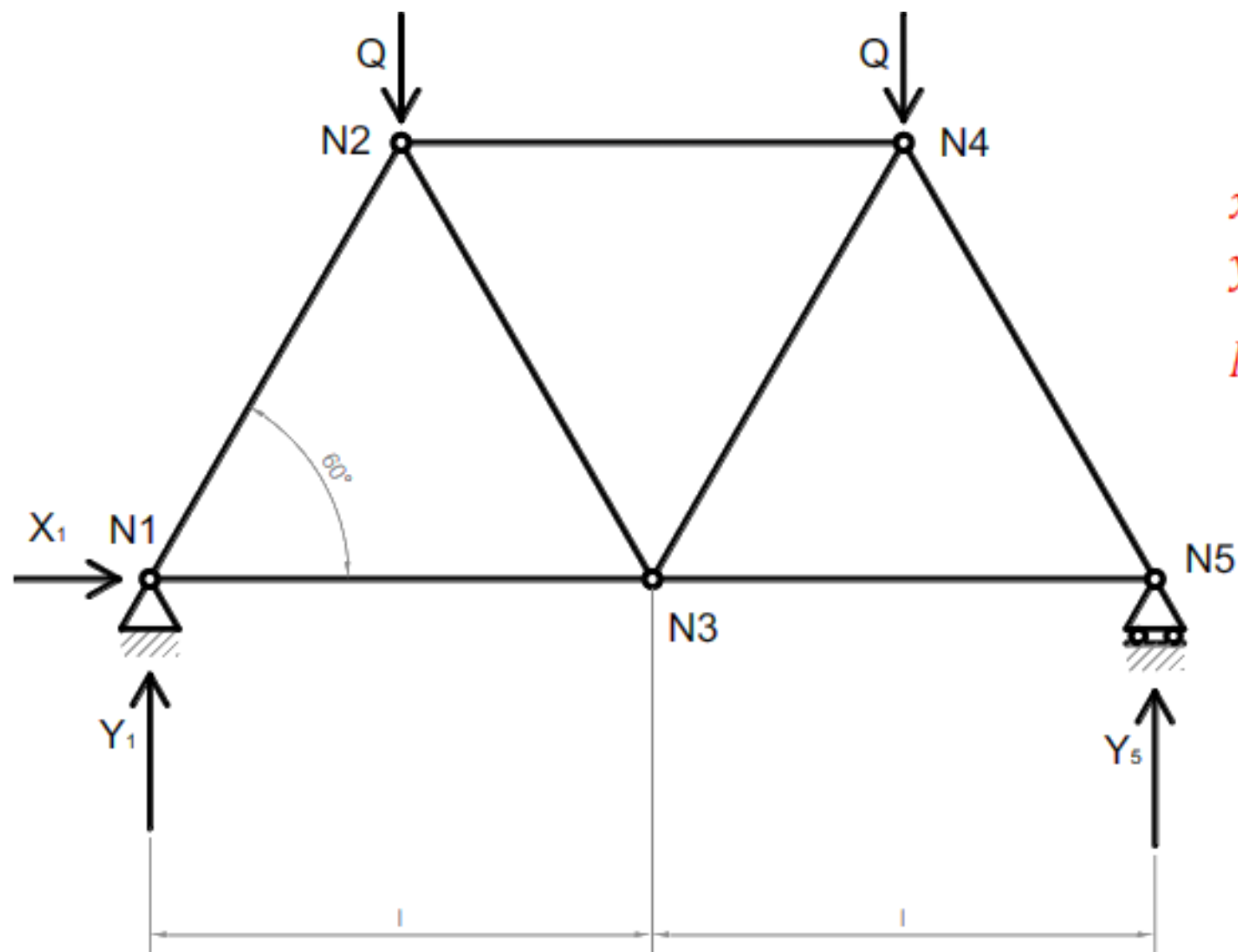
$$V_e = 3$$



$$l = 2n - a - V_e$$

$$l = 10 - 7 - 3 = 0$$

Travatura isostatica



Equilibrio globale

$$x: X_1 = 0$$

$$y: Y_1 + Y_5 - 2Q = 0$$

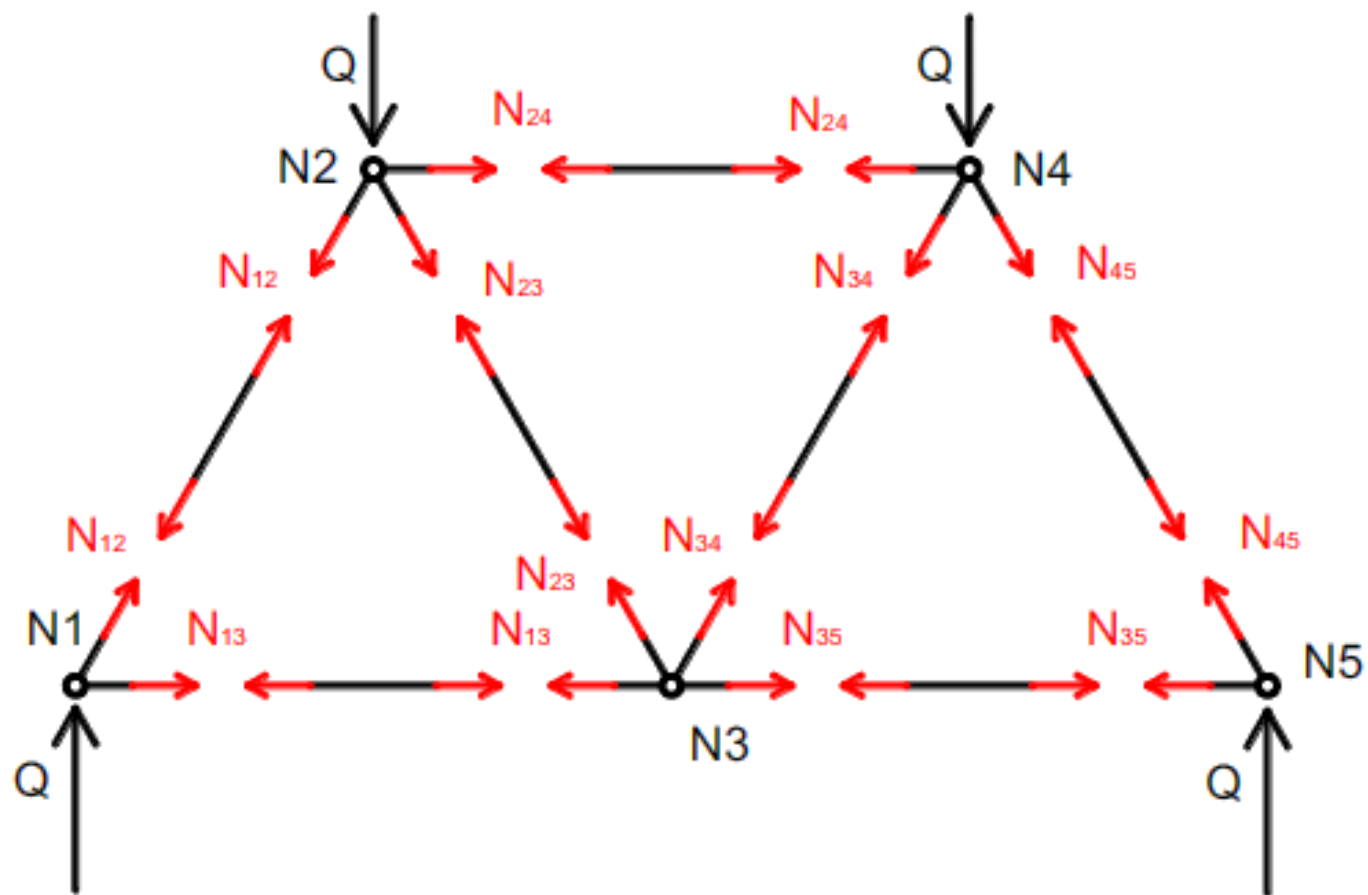
$$N1: Q \frac{l}{2} + Q \frac{3}{2}l - Y_5 \cdot 2l = 0$$



