UNIVERSITÀ DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche

A.A. 2016/2017 – Corso di Fisica

Prova Scritta – Sessione Estiva - I Appello - 20.06.2017

Cognome ......BERTI...... **Nome** ......ALESSIO......

A.A. d'iscrizione .... **N Matricola** ....

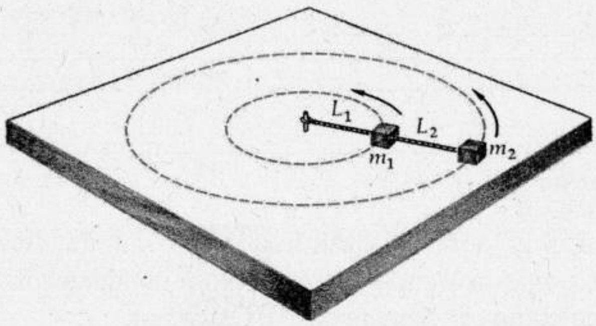
Istruzioni: I problemi vanno svolti per esteso nei fogli protocollo.

Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede di riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Una massa $m_1 = 0.28$ kg è attaccata ad un filo di lunghezza $L_1 = 0.52$ m fissato ad un estremo. La massa si muove su una circonferenza orizzontale (di raggio L_1) sostenuta da una superficie liscia (vedi figura). Una seconda massa $m_2 = 0.21$ kg è attaccata alla prima con un filo di lunghezza $L_2 = 0.42$ m e si muove anch'essa su una circonferenza (di raggio L_1+L_2). Le masse compiono $f = 24$ giri al minuto. Calcolare:



a) Il periodo T del moto

i) $T = 1/f$ ii) $T = 2.5$ s

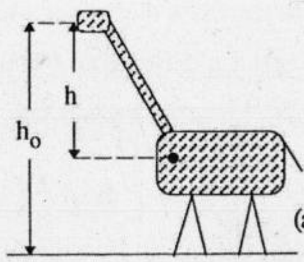
b) La tensione T_2 sulla corda più esterna

i) $T_2 = [4\pi^2 m_2 (L_1+L_2)]/T^2$ ii) $T_2 = 1.25$ N

c) La tensione T_1 sulla corda più interna

i) $T_1 = T_2 + (4\pi^2 m_1 L_1)/T^2$ ii) $T_1 = 2.17$ N

2) Mentre bruca i ramoscelli di un albero di acacia, una giraffa tiene la testa ad un'altezza $h_0 = 4.8$ m rispetto al suolo, mentre il cuore si trova $h = 2.6$ m più in basso (rispetto alla testa, vedi fig. a). Assumendo la densità del sangue pari a $\rho = 0.96$ g/cm^3 si calcolino, in approssimazione idrostatica:

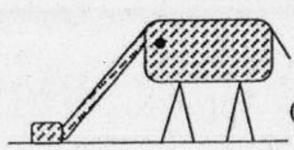


(a)

a) La differenza di pressione Δp tra il cervello ed cuore il della giraffa disposta come in fig. (a).

i) $\Delta p = -\rho g h$ ii) $\Delta p = -2.45 \cdot 10^4$ Pa

b) La variazione di pressione $\Delta p'$ nel cervello della giraffa quando essa dalla posizione in fig. (a) abbassa la testa al livello del suolo come in fig. (b).



(b)

