UNIVERSITÀ DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche
A.A. 2016/2017 – Corso di Fisica
Prova Scritta – Sessione Estiva - I Appello - 20.06.2017

Cognome ....**Nome** ....

A.A. d'iscrizione .... **N Matricola** ....

Istruzioni: I problemi vanno svolti per esteso nei fogli protocollo. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Una forza che agisce nel piano xy è data da $\mathbf{F} = 10\ \mathrm{N}\ \mathbf{i} + 3\ \mathrm{Nm}^{-1}\ x\ \mathbf{j}$, ove x è espresso in metri, ed $\mathbf{i}$ e $\mathbf{j}$ sono i versori degli assi x e y, rispettivamente. Si supponga che la forza $\mathbf{F}$ agisca su una particella mentre questa si sposta dalla posizione iniziale $(x_i, y_i) = (4\mathrm{m}, 1\mathrm{m})$ alla posizione finale $(x_f, y_f) = (4\mathrm{m}, 4\mathrm{m})$.

a) Si calcoli il lavoro L_a eseguito dalla forza $\mathbf{F}$ se la particella si muove da (x_i,y_i) a (x_f,y_f) lungo la via più breve.

i) $L_a = (10N\hat{i} + 12N\hat{j}) \cdot 3m\hat{j}$ ii) $L_a =$ 36 J

b) Si calcoli il lavoro L_b eseguito dalla forza $\mathbf{F}$ se la particella si muove da (x_i, y_i) a (x_f, y_f) lungo il seguente percorso: prima da (x_i, y_i) a $(x_p, y_p) = (0\mathrm{m}, 1\mathrm{m})$, poi da (x_p, y_p) a $(x_q, y_q) = (0\mathrm{m}, 4\mathrm{m})$ ed infine da (x_q, y_q) a (x_f, y_f).

i) $L_b = \int_I^P \bar{F}\cdot d\bar{x} + \int_P^Q \bar{F}\cdot d\bar{x} + \int_Q^F \bar{F}\cdot d\bar{x}$ ii) $L_b =$ 0 J

c) In base ai risultati ottenuti ai punti a) e b) si può dire se la forza $\mathbf{F}$ è conservativa o meno? (giustificare la risposta).

Poichē $La \neq Lb$, la forza $\bar{F}$ non ē conservativa

2) Secondo un modello molto semplificato, l'elettrone di un atomo di idrogeno nel suo stato fondamentale descrive un'orbita circolare di raggio $r = 0.52 \cdot 10^{-10}$ m attorno al nucleo. Ricordando che l'elettrone ha carica (negativa) pari a $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C e massa pari a $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, calcolare:

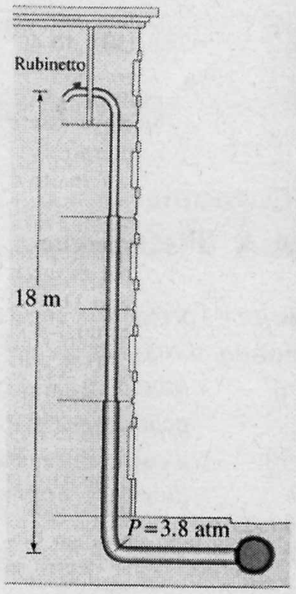
a) il potenziale elettrostatico V nei punti dell'orbita dovuto alla carica elettrica del nucleo.

i) $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e}{r}$ ii) $V =$ 27,7 V

b) la velocità lineare v con cui l'elettrone percorre l'orbita circolare. Si confronti il risultato trovato con la velocità della luce c = 299792458 m/s.

i) $v = \sqrt{\frac{e}{m_e} V}$ ii) $v =$ $2{,}21 \cdot 10^6$ m/s = 0,74 % c

3) Dell'acqua, ad una pressione relativa $p_s = 3.8$ atmosfere a livello della strada, entra all'interno di un palazzo ad una velocità $v_s = 0.60$ m/s, tramite un tubo di diametro $d_s = 5.0$ cm. Il diametro del tubo diventa pari a $d_u = 2.6$ cm in corrispondenza di un rubinetto all'ultimo piano, ad un'altezza $h_u = 18$ m sopra il livello della strada (si vada la figura accanto).