$$X_1 = 0$$

$$Y_1 = Q$$

$$Y_5 = Q$$



Equilibrio nodo N1

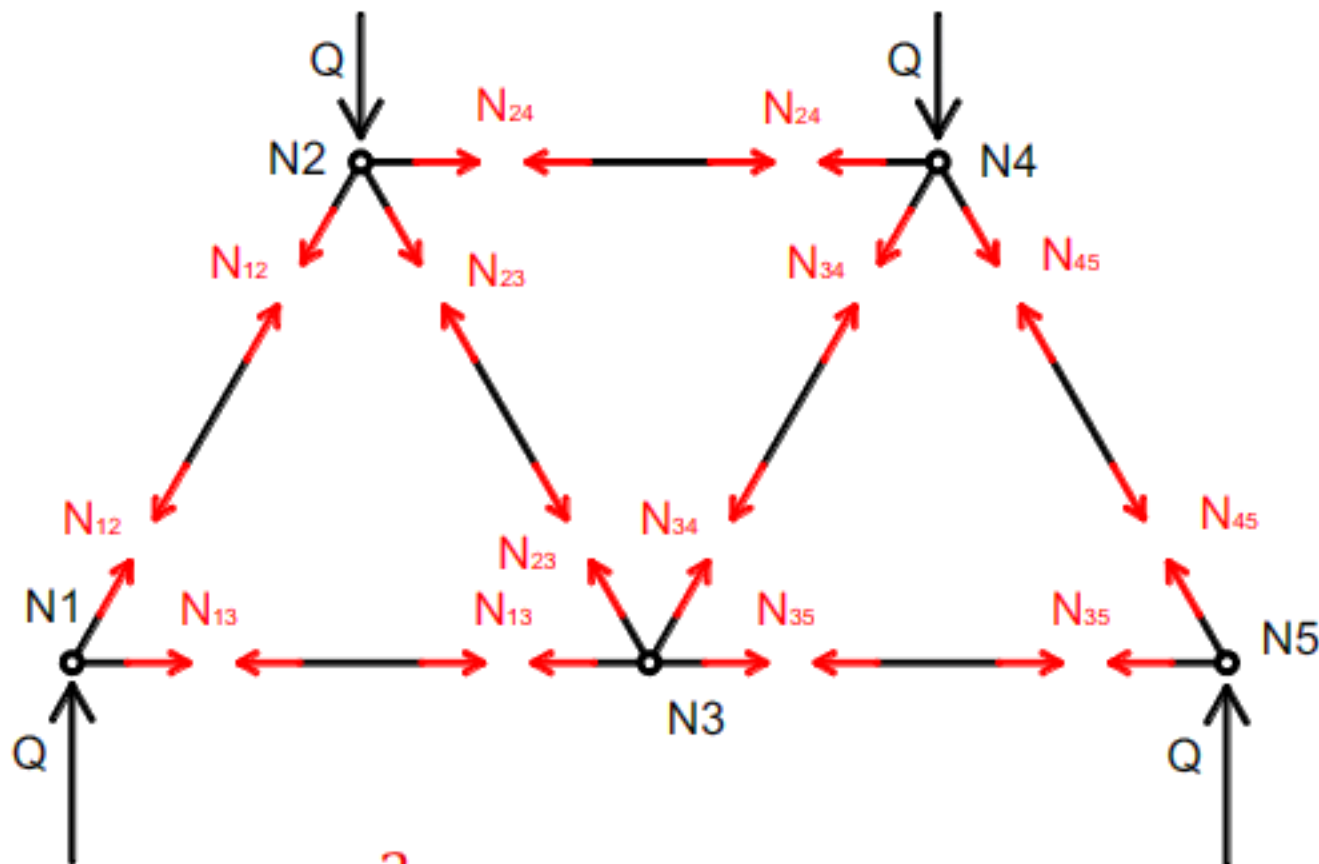
$$Q + N_{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$N_{13} + N_{12} \cdot \frac{1}{2} = 0$$



$$N_{12} = -\frac{2}{\sqrt{3}}Q$$

$$N_{13} = \frac{1}{\sqrt{3}}Q$$



N1

$$N_{12} = -\frac{2}{\sqrt{3}}Q$$

$$N_{13} = \frac{1}{\sqrt{3}}Q$$

Equilibrio nodo N2

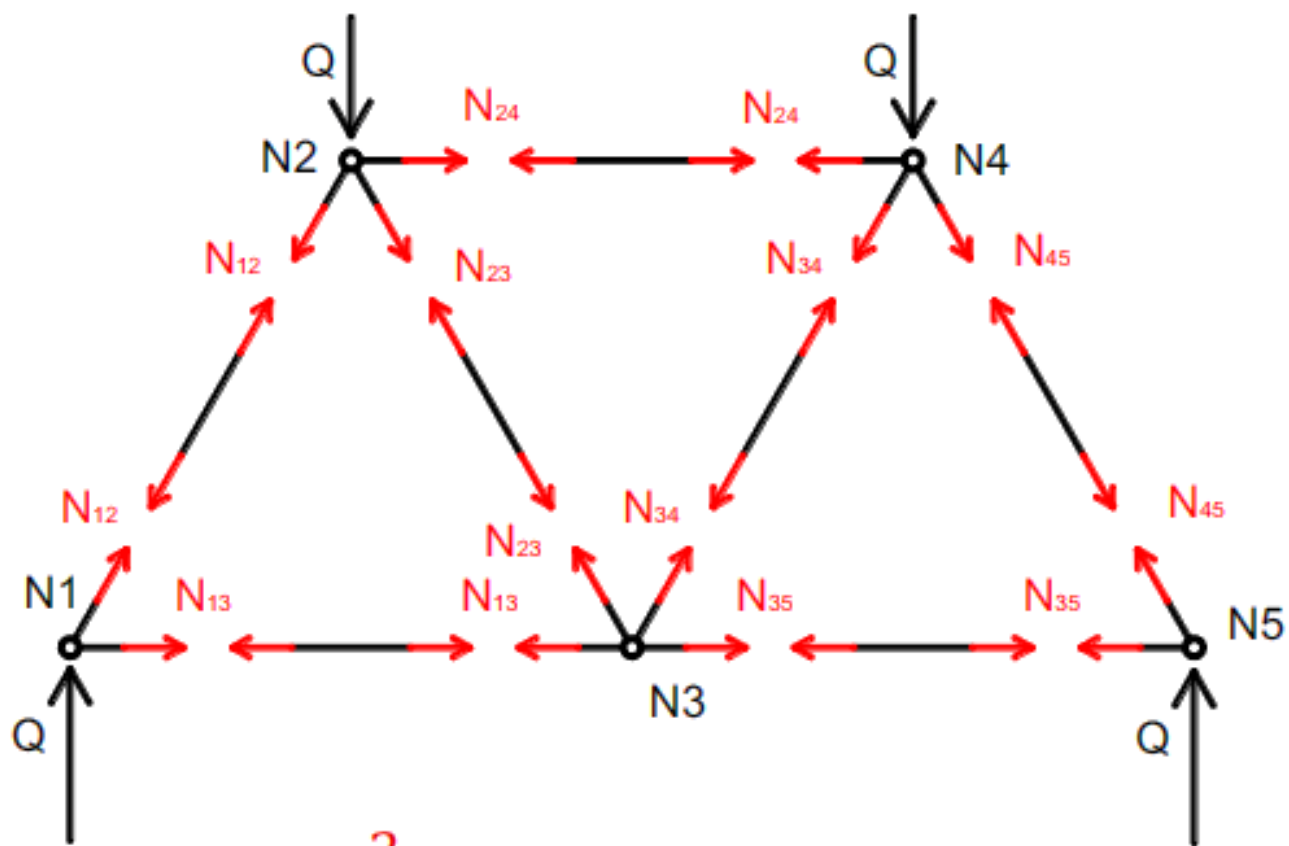
$$Q + N_{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + N_{23} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$N_{24} + N_{23} \cdot \frac{1}{2} - N_{12} \cdot \frac{1}{2} = 0$$