i) $\Delta p' = \rho g h_0$ ii) $\Delta p' = 4.52 \cdot 10^4$ Pa

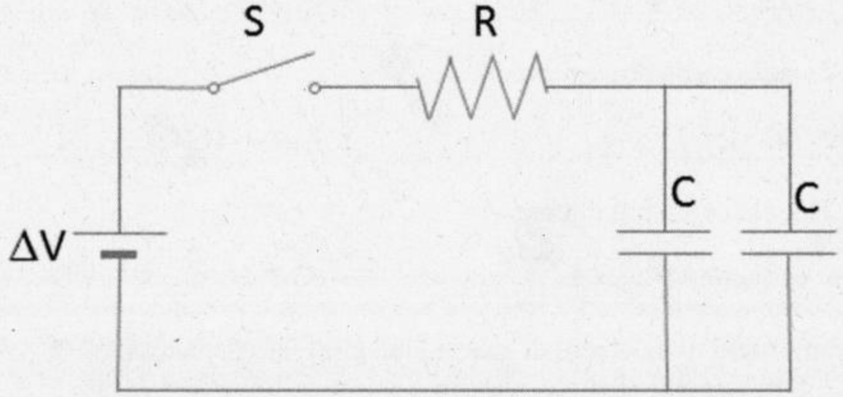
3) Una macchina termica si basa su un ciclo di n = 2.0 mol di un gas perfetto monoatomico ($C_V=3R/2$, $C_P=5R/2$). Il ciclo comincia in p_1 = 1.0 atm e V_1 = 24 l; poi (a) il gas è riscaldato a volume costante fino a p_2 = 2.0 atm; successivamente (b) si espande a pressione costante fino a V_3 = 48 l; poi (c) il gas è raffreddato a volume costante fino a p_4 = 1.0 atm ed infine (d) è compresso a pressione costante e ricondotto al suo stato iniziale. Tutte le trasformazioni, a, b, c e d, sono quasistatiche e reversibili.
Dopo aver illustrato il ciclo su un diagramma pV, indicando con 1, 2, 3, e 4 rispettivamente i punti (p_1, V_1), (p_2, V_2), (p_3, V_3) e (p_4, V_4), si calcolino:

a) Il calore Q_a, Q_b, Q_c, e Q_d, assorbito (*o ceduto*) dal gas in ciascuna delle 4 trasformazioni a, b, c e d. (Esplicitare la convenzione sul segno).
i) $Q_a = nC_V T_1 \quad (T_1 = p_1V_1/nR)$ ii) $Q_a = 3.6 \cdot 10^3$ J
i) $Q_b = nC_P(2T_1)$ ii) $Q_b = 1.22 \cdot 10^4$ J
i) $Q_c = -2Q_a$ ii) $Q_c = -7.3 \cdot 10^3$ J
i) $Q_d = -Q_b/2$ ii) $Q_d = -6.1 \cdot 10^3$ J

b) Il lavoro L_a, L_b, L_c, e L_d, effettuato sul (*o dal*) gas in ciascuna delle 4 trasformazioni a, b, c e d. (Esplicitare la convenzione sul segno).
i) L_a = 0 J ii) L_a = 0 J
i) $L_b = -2p_1V_1$ ii) $L_b = -4.86 \cdot 10^3$ J
i) L_c = 0 J ii) L_c = 0 J
i) $L_d = p_1V_1$ ii) $L_d = 2.43 \cdot 10^3$ J

c) Il rendimento η del ciclo
i) $\eta = 1 - \frac{|Q_c+Q_d|}{|Q_a+Q_b|}$ ii) η = 0.15 (15%)

4) Due condensatori da C = 0.350 µF sono collegati in parallelo con una batteria da ΔV = 75.0 V attraverso un resistore R da 3.00 MΩ, come in figura. Inizialmente, i condensatori sono scarichi e l'interruttore S aperto. L'interruttore S viene chiuso all'istante t_0 = 0. Calcolare:



a) La carica q_1 e q_2 sulle armature dei condensatori rispettivamente a t_1 = 1.00 s e t_2 = 4.00 s:
i) $q_1 = C\Delta V\left(1-e^{-t_1/(2RC)}\right)$ ii) $q_1 = 1{,}00 \cdot 10^{-5}$ C
i) $q_2 = C\Delta V\left(1-e^{-t_2/(2RC)}\right)$ ii) $q_2 = 2{,}25 \cdot 10^{-5}$ C

b) La corrente i_1 e i_2 che attraversa il resistore R rispettivamente a t_1 = 1.00 s e t_2 = 4.00 s:
i) $i_1 = (\Delta V/R)\, e^{-t_1/(2RC)}$ ii) $i_1 = 1.55 \cdot 10^{-5}$ A
i) $i_2 = (\Delta V/R)\, e^{-t_2/(2RC)}$ ii) $i_2 = 3{,}72 \cdot 10^{-6}$ A