Assumendo che non vi siano diramazioni nel tubo ed ignorando la viscosità dell'acqua, calcolare a) la velocità v_u e b) la pressione relativa p_u dell'acqua in questo tubo all'ultimo piano.

NOTA: Attenzione! Per "pressione relativa" si intende la pressione aggiuntiva (o sovrapressione) rispetto alla pressione atmosferica, assunta come riferimento.

a) velocità v_u

i) $v_u = v_s \left(\frac{d_s}{d_u}\right)^2$ ii) $v_u =$ 2,2 m/s

b) pressione relativa p_u

i) $p_u = p_s + \frac{1}{2}\rho\left(v_s^2 - v_u^2\right) - \rho g h_u$ ii) $p_u =$ 2,0 atm

4) Un recipiente contiene $m_a = 550$ g d'acqua a $T_C = 20$ °C. Un pezzo di ghiaccio di massa $m_g = 100$ g, inizialmente alla temperatura $T_F = -20$ °C viene collocato nel recipiente. Si assume che il recipiente non scambi calore col suo contenuto, e che non permetta scambi di calore tra il contenuto e l'ambiente circostante. Ricordando che il calore specifico dell'acqua e del ghiaccio valgono rispettivamente $C_a = 1.0$ cal/(g°C) e $C_g = 0.50$ cal/(g°C) e che il calore latente di fusione del ghiaccio vale $K = 80$ cal/g,

a) determinare la temperatura T_E a cui il sistema raggiunge l'equilibrio termico

i) $T_E = \frac{T_C(m_a C_a - m_g C_g) - m_g K}{(m_a + m_g) C_a}$ ii) $T_E =$ 3,08 °C

b) Un secondo pezzo di ghiaccio, anch'esso di massa $m_g = 100$ g ed inizialmente alla temperatura $T_F = -20$ °C viene successivamente collocato nello stesso recipiente. Quanto vale la massa m_r del ghiaccio che rimane nel recipiente, dopo che il sistema ha raggiunto un nuovo equilibrio?

i) $m_r =$ vedi sol. estesa ii) $m_r =$ 87,5 g

c) Se invece entrambi i pezzi di ghiaccio fossero stati posti simultaneamente nel recipiente nelle condizioni iniziali, la massa m_r' del ghiaccio residuo nello stato di equilibrio finale sarebbe risultata uguale, maggiore o minore di m_r ?

i) $m_r' =$ m_r ii) $m_r' =$ 87,5 g

PROBLEMA # 1

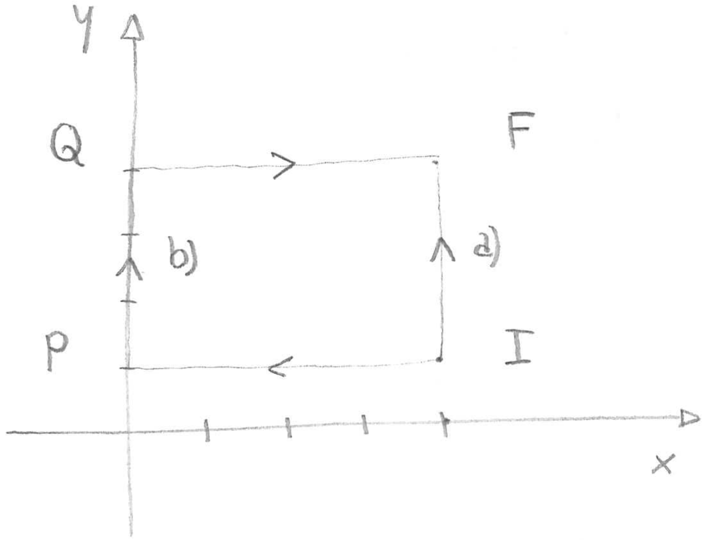
$\vec{F} = 10N\,\hat{i} + 3\frac{N}{m}\,x\,\hat{j}$

$I : (x_i, y_i) = (4m, 1m)$

$F : (x_f, y_f) = (4m, 4m)$

$P : (x_p, y_p) = (0m, 1m)$

$Q : (x_q, y_q) = (0m, 4m)$



a) $L_a = {}_{a)}\int_I^F \vec{F} \cdot d\vec{x}$ in generale

Si nota tuttavia che per ogni punto del percorso a) $x = 4m$ e quindi:

$\bar{F} = 10\,N\,\hat{i} + 12\,N\,\hat{j}$, è costante!