$$N_{23} = 0$$

$$N_{24} = -\frac{1}{\sqrt{3}}Q$$



N1

$$N_{12} = -\frac{2}{\sqrt{3}}Q$$

$$N_{13} = \frac{1}{\sqrt{3}}Q$$

N2

$$N_{23} = 0$$

$$N_{24} = -\frac{1}{\sqrt{3}}Q$$

Equilibrio nodo N3

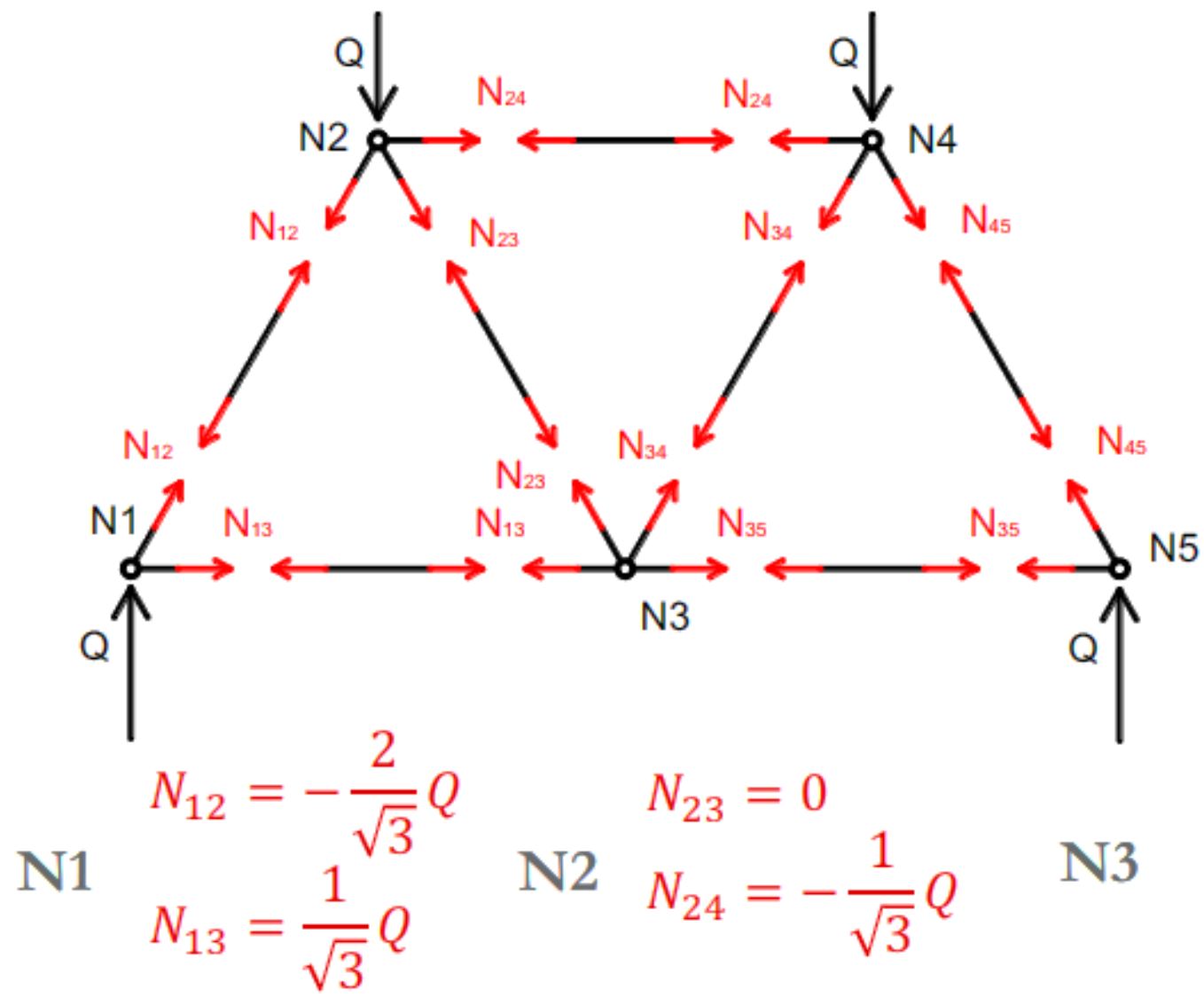
$$N_{23} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + N_{34} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$N_{35} - N_{13} - N_{23} \cdot \frac{1}{2} + N_{34} \cdot \frac{1}{2} = 0$$



