UNIVERSITÀ DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche
A.A. 2016/2017 – Corso di Fisica
Prova Scritta – Sessione Estiva - II Appello - 03.07.2017

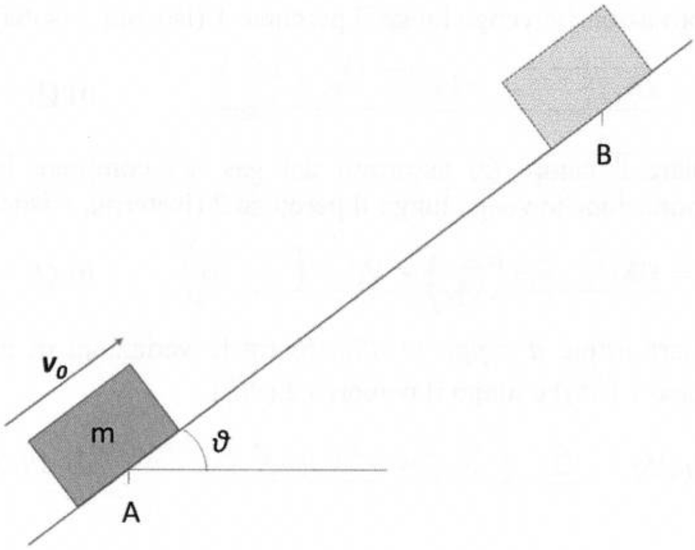
Cognome ......RIGON...... **Nome** ......LUIGI......

Istruzioni: I problemi vanno svolti per esteso nei fogli protocollo. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) *(ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e*

ii) *il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate*

1) Un blocco di massa m = 5,0 kg viene lanciato in salita lungo un piano inclinato dalla posizione A alla posizione B (vedi figura). Il piano è inclinato di θ = 37° rispetto all'orizzontale e l'attrito *non* è trascurabile. La velocità iniziale v_0 del blocco in A è parallela al piano inclinato e vale in modulo v_0 = 14 m/s. La massa percorre l = 10 m sulla superficie del piano, fino a fermarsi nella posizione B. Successivamente, scivola all'indietro fino a raggiungere nuovamente il punto di partenza A.



Calcolare:

a) Il lavoro L_{AB} effettuato dalla forza d'attrito nel tratto AB (in salita)

i) L_{AB} = $mgh - \frac{1}{2} m v_0^2$ ii) L_{AB} = -195 J

b) Il lavoro L_{BA} effettuato dalla forza d'attrito nel tratto BA (in discesa)

i) L_{BA} = L_{AB} ii) L_{BA} = -195 J

c) Il modulo v_A della velocità con cui il blocco raggiunge nuovamente il punto di partenza A (in discesa)

i) v_A = $\sqrt{v_0^2 + \frac{4}{m} L_{AB}}$ ii) v_A = 6,32 m/s

2) Archimede, per controllare se una corona fosse d'oro puro e non di una lega di oro ed argento, pesò la corona in aria e successivamente in acqua. Egli trovò che il peso in aria era pari a P = 10.8 N, mentre il peso in acqua era pari a P' = 10.2 N. Tenuto conto che la densità dell'oro e dell'argento valgono ρ_o = 19.3·g/cm^3 e ρ_a = 10.5·g/cm^3 rispettivamente, calcolare:

a) Le frazioni in volume d'oro (f_o) e d'argento (f_a) contenute nella corona.

i) f_o = $\frac{\rho}{\rho_o - \rho_a}\left[\frac{P}{P-P'} - \frac{\rho_o}{\rho}\right]$ ii) f_o = 0,85

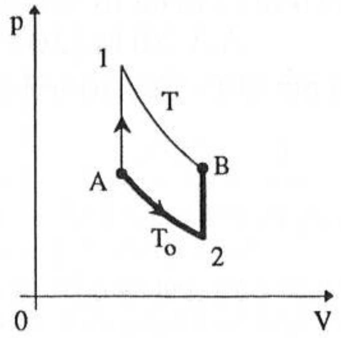
ii) f_a = $1 - f_o$ ii) f_a = 0,15

b) Le masse d'oro (m_o) e d'argento (m_a) contenute nella corona.