ESERCIZIO 1

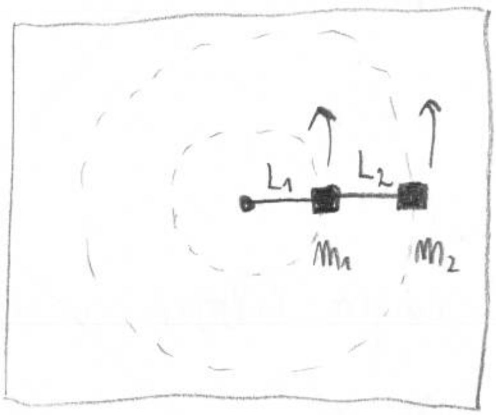
$m_1 = 0.28$ Kg

$L_1 = 0.52$ m

$m_2 = 0.21$ Kg

$L_2 = 0.42$ m

$f = 24$ giri/min



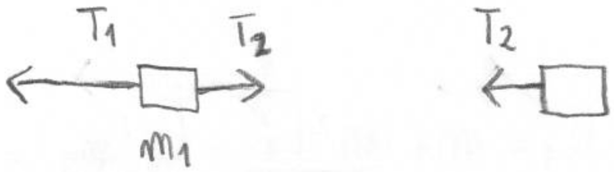
a) Periodo $T = ?$

$$f = 24 \frac{giri}{min} = \frac{24}{60} \frac{giri}{s}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{f}} = \frac{60}{24} s = \underline{2.5 \ s}$$

Il moto delle due masse è circolare uniforme. Ciò significa che deve essere presente, per ciascuno delle due masse, una forza centripeta per poter mantenere il moto. La forza centripeta è radiale e nel nostro caso le uniche forze radiali presenti nel sistema sono le tensioni dei due fili.

Avremo i seguenti diagrammi di corpo libero per m_1 e m_2 (vista dall'alto)



Siccome peso e la forza normale non contribuiscono al moto circolare, non sono riportate.

Siccome m_1 e m_2 hanno una traiettoria con raggio diverso, anche la forza centripeta necessaria sarà diversa. Infatti in generale:

$$F_c = m \frac{v^2}{R}$$

Dai diagrammi di corpo libero si avrà:

$$T_2 = F_{c2} = m_2 \frac{V_2^2}{R_2} = m_2 \frac{V_2^2}{L_1+L_2}$$

$$T_1 - T_2 = F_{c1} = m_1 \frac{V_1^2}{R_1} = m_1 \frac{V_1^2}{L_1}$$

b) Da quanto detto:

$$T_2 = m_2 \frac{V_2^2}{L_1+L_2} \qquad \text{con} \qquad V_2 = \frac{2\pi(L_1+L_2)}{T}$$

$$\Rightarrow T_2 = m_2 \frac{4\pi^2 (L_1+L_2)^{\cancel{2}}}{\cancel{(L_1+L_2)} T^2} = \boxed{\frac{4\pi^2 m_2}{T^2}(L_1+L_2)}$$

$$T_2 = \frac{4\pi^2 \cdot 0.21\ kg\ (0.52+0.42)\ m}{(2.5)^2\ s^2} = \underline{1.25\ N}$$

c) $T_1 = T_2 + F_{c1}$

$$F_{c1} = m_1 \frac{V_1^2}{L_1} \qquad V_1 = \frac{2\pi L_1}{T} \quad \Rightarrow \quad F_{c1} = m_1 \frac{4\pi^2 L_1^{\cancel{2}}}{\cancel{L_1} T^2} = \frac{4\pi^2 m_1 L_1}{T^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 = T_2 + \frac{4\pi^2 m_1 L_1}{T^2}} \Rightarrow T_1 = 1.25\ N + \frac{4\pi^2 \cdot 0.28\ kg \cdot 0.52\ m}{(2.5)^2\ s^2} =$$

$$= 1.25\ N + 0.92\ N = \underline{2.17\ N}$$

ESERCIZIO 2

$h_0 = 4.8\ m$ (testa)

$h = 2.6\ m$ (cuore)

$$\rho = 0.96\ \frac{g}{cm^3} = 0.96 \cdot \frac{10^{-3}\ Kg}{10^{-6}\ m^3} = 0.96 \cdot 10^3\ \frac{Kg}{m^3}$$

a) $\Delta p = ?$ tra cervello e cuore $\qquad \Delta p = p_T - p_C$

Posso applicare Bernoulli: (p_T = pressione cervello, p_C = pressione cuore)

$$p_T + \rho g h_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_C + \rho g (h_0 - h) + \frac{1}{2}\rho v^2$$

Approssimazione idrostatica: $v = 0$

$$\Rightarrow p_T + \cancel{\rho g} h_0 = p_C + \cancel{\rho g h_0} - \rho g h$$

$$\Rightarrow p_T - p_C = -\rho g h \Rightarrow \boxed{\Delta p = -\rho g h}$$

$$\Delta p = -0.96 \cdot 10^3\ \frac{Kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9.81\ \frac{\cancel{m}}{s^2} \cdot 2.6\ \cancel{m} = \qquad \left[kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{m^2} = \frac{N}{m^2} = Pa \right]$$

$$= \underline{-2.45 \cdot 10^4\ Pa}$$

b) Dal punto a) ho: $p_T - p_C = -\rho g h \Rightarrow p_T = p_C - \rho g h$

Nel caso b), applicando Bernoulli e sapendo che la testa ora è a livello del suolo:

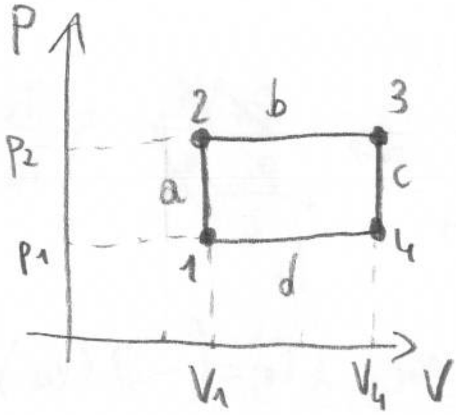
$$p'_T = p_C + \rho g (h_0 - h) \quad e \quad p_T = p_C - \rho g h$$

$\Delta p' = p'_T - p_T$ $\qquad$ Sottraendo membro a membro le due equazioni precedenti ottengo:

$$p'_T - p_T = \Delta p' = \cancel{p_C} + \rho g h_0 - \cancel{\rho g h} - \cancel{p_C} + \cancel{\rho g h} = \rho g h_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p' = \rho g h_0} \qquad \Delta p = 0.96 \cdot 10^3\ \frac{Kg}{m^3} \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2} \cdot 4.8\ m = \underline{4.52 \cdot 10^4\ Pa}$$

ESERCIZIO 3



$n = 2.0$ mol

$C_V = \frac{3}{2} R$

$C_p = \frac{5}{2} R$

$p_1 = 1.0$ atm

$V_1 = 24$ l

$p_2 = 2p_1 = 2.0$ atm

$V_2 = V_1$

$p_3 = p_2$

$V_3 = 2V_1 = 48$ l

$V_4 = V_3$

$p_4 = p_1 = 1.0$ atm

a) $Q_{a,b,c,d} = ?$

Per le isobare:

$Q = nC_p \Delta T$

Per le isocore

$Q = nC_V \Delta T$

$p_1 V_1 = nRT_1$

$p_2 V_2 = nRT_2$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{p_1 \cancel{V_1}}{2p_1 \cancel{V_1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \cancel{Pa} \cdot 24 \cdot 10^{-3} \cancel{m^3}}{2 \cancel{mol} \cdot 8.31 \frac{\cancel{J}}{\cancel{mol} \cdot K}} = 146,3 \text{ K}$$

$$\Rightarrow Q_a = \boxed{nC_V (T_2 - T_1)} = \boxed{nC_V T_1} = \cancel{2} \cancel{mol} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} \cdot 8.31 \frac{J}{\cancel{mol} \cdot \cancel{K}} \cdot 146,3 \cancel{K} =$$

$$= 3.6 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$Q_b = nC_p (T_3 - T_2)$