$$N_{34} = 0$$

$$N_{35} = \frac{1}{\sqrt{3}}Q$$



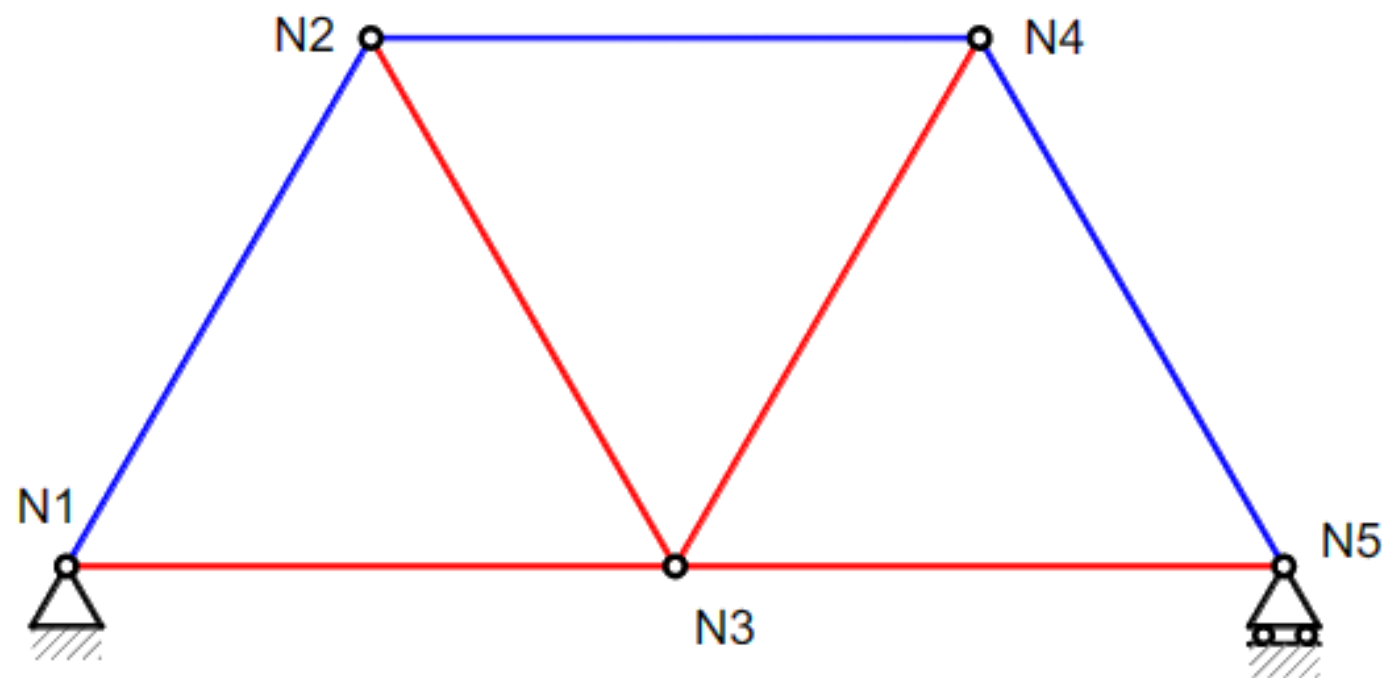
Equilibrio nodo N4

$$N_{45} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + N_{34} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + Q = 0$$

$$N_{45} \cdot \frac{1}{2} + N_{34} \cdot \frac{1}{2} - N_{24} = 0$$



$$N_{45} = -\frac{2}{\sqrt{3}}Q$$



Aste tese



Aste compresse



Asta	N_{ij}	Risultato
1-2	N_{12}	$-\frac{2}{\sqrt{3}}Q$
1-3	N_{13}	$\frac{1}{\sqrt{3}}Q$
2-3	N_{23}	0
2-4	N_{24}	$-\frac{1}{\sqrt{3}}Q$
3-4	N_{34}	0
3-5	N_{35}	$\frac{1}{\sqrt{3}}Q$
4-5	N_{45}	$-\frac{2}{\sqrt{3}}Q$

METODO DI RITTER

- È un metodo indicato per la verifica piuttosto che per la risoluzione di una struttura
 - È necessario determinare le reazioni vincolari della struttura
 - La travatura deve essere vincolata isostaticamente
 - Si seziona idealmente la travatura in maniera tale da tagliare solo tre aste
 - Si impone l'equilibrio
 - In tal modo si ottiene un numero adeguato di equazioni per determinare gli sforzi incogniti nelle aste
- ➔ attenzione alla scelta dei nodi!

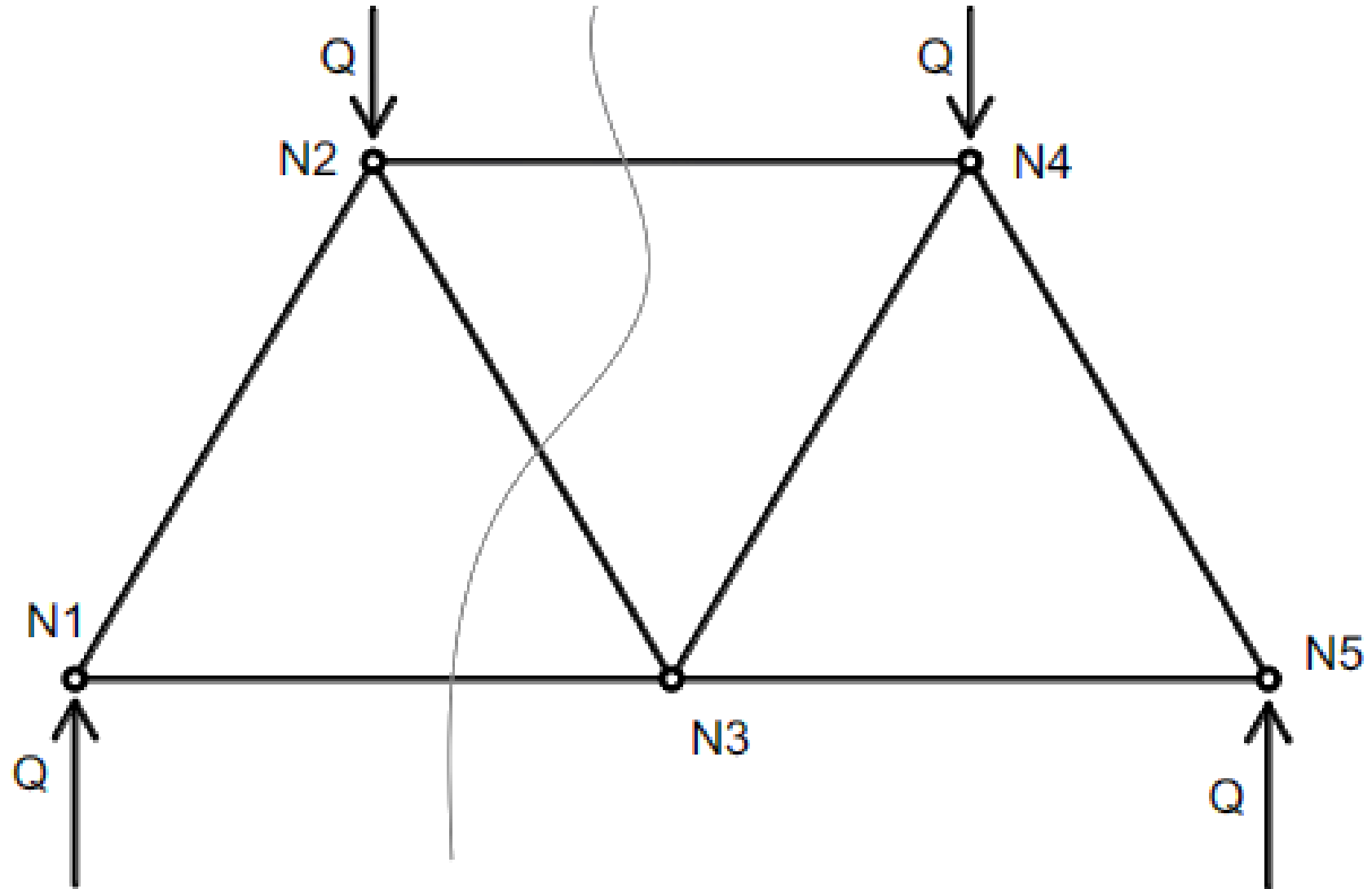
METODO DI RITTER

- Prevede di suddividere la travatura reticolare piana in due parti distinte mediante un'opportuna sezione
- La sezione di Ritter dovrà interessare l'asta di cui si vuole determinare lo sforzo e altre due aste
- Le tre aste sezionate dovranno essere a due a due concorrenti nello stesso punto (tipicamente un nodo se le rette d'azione si incontrano al finito, un punto all'infinito nella direzione degli assi delle aste per coppie di aste parallele tra loro)
- Sui monconi delle tre aste tagliate si introducono gli sforzi normali incogniti, nell'ipotesi che le aste siano tiranti