i) m_o = $\rho_o f_o V$ ii) m_o = 1,0 kg

ii) m_a = $\rho_a f_a V$ ii) m_a = 97 g

3) Una mole di gas monoatomico perfetto subisce una trasformazione termodinamica, passando dallo stato iniziale A allo stato finale B. Nello stato A si ha $T_0 = 300$ K e $V_0 = 10^3$ cm^3, mentre nello stato B si ha $T = 350$ K e $V = 5\cdot10^3$ cm^3. Nell'ipotesi in cui tutte le trasformazioni sono quasi-statiche e reversibili, con riferimento alla figura:



a) calcolare il calore Q_1 assorbito dal gas nel compiere la trasformazione A→B nel caso in cui la trasformazione avvenga lungo il percorso 1 (isocora + isoterma).

i) $Q_1 =$ $nC_v(T-T_0) + nRT \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$ ii) $Q_1 =$ $(623 + 4681)$ J $= 5304$ J

b) calcolare il calore Q_2 assorbito dal gas nel compiere la trasformazione A→B nel caso in cui la trasformazione avvenga lungo il percorso 2 (isoterma + isocora).

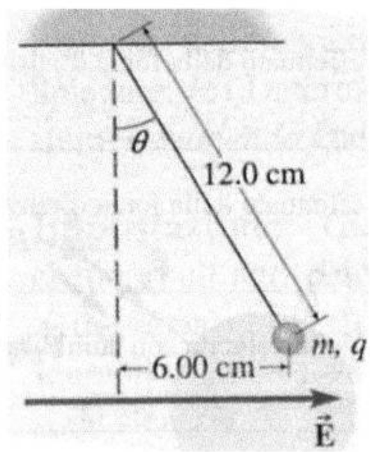
i) $Q_2 =$ $nRT_0 \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + nC_v(T-T_0)$ ii) $Q_2 =$ $(4102 + 623)$ J $= 4636$ J

c) calcolare infine *il rapporto* $\Delta S_1/\Delta S_2$ tra le variazioni di entropia relative alla trasformazione lungo il percorso 1 (ΔS_1) e lungo il percorso 2 (ΔS_2)

i) $\Delta S_1/\Delta S_2 =$ 1 (S funzione di stato) ii) $\Delta S_1/\Delta S_2 =$ 1

4) Una piccola sfera di massa $m = 5.10$ g è sospesa verticalmente ad un filo isolante lungo $l = 12.0$ cm. A causa di alcune lamine piane cariche nelle vicinanze, la sfera è soggetta ad un campo elettrico orizzontale di intensità $E = 7.20\cdot10^5$ N/C.

Di conseguenza, la sfera si sposta di $d = 6.00$ cm orizzontalmente nel verso del campo elettrico (vedi figura).



Calcolare:

a) L'angolo θ che il filo forma con la verticale

i) $\theta =$ $\arcsin\left(\frac{d}{l}\right)$ ii) $\theta =$ $30°$

b) La tensione T nel filo

i) $T =$ $\frac{mg}{\cos\theta}$ ii) $T =$ $5{,}77 \cdot 10^{-2}$ N

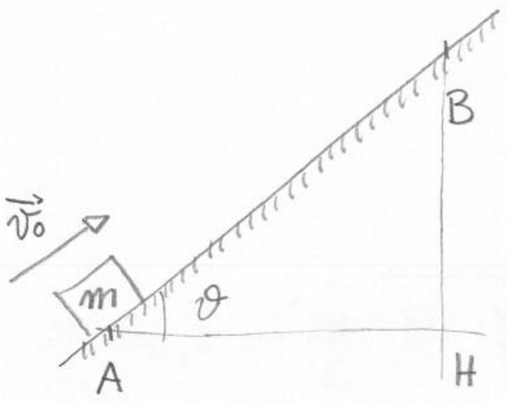
c) La carica q della sfera

i) $q =$ $\frac{F_e}{E} = \frac{T\sin\theta}{E}$ ii) $q =$ $4{,}01 \cdot 10^{-8}$ C

d) L'angolo θ' che il filo formerebbe con la verticale se la carica della pallina fosse raddoppiata ($q' = 2q$)

i) $\theta' =$ $\text{arctg}\left(\frac{\frac{mg}{\cos\theta}}{mg}\right)$ ii) $\theta' =$ $49{,}1°$