Quindi:

$$La = \underbrace{(10N\,\hat{i} + 12N\,\hat{j})}_{\text{forza}} \underset{\text{scalare}}{\cdot} \underbrace{(3m\,\hat{j})}_{\text{spostamento}}$$

$$= 12N\,\hat{j} \cdot 3m\,\hat{j} = 36\ J$$

b) $L_b = {}_{b)}\int_I^F \bar{F} \cdot d\bar{x} = \int_I^P \bar{F} \cdot d\bar{x} + \int_P^Q \bar{F} \cdot d\bar{x} + \int_Q^F \bar{F} \cdot d\bar{x}$

Valutando separatamente:

$$\int_I^P \bar{F} \cdot d\bar{x} = \int_I^P 10N\,\hat{i} \cdot d\bar{x}$$

(la componente $\hat{j}$, variabile non fa lavoro perché ortogonale allo spostamento)

$$= 10N\,\hat{i} \cdot (-4m)\,\hat{i}$$

$$= -40\ J$$

Similmente:

$$\int_Q^F \bar{F} \cdot d\bar{x} = \int_Q^F 10N\,\hat{i} \cdot d\bar{x} = 10N\,\hat{i} \cdot (4m\,\hat{i}) = 40\ J$$

Per quanto riguarda invece

$$\int_P^Q \vec{F} \cdot d\bar{x}$$

Si nota per ogni punto del percorso da P a Q:

$x = 0\,m$

$\vec{F} = 10\,N\,\hat{i}$

Quindi:

$$\int_P^Q \vec{F} \cdot d\bar{x} = 10N\hat{i} \cdot 3m\hat{j} = 0\ J$$

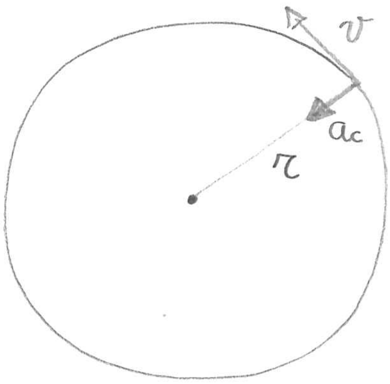
Sommando i tre contributi:

$$\mathcal{L}_b = \int_I^P \vec{F} \cdot d\bar{x} + \int_P^Q \vec{F} \cdot d\vec{x} + \int_Q^F \bar{F} \cdot d\bar{x}$$

$$= -40\,J + 0\,J + 40\,J = 0\,J$$

c) Poichē $\mathcal{L}a \neq \mathcal{L}b$ si puō concludere che la forza NON ē conservativa. Si noti che la condizione $\mathcal{L}a = \mathcal{L}b$ ē necessaria, ma non sufficiente a garantire che la forza $\bar{F}$ sia conservativa.

PROBLEMA # 2



$r = 0{,}52 \cdot 10^{-10}$ m

a) $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r} =$

$= \frac{1.602 \cdot 10^{-19}\,\cancel{C}}{4\pi\, 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{m^2 N}} \cdot \frac{1}{0.52 \cdot 10^{-10}\,\cancel{m}}$

$= 27.7\,\frac{J}{C} = 27.7\,V$

b) v può essere ricavato da $a_c = \frac{v^2}{r}$, con a_c dato dalla forza di Coulomb

$$a_c = \frac{F_e}{m_e} = \frac{1}{m_e} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_p q_{e^-}}{r^2} = \frac{1}{m_e}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