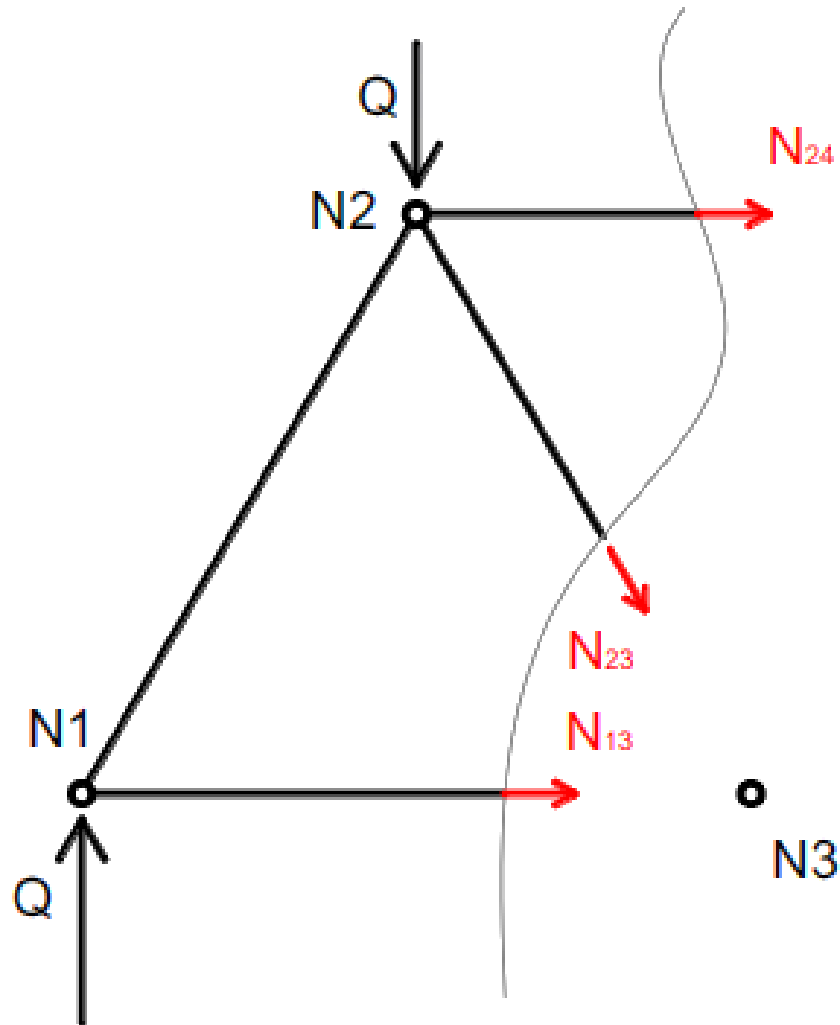
METODO DI RITTER

- Si impone la condizione di equilibrio alla rotazione di una delle due parti in cui è stata divisa la travatura
- L'equilibrio rispetto al punto d'intersezione degli assi di due delle tre aste interessate dalla sezione di Ritter consente di ottenere lo sforzo normale nella terza asta

METODO DI RITTER



METODO DI RITTER



• N4

Equilibrio rotazione

$$N3: \quad N_{24} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l + Q \cdot l - Q \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$N2: \quad N_{13} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l - Q \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$y: \quad N_{23} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - Q + Q = 0$$



$$N_{24} = -\frac{1}{\sqrt{3}} Q$$

$$N_{13} = \frac{1}{\sqrt{3}} Q$$

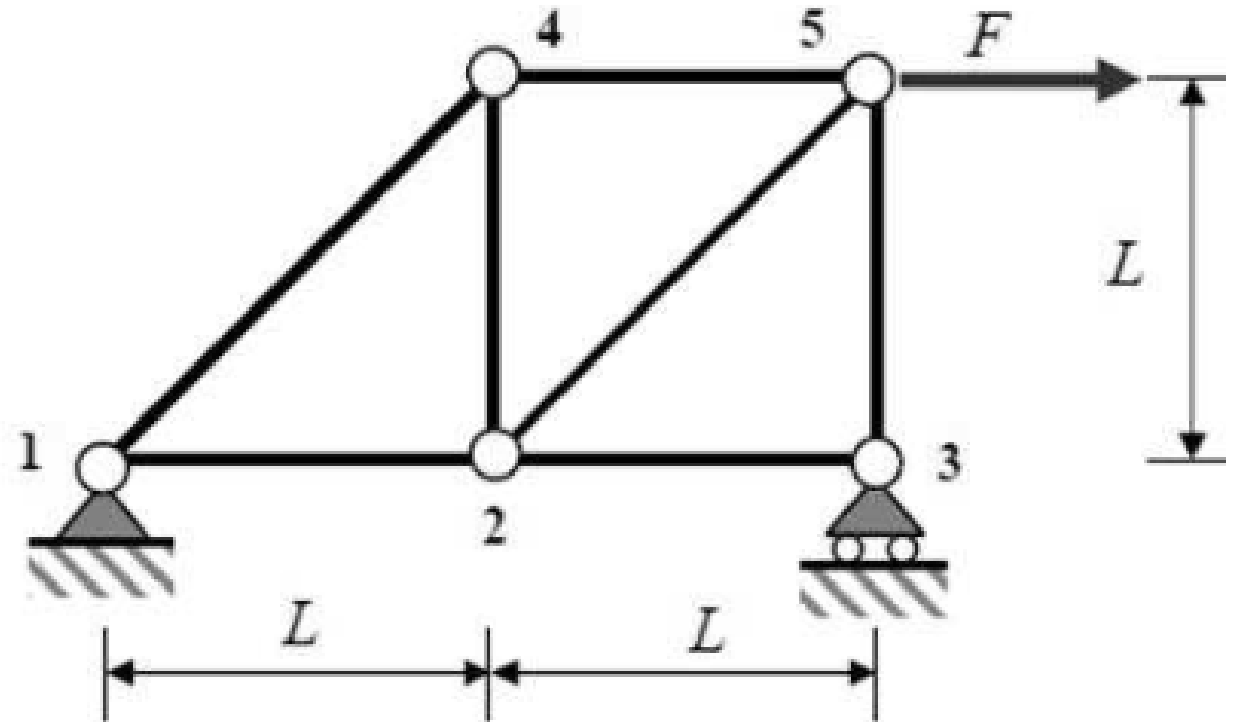
$$N_{23} = 0$$

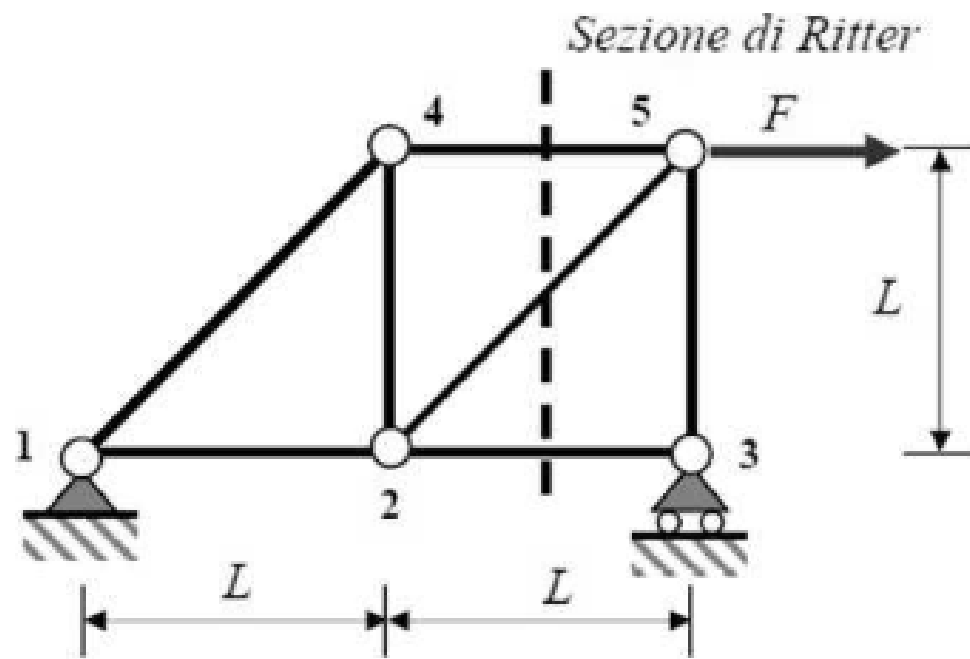
ESEMPIO

Procediamo innanzitutto al calcolo delle reazioni vincolari esterne:

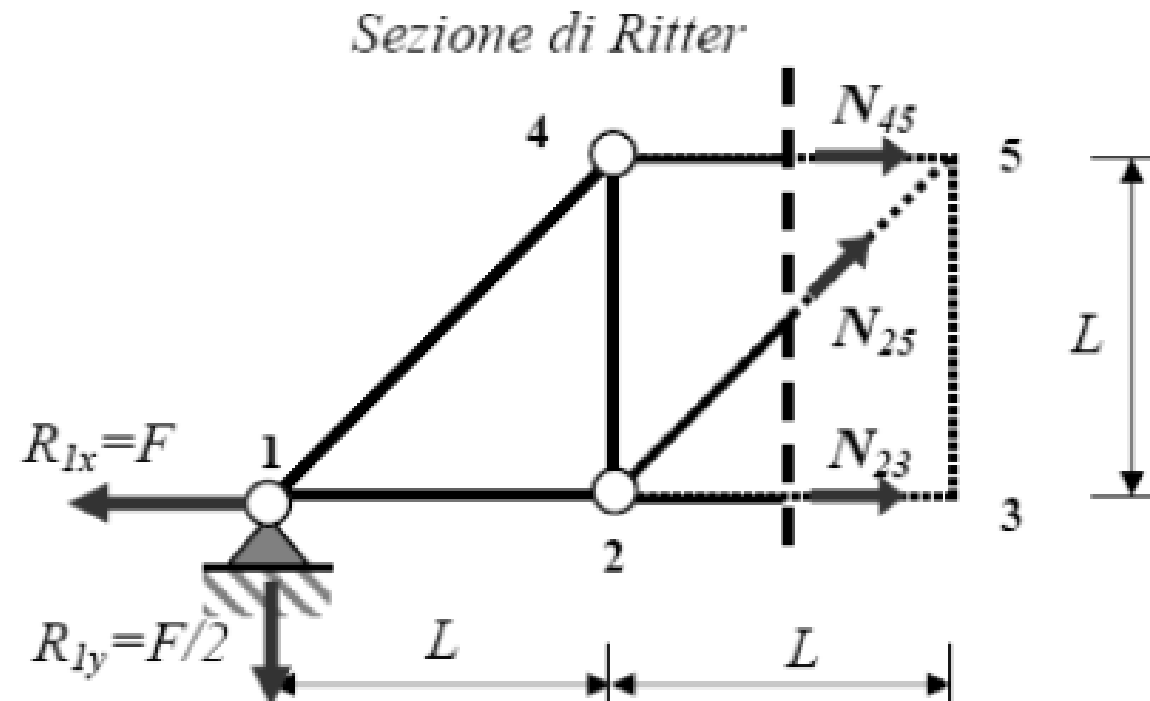
$$R_{1x} = F$$

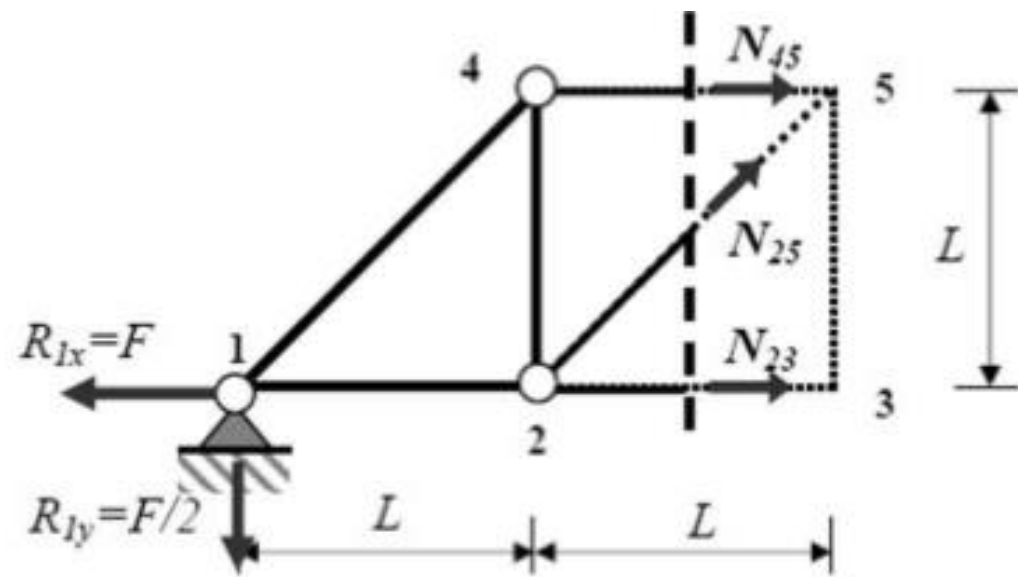
$$R_{1y} = R_{3y} = F/2$$





La sezione taglia 3 aste non concorrenti nello stesso nodo. Lo sforzo in una delle tre aste viene calcolato mediante un'equazione di equilibrio dei momenti intorno al polo in cui convergono le altre 2:





$$\sum M_2 = -N_{45} L + \frac{F}{2} L = 0 \Rightarrow N_{45} = \frac{F}{2}$$

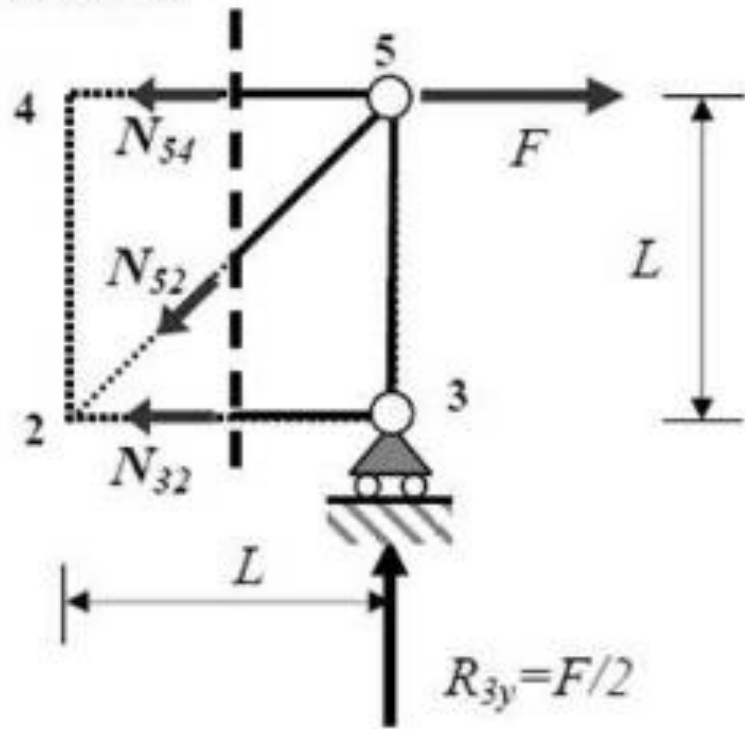
$$\sum M_5 = -N_{23} L + \frac{F}{2} 2L - FL = 0 \Rightarrow N_{23} = 0$$

Per trovare lo sforzo nella terza asta si procede come segue:

$$\sum F_y = \frac{\sqrt{2}}{2} N_{25} - \frac{F}{2} = 0 \Rightarrow N_{25} = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

Lo stesso risultato si ottiene utilizzando la relazione $\sum F_x = 0$

Sezione di Ritter

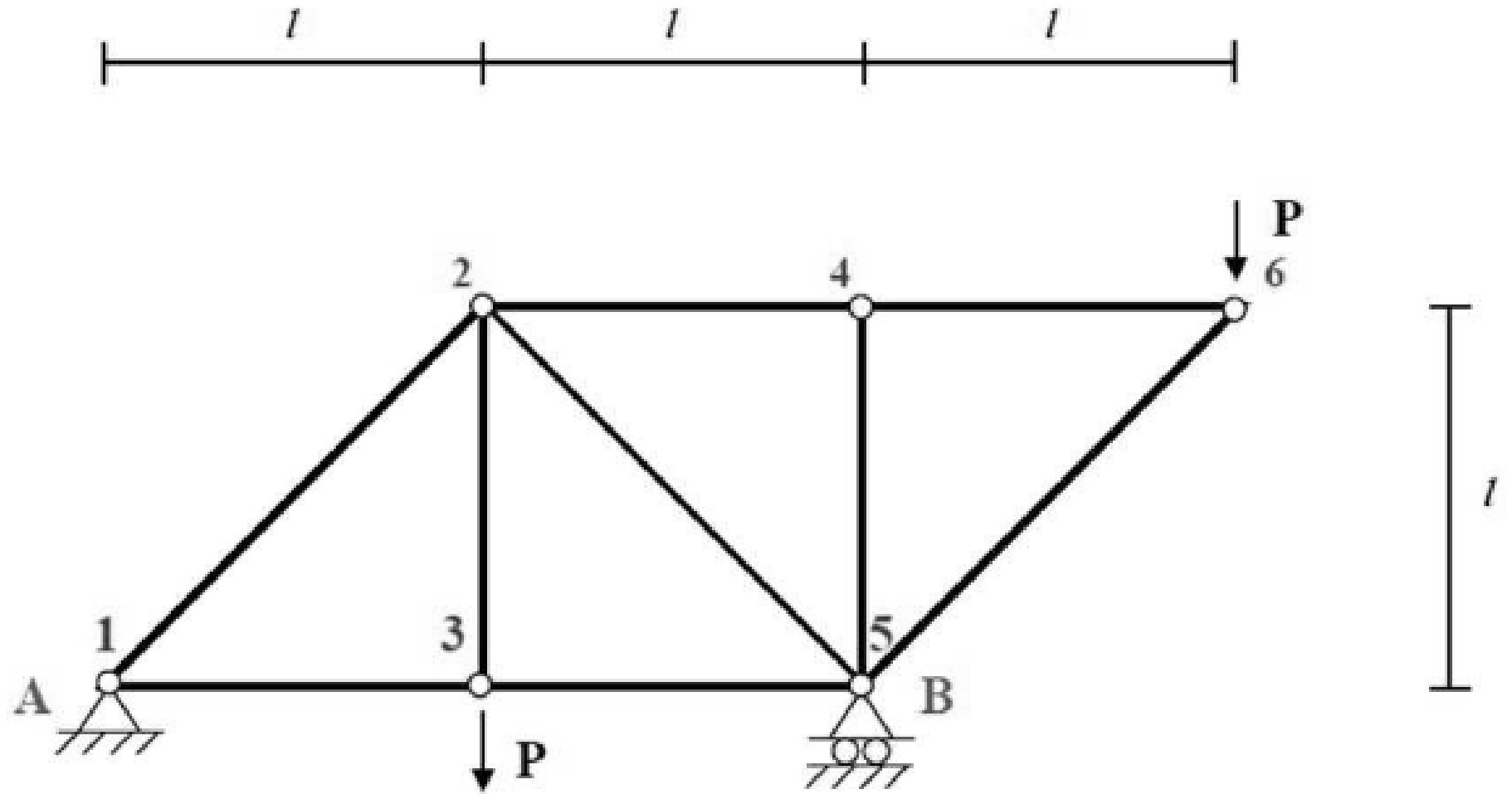


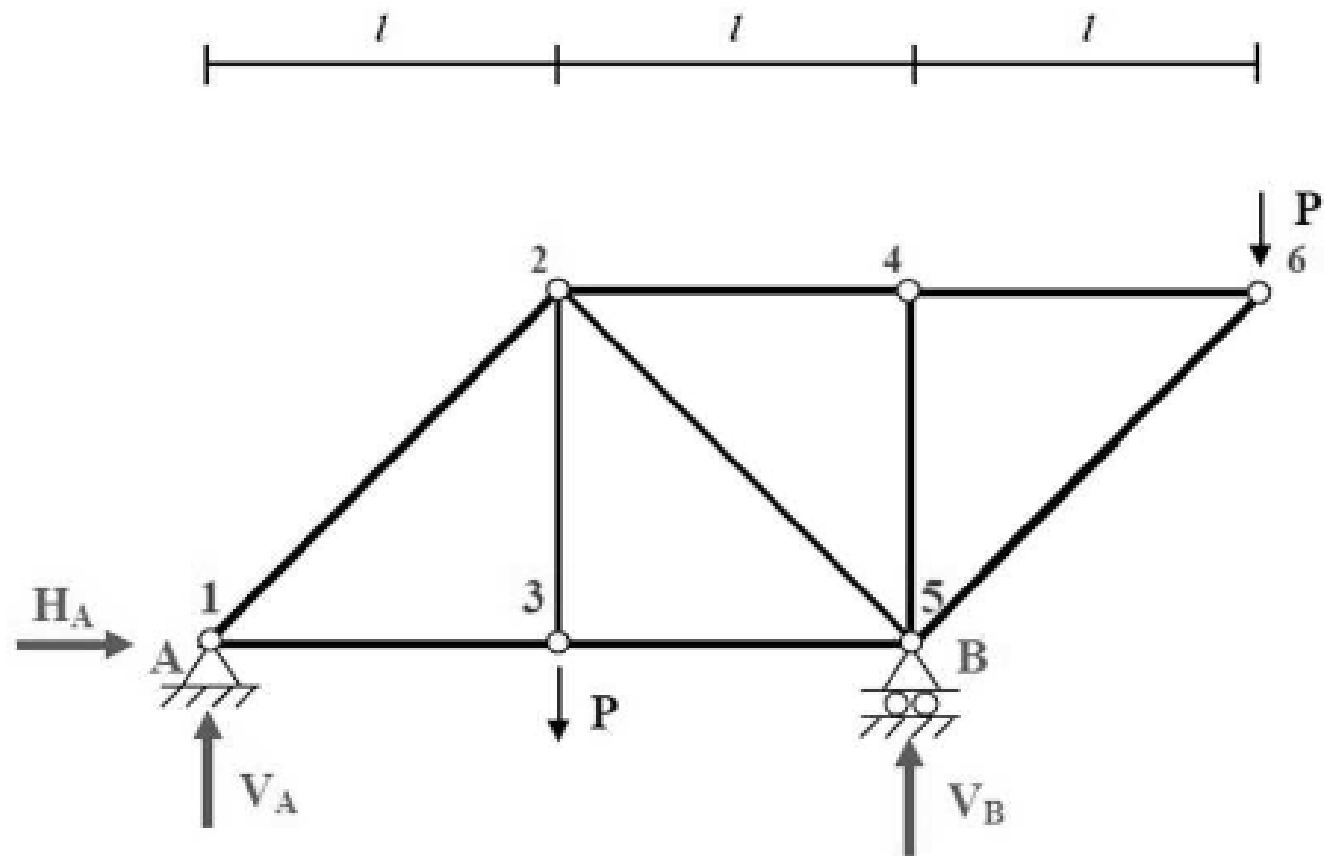
$$\sum M_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{32} = 0$$

$$\sum M_2 = N_{54} L - FL + \frac{F}{2} L = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{54} = \frac{F}{2}$$

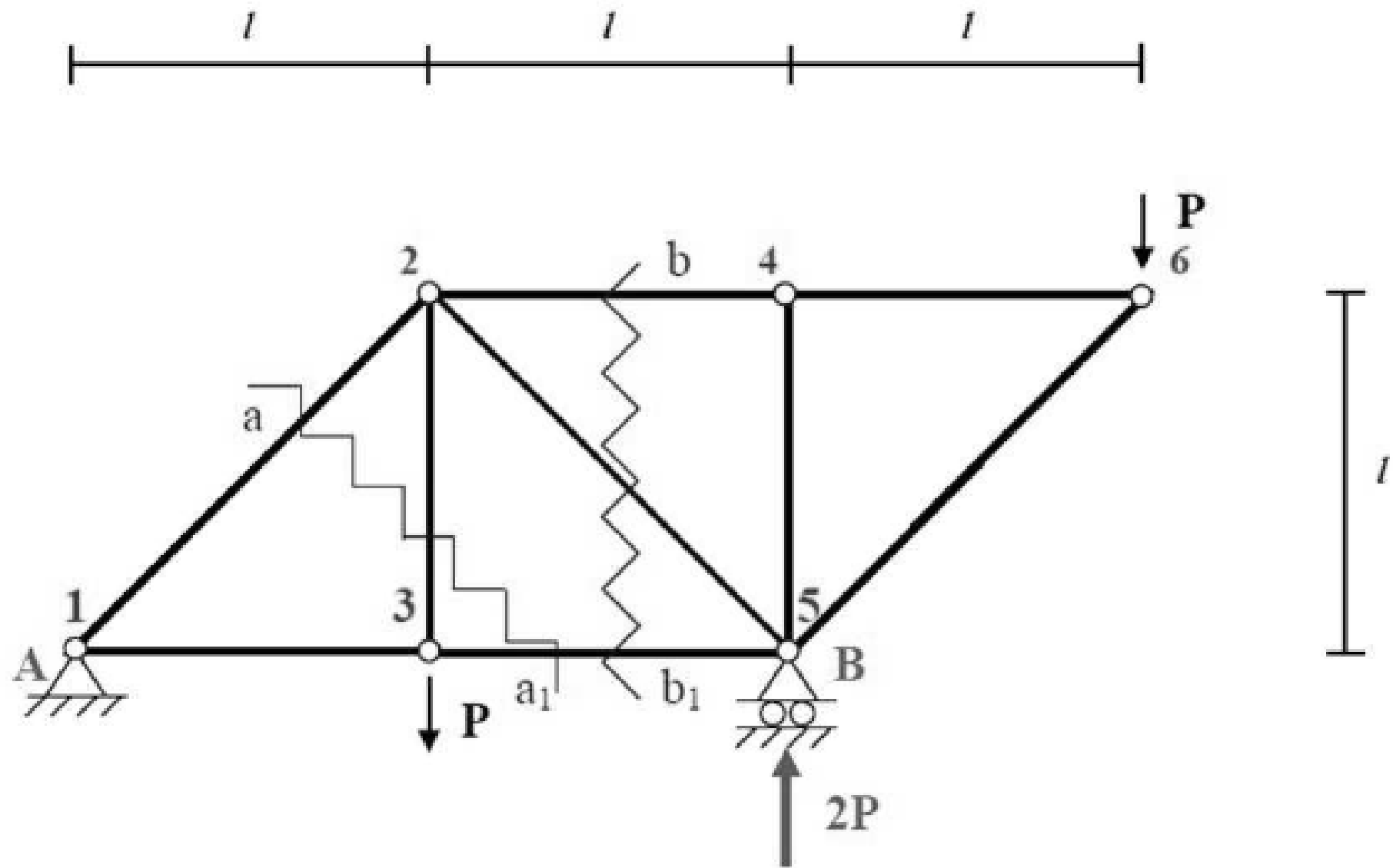
$$\sum F_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} N_{25} + \frac{F}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{25} = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

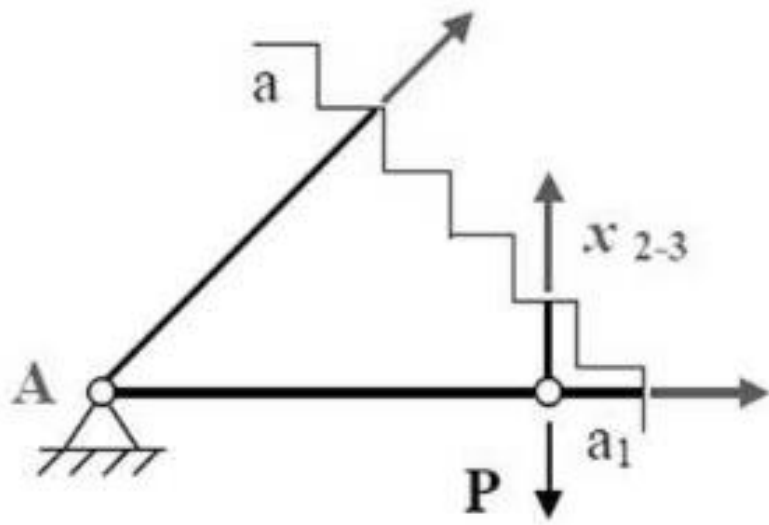
ESEMPIO





$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_H : H_A = 0 \\ \sum_V : V_A - 2P + V_B = 0 \\ \sum_M (A) : -P \cdot l + V_B \cdot 2l - P \cdot 3l = 0 \end{array} \right.$$

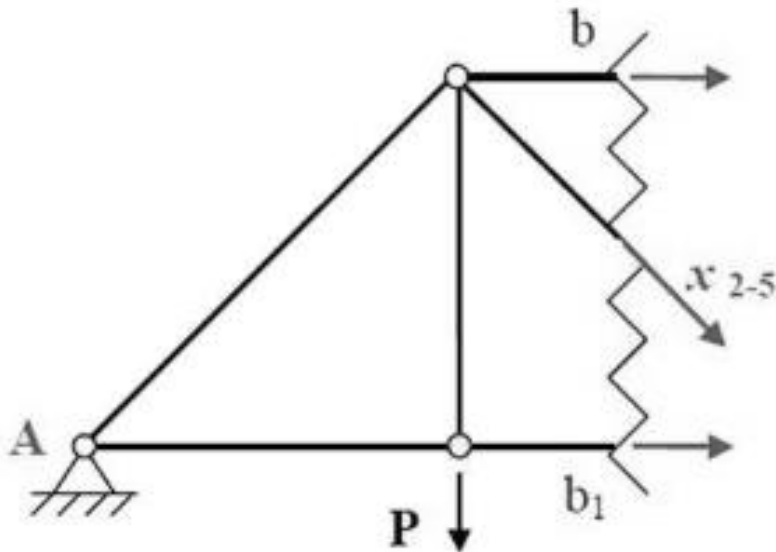




Asta 2-3

$$\sum M(A): -P \cdot l + x_{2-3} \cdot l = 0 \Rightarrow x_{2-3} = P$$

Asta 2-3 = P (tirante)



Asta 2-5

$$\sum M(A): -P \cdot l + x_{2-5} \cdot l = 0 \Rightarrow x_{2-5} = P$$

Asta 2-5 = $\sqrt{2}P$ (puntone)