1



$\vartheta = 37°$

$v_0 = 14\ m/s$

$AB = \ell = 10\ m$

$BH = h = \ell \operatorname{sen}\vartheta$

$\stackrel{!}{=} 10\ m \cdot \operatorname{sen} 37° = 6{,}02\ m$

a) Per trovare $\mathcal{L}_{AB}$ uso il teorema lavoro-energia:

$\mathcal{L} = \Delta K$ compiono $\mathcal{L}$ l'attrito e la gravità:

$$\mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_g = \Delta K = K_B - K_A$$

$$\mathcal{L}_{AB} - mgh = -K_A \qquad (\text{poiché } K_B = 0)$$

$$\mathcal{L}_{AB} = mgh - K_A = mgh - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\mathcal{L}_{AB} = 5{,}0\ kg \times 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}02 m - \frac{1}{2} 5{,}0\ kg \cdot \left(14 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\stackrel{!}{=} 295\ J - 490\ J = -195\ J$$

b) $\mathcal{L}_{BA} = \mathcal{L}_{AB}$

Infatti, la forza d'attrito F_a non cambia in direzione né in intensità (si ricordi $F_a = \mu N$). Cambia solo in verso, che è sempre opposto allo spostamento. Quindi, invertendo il verso del moto, il prodotto scalare tra forza e spostamento (che dà il lavoro) non cambia.

c) Si applica nuovamente il teorema lavoro-energia, su tutto il percorso $A_i B A_f$ (iniziale, finale)

$$\mathcal{L} = \Delta K = K_{Af} - K_{Ai}$$

$$\mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_{BA} - \cancel{\Delta U_g}^{\,0} = K_{Af} - K_{Ai}$$

$$K_{Af} = K_{Ai} + (\mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_{BA})$$

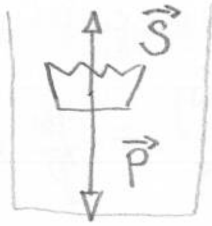
$$= K_{Ai} + 2\mathcal{L}_{AB}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + 2\mathcal{L}_{AB}$$

$$v_A = \sqrt{v_0^2 + \frac{4}{m}\mathcal{L}_{AB}}$$

$$= \sqrt{14^2 \frac{m^2}{s^2} - \frac{4}{5{,}0\,kg} 195\,J} = \sqrt{(196 - 156)}\ \frac{m}{s} = 6{,}32\ \frac{m}{s}$$

(2)



$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{S}$

$P' = P - S = 10.2\ N$

$P = 10{,}8\ N$

$\rho_o = 19{,}3\ g/cm^3$

$\rho_a = 10{,}5\ g/cm^3$

$f_o + f_a = 1$

$\rho \equiv \rho_{H_2O} = 1\ g/cm^3$

Volume corona V

$$\underbrace{f_o V}_{\text{volume oro}} + \underbrace{f_a V}_{\text{volume argento}} = V$$

$S = \rho V g$ spinta di Archimede

$S = P - P' \Rightarrow V = \dfrac{P - P'}{\rho g}$

a) Per P vale pure l'espressione:

$$P = \rho_o f_o V g + \rho_a f_a V g \qquad \text{sostituisco} \quad \begin{cases} V = \dfrac{P-P'}{\rho g} \\ f_a = 1 - f_o \end{cases}$$

Trovo espressione per f_o

$$P = \rho_o f_o \frac{(P-P')}{\rho \cancel{g}} \cancel{g} + \rho_a (1 - f_o) \frac{(P-P')}{\rho \cancel{g}} \cancel{g}$$

$$f_o \left[(P-P') \frac{\rho_o}{\rho} - (P-P') \frac{\rho_a}{\rho} \right] = P - \frac{\rho_a}{\rho} (P-P')$$

$$f_o (P-P') \frac{\rho_o - \rho_a}{\rho} = P - \frac{\rho_a}{\rho} (P-P')$$

$$f_o = \frac{\rho}{\rho_o - \rho_a} \left[\frac{P}{P-P'} - \frac{\rho_a}{\rho} \right]$$ ← sono tutti rapporti adimensionali uso unità coerenti

$$= \frac{1}{19{,}3 - 10{,}5} \left[\frac{10{,}8}{0{,}6} - \frac{10{,}5}{1} \right] = \frac{1}{8{,}8} \left[18 - 10{,}5 \right] = \frac{7{,}5}{8{,}8} = 0{,}85$$