$p_2 V_2 = nRT_2$

$p_3 V_3 = nRT_3 \Rightarrow p_2 (2V_2) = nRT_3$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{p_2} \cancel{V_2}}{\cancel{p_2} 2 \cancel{V_2}} = \frac{T_2}{T_3} \Rightarrow T_3 = 2T_2 = 4T_1$$

$$\Rightarrow Q_b = nC_p T_2 = \boxed{nC_p \cdot 2T_1} = \cancel{2} \cancel{mol} \cdot \frac{5}{\cancel{2}} \cdot 8.31 \frac{J}{\cancel{mol} \cdot \cancel{K}} \cdot 2 \cdot 146,3 \cancel{K} = 1.22 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$Q_c = n c_v (T_4 - T_3)$

$p_3 V_3 = nRT_3$

$p_4 V_4 = nRT_4 \Rightarrow \frac{p_3}{2} V_3 = nRT_4$

$\Rightarrow \frac{\cancel{p_3} \cancel{V_3}}{\frac{\cancel{p_3}}{2} \cancel{V_3}} = \frac{T_3}{T_4} \Rightarrow T_4 = \frac{T_3}{2} = \frac{2T_2}{2} = T_2 = 2T_1$

$\Rightarrow Q_c = n c_v (2T_1 - 4T_1) = \boxed{-n c_v 2T_1} = (-2Q_a) = -7.3 \cdot 10^3 \text{ J}$

$= -\cancel{2} \cancel{mol} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} \cdot 8.31 \frac{J}{\cancel{mol} \cdot \cancel{K}} \cdot 2 \cdot 146.3 \cancel{K} = -7.3 \cdot 10^3 \text{ J}$

$Q_d = n c_p (T_1 - T_4) = n c_p (T_1 - 2T_1) = -n c_p T_1 = -\frac{Q_b}{2} = -6.1 \cdot 10^3 \text{ J}$

b) Per le isocore $L = 0$ $(\Delta V = 0)$

$\Rightarrow L_a = L_c = 0 \text{ J}$

$L_b = -p_2 (V_3 - V_2) = -2p_1 (2V_1 - V_1) = -\boxed{2p_1 V_1} =$

$= -2 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = -4.86 \cdot 10^3 \text{ J}$

$L_d = -p_1 (V_1 - V_4) = -p_1 (V_1 - 2V_1) = p_1 V_1 = 2.43 \cdot 10^3 \text{ J}$

c) $\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{|Q_{ass}|}$ $\qquad \eta = 1 - \frac{|Q_c + Q_d|}{|Q_a + Q_b|}$

$|Q_{ced}| = |Q_c + Q_d| = (7.3 \cdot 10^3 + 6.1 \cdot 10^3) \text{ J} = 1.34 \cdot 10^4 \text{ J}$

$|Q_{ass}| = |Q_a + Q_b| = (3.6 \cdot 10^3 + 1.22 \cdot 10^4) \text{ J} = 1.58 \cdot 10^4 \text{ J}$

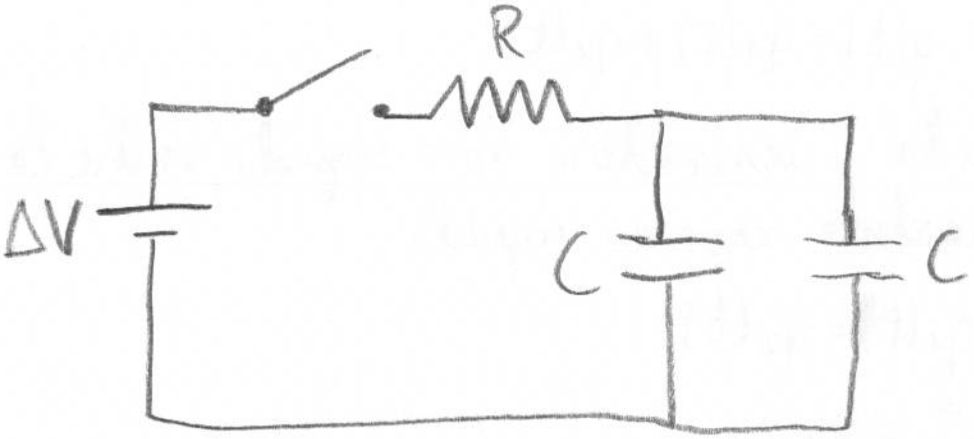
$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{1.34 \cdot 10^4 \cancel{J}}{1.58 \cdot 10^4 \cancel{J}} = 0.15$