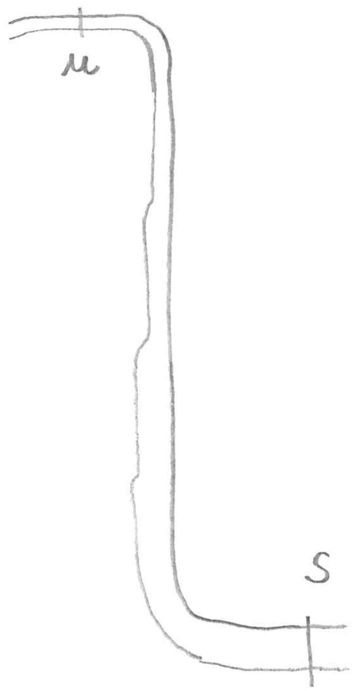
$$v^2 = r a_c = \frac{1}{m_e}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} = \frac{e}{m_e}V$$

$$v = \sqrt{\frac{e}{m_e}V} = \sqrt{\frac{1.602 \cdot 10^{-19}\,\cancel{C} \cdot 27.7\,\frac{J}{\cancel{C}}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg}} = 2{,}21 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}$$

$= 7{,}36 \cdot 10^{-3}\,c = 0{,}736\,\%\,c$

con $c = 299792458\,\frac{m}{s}$ velocità della luce nel vuoto.

Problema # 3



$p_u - p_0 = ?$
$v_u = ?$
$h_u = 18\ m$
$d_u = 2{,}6\ cm$

$d_s = 5{,}0\ cm$
$p_s = 3.8\ atm + p_0$
$v_s = 0.60\ m/s$
$h_s = 0\ m$

a) Si applica l'equazione di continuità tra s ed u:

$$v_s A_s = v_u A_u$$

$$A_s = \pi \frac{d_s^2}{4} \qquad \frac{A_s}{A_u} = \frac{d_s^2}{d_u^2} = \left(\frac{d_s}{d_u}\right)^2 = \left(\frac{5{,}0\ \cancel{cm}}{2{,}6\ \cancel{cm}}\right)^2 = 3{,}7$$

$$A_u = \pi \frac{d_u^2}{4}$$

$$v_u = v_s \cdot \frac{A_s}{A_u} = 0{,}60\ m/s \cdot 3{,}7 = 2{,}2\ m/s$$

b) Si applica il teorema di Bernoulli tra s ed u:

$$p_u + \frac{1}{2}\rho v_u^2 + \rho g h_u = p_s + \frac{1}{2}\rho v_s^2$$

$$p_u - p_s = \frac{1}{2}\rho(v_s^2 - v_u^2) - \rho g h_u$$

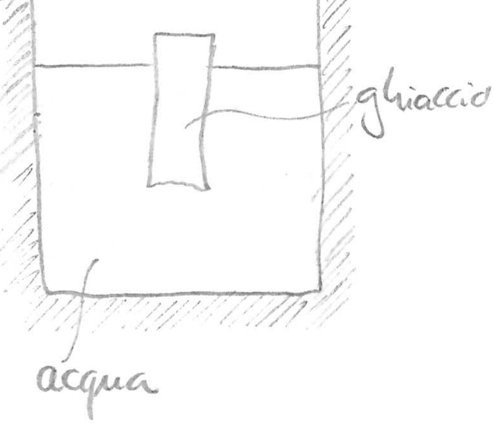
$$= \frac{1}{2}\rho v_s^2\left[1 - \left(\frac{A_s}{A_u}\right)^2\right] - \rho g h_u$$

$$= \frac{1}{2}\, 10^3 \frac{kg}{m^3}\, 0{,}60^2 \frac{m^2}{s^2}\left[1 - 3{,}7^2\right] - 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 18\ m$$

$$= -179\ KPa = -1{,}76\ atm \equiv \Delta p$$

Quindi $p_u - p_0 = p_s - p_0 + \Delta p = (3.8 - 1{,}76)\ atm = 2{,}0\ atm$

PROBLEMA # 4



$m_a = 550\ g$ H_2O liquida

$T_C = 20°C$ $C_a = 1{,}0\ cal/(g\,°C)$

$m_g = 100\ g$ H_2O solida

$T_F = -20°C$ $C_g = 0{,}50\ cal/(g\,°C)$

$K = 80\ cal/g$

a) Suppongo che il ghiaccio si sciolga completamente, e che $T_E > T_0 \equiv 0°C$. Allora:

$$m_g C_g (T_0 - T_F) + m_g K + m_g C_a (T_E - T_0) + \underbrace{m_a C_a (T_E - T_C)}_{\ominus \text{ calore ceduto dall'acqua}} = 0$$

⊕ calore per portare il ghiaccio da T_F a $T_0 \equiv 0°C$

⊕ calore per sciogliere il ghiaccio

⊕ calore per portare il ghiaccio fuso (= acqua) da T_0 a T_E

Le tre differenze di temperatura che compaiono nella formula appena scritta assumono lo stesso valore sia nel caso in cui decidiamo di esprimere le temperature in K che nel caso in cui le esprimiamo in °C.
In particolare se esprimiamo le temperature in °C:

$$T_0 - T_F = -T_F = 20\ °C = T_C$$
$$T_E - T_0 = T_E$$

$$m_g C_g (-T_F) + m_g K + m_g C_a T_E + m_a C_a T_E - m_a C_a T_C = 0$$

$$T_E (m_a + m_g) C_a = -m_g C_g (-T_F) + m_a C_a T_C - m_g K$$

$$T_E = \frac{T_C(-m_g C_g + m_a C_a) - m_g K}{(m_a + m_g) C_a} = \frac{20\ °C \left(-100\ g \cdot 0{,}5 \frac{cal}{g\,°C} + 550\ g \cdot 1{,}0 \frac{cal}{g\,°C}\right) - 100\ g \cdot 80 \frac{cal}{g}}{+650\ g \cdot 1{,}0 \frac{cal}{g\,°C}}$$

$$= \frac{20°C\ (+500\ cal/°C) - 8000\ cal}{+650\ cal/°C} = \frac{2{,}000\ cal}{650\ cal/°C} = 3{,}08\ °C$$

b) In questo caso l'acqua (ora $m_a + m_g$ a T_E, ovvero 650 g di H_2O liquida a 3,08°) non può cedere al ghiaccio il calore necessario a scioglierlo completamente.
Infatti, assumendo che il nuovo equilibrio si instauri a $T_0 = 0°C$, si ottiene:

$$\underbrace{(m_a + m_g)\, C_a (T_E - T_0)}_{\substack{\text{calore che può essere} \\ \text{fornito da 650 g di} \\ H_2O \text{ passando da 3,08°C a 0°C}}} = 650\,g \cdot 1{,}0\ \text{cal}/(g\,°C) \cdot 3{,}08\,°C = 2000\ \text{cal}$$

D'altra parte, per riscaldare il secondo pezzo di ghiaccio (di massa m_g) da T_F a T_0 servono:

$$m_g \cdot C_g \cdot (T_0 - T_F) = 100\,g \cdot 0{,}5\ \text{cal}/(g\,°C) \cdot 20°C = 1000\ \text{cal}$$

Le 1000 cal residue bastano a sciogliere $(m_g - m_r)$ ghiaccio

$$K(m_g - m_r) = 1000\ \text{cal}$$

$$(m_g - m_r) = \frac{1000\ \text{cal}}{80\ \text{cal}/g} = 12{,}5\ g$$

Per cui $m_r = (100 - 12{,}5)\,g = 87{,}5\,g$ di ghiaccio restano allo stato solido.

c) Immergendo i due pezzi di ghiaccio fin dall'inizio, si ottiene di nuovo un equilibrio a $T_0 = 0\,°C$.
Si può intuire che $m_r' = m_r$ poiché il sistema è isolato e l'energia a disposizione per sciogliere il ghiaccio è la stessa nei due casi.
Questa intuizione può comunque essere facilmente verificata:

Il calore che può essere fornito da $m_a = 550\,g$ di H_2O che si raffreddano