$f_a = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$

b) Le masse si trovano rispettivamente

$$m_o = \rho_o f_o V = \rho_o f_o \frac{(P-P')}{\rho g} = \frac{\rho_o}{\rho} f_o \frac{(P-P')}{g}$$ ed analogamente

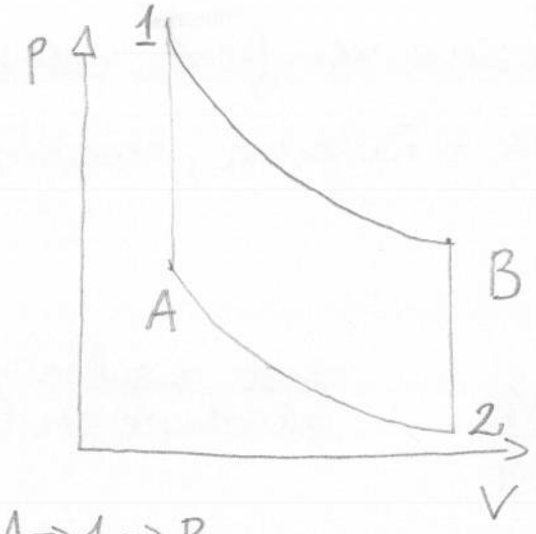
$$m_a = \frac{\rho_a}{\rho} f_a \frac{(P-P')}{g}$$

Quindi:

$$m_o = 19{,}3 \cdot 0{,}85 \cdot \frac{0{,}6\ N}{9{,}8\ \frac{m}{s^2}} = 1{,}0\ kg$$

$$m_a = 10{,}5 \cdot 0{,}15\ \frac{0{,}6\ N}{9{,}8\ \frac{m}{s^2}} = 97\ g$$

(3)



$T_A = T_2 = T_0 = 300\ K$

$T_B = T_1 = T = 350\ K$

$V_A = V_1 = 10^3\ cm^3 = V_0$

$V_B = V_2 = 5 \cdot 10^3\ cm^3 = 5V_A = 5V_1 \overset{!}{=} V$

$n = 1$

a) $A \to 1 \to B$

$Q_1 = Q_{A1} + Q_{1B}$ (isocora + isoterma)

$\overset{!}{=} nC_V(T_1 - T_A) - L_{1B} = nC_V(T_1 - T_A) + \int_1^B p\,dV$

$\overset{!}{=} nC_V(T_1 - T_A) + nRT_1 \int_1^B \frac{dV}{V}$

$\overset{!}{=} n\frac{3}{2}R(T_1 - T_A) + nRT \ln\frac{V_B}{V_1} =$

$\overset{!}{=} \frac{3}{2}\ 8{,}31\ \frac{J}{\cancel{K}}\ (50\cancel{K}) + 8{,}31\ \frac{J}{\cancel{K}}\ 350\cancel{K} \ln 5$

$\overset{!}{=} 623{,}25\ J + 4681{,}05\ J = 5304\ J$

b) $A \to 2 \to B$

$Q_2 = Q_{A2} + Q_{2B}$ (isoterma + isocora)

$\overset{!}{=} nRT_2 \ln\frac{V_2}{V_A} + nC_V(T_B - T_2)$ mi riconduco al calcolo precedente...

$\overset{!}{=} \frac{T_0}{T}\left(nRT \ln\frac{V_B}{V_1}\right) + nC_V(T_1 - T_A)$

$\overset{!}{=} \frac{300}{350}\ 4681{,}05\ J + 623{,}25\ J =$

$\overset{!}{=} 4012{,}32\ J + 623{,}25\ J = 4636\ J$

c) Per valutare il rapporto $\frac{\Delta S_1}{\Delta S_2}$ non è necessario alcun calcolo. Essendo S una funzione di stato, la variazione ΔS dipende solo dallo stato iniziale e dallo stato finale. Poiché stato iniziale (A) e finale (B) coincidono, si avrà $\Delta S_1 = \Delta S_2$ e $\frac{\Delta S_1}{\Delta S_2} = 1$