ESERCIZIO 4

$C = 0.350\ \mu F$

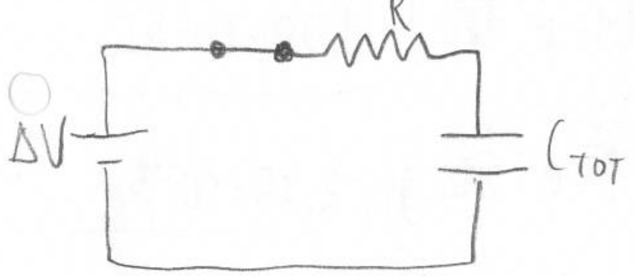
$\Delta V = 75.0\ V$

$R = 3.00\ M\Omega$



a) q_1 e q_2 sui condensatori a $t_1 = 1.00\,s$ e $t_2 = 4.00\,s$

Considero il circuito equivalente:



$C_{TOT} = 2C$ poiché in parallelo

$q(t) = q_{TOT}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC_{TOT}}}\right)$ carica sulle armature di C_{TOT} al tempo t

$q_{TOT} = C_{TOT}\Delta V = 0.700 \cdot 10^{-6}\,F \cdot 75\,V = 52{,}5\,\mu C$

$RC_{TOT} = 0.7 \cdot \cancel{10^{-6}}\,F \cdot 3 \cdot \cancel{10^{6}}\,\Omega = 2.1\,s$

$q(t_1) = C_{TOT}\Delta V\left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC_{TOT}}}\right) = 2C\Delta V\left(1 - e^{-\frac{t_1}{2RC}}\right)$

$\Rightarrow q(t_1) = 52{,}5 \cdot 10^{-6}\,C\left(1 - e^{-\frac{1.00\,s}{2.1\,s}}\right) = 2{,}00 \cdot 10^{-5}\,C$

$q(t_2) = 2C\Delta V\left(1 - e^{\frac{-t_2}{2RC}}\right)$

$\Rightarrow q(t_2) = 52{,}5 \cdot 10^{-6}\,C\left(1 - e^{-\frac{4.00\,s}{2.1\,s}}\right) = 4.51 \cdot 10^{-5}\,C$

In condensatori in parallelo, la carica totale è la somma delle cariche sui singoli condensatori (vale a qualsiasi tempo t)

$\Rightarrow q(t) = q_1(t) + q_2(t)$

Poiché i condensatori sono uguali, anche le cariche sulle loro armature saranno uguali:

$q_1(t) = q_2(t)$

Quindi:

$q_1(t) = q_2(t) = \frac{q(t)}{2}$

$\Rightarrow q_1(t_1) = q_2(t_1) = \frac{q(t_1)}{2} = \boxed{C\Delta V\left(1 - e^{-\frac{t_1}{2RC}}\right)} = \underline{1{,}00 \cdot 10^{-5} C}$

$q_1(t_2) = q_2(t_2) = \frac{q(t_2)}{2} = \boxed{C\Delta V\left(1 - e^{-\frac{t_2}{2RC}}\right)} = \underline{2{,}25 \cdot 10^{-5} C}$

b) In generale, per il circuito equivalente:

$i(t) = i_0 \, e^{-\frac{t}{RC_{TOT}}}$ con $i_0 = \frac{\Delta V}{R} = \frac{75 V}{3.00 \cdot 10^6 \Omega} = 2.5 \cdot 10^{-5} A$

$\Rightarrow \boxed{i(t_1) = \frac{\Delta V}{R} e^{-\frac{t_1}{2RC}}} \Rightarrow i_1 = i(t_1) = 2.5 \cdot 10^{-5} A \cdot e^{-\frac{1.00 s}{2.1 s}} =$

$= \underline{1.55 \cdot 10^{-5} A}$

$\boxed{i(t_2) = \frac{\Delta V}{R} e^{-\frac{t_2}{2RC}}} \Rightarrow i_2 = i(t_2) = 2.5 \cdot 10^{-5} A \cdot e^{-\frac{4.00 s}{2.1 s}} =$

$= \underline{3.72 \cdot 10^{-6} A}$