Tale deduzione può $\xrightarrow{\text{(facoltativo!)}}$ comunque essere verificata col calcolo

$$\Delta S_1 = \Delta S_{A1} + \Delta S_{1B}$$ (isocora + isoterma, reversibili)

$$= \int_A^1 \frac{dQ}{T}\Big|_{rev} + \frac{Q_{1B}}{T_1}$$

$$= \int_A^1 \frac{nC_v dT}{T} + \frac{1}{\cancel{T_1}} nR\cancel{T_1} \ln\frac{V_B}{V_1}$$ uso risultato precedente per Q_{1B}

$$= nC_v \ln\left(\frac{T_1}{T_A}\right) + nR\ln\left(\frac{V_B}{V_1}\right)$$ $n = 1$ mol

$$= \frac{3}{2}R\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + R\ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$= 8{,}31\ \frac{J}{K}\left[\frac{3}{2}\ln\left(\frac{3{,}5}{3}\right) + \ln 5\right] = 15{,}3\ \frac{J}{K}$$

$$\Delta S_2 = \Delta S_{A2} + \Delta S_{2B}$$ (isoterma + isocora, reversibili)

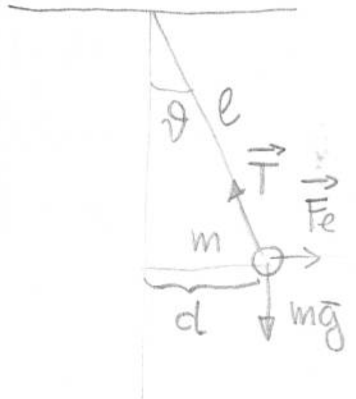
$$= \frac{Q_{A2}}{T_2} + \int_2^B \frac{dQ}{T}\Big|_{rev}$$

$$= \frac{1}{\cancel{T_2}} nR\cancel{T_2}\ln\frac{V_2}{V_A} + \int_2^B \frac{nC_v dT}{T}$$ uso risultato precedente per Q_{A2}

$$= nR\ln\frac{V}{V_0} + nC_v\ln\left(\frac{T_B}{T_2}\right)$$ $n = 1$ mol

$$= R\ln\frac{V}{V_0} + \frac{3}{2}R\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) = \Delta S_1$$ come volevasi dimostrare.

(4)



$m = 5{,}10 \; g$

$l = 12{,}0 \; cm$

$E = 7{,}20 \cdot 10^5 \; \frac{N}{C}$

$d = 6{,}00 \; cm$

a) Dalla trigonometria: $l \operatorname{sen}\vartheta = d$

$$\vartheta = \operatorname{arcsen}\left(\frac{d}{l}\right) = \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{2}\right) = 30°$$

b) $\vec{T}$, orientata lungo il filo come in figura, deve essere tale da bilanciare perfettamente $\vec{Fe}$ e $m\vec{g}$.
In particolare, considerando le componenti <u>verticali</u> delle forze, si ha (si noti che $\vec{Fe}$ <u>non</u> ha componente verticale):

$$T\cos\vartheta = mg$$

$$T = \frac{2}{\sqrt{3}} mg = \frac{2}{\sqrt{3}} 5{,}10 \cdot 10^{-3} \, kg \cdot 9{,}8 \, \frac{m}{s^2} = 5{,}77 \cdot 10^{-2} N$$

c) Ora è possibile trovare Fe, valutando le componenti orizzontali:

$$Fe = T\sin\vartheta = \frac{1}{2} T = 2{,}89 \cdot 10^{-2} N \qquad (\text{nota}^*: T = 2Fe)$$

da cui $$q = \frac{Fe}{E} = \frac{2{,}89 \cdot 10^{-2} \, N}{7{,}20 \cdot 10^5 \, \frac{N}{C}} = 4{,}01 \cdot 10^{-8} \, C$$

d) Il raddoppio della carica ($q' = 2q$) comporta il raddoppio della forza elettrica ($Fe' = 2Fe = T = 5{,}77 \cdot 10^{-2} N$). A sua volta, questo comporta il raddoppio della componente orizz. della tensione $T_x' = Fe' = 2Fe = T = \frac{2}{\sqrt{3}} mg$ (vedi nota*)
Al contrario, la componente verticale della tensione deve rimanere immutata per bilanciare la forza peso: $T_y' = mg$.
Quindi

$$\vartheta' = \operatorname{arctg} \frac{T_x'}{T_y'} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{2}{\sqrt{3}} mg}{mg}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 49{,}1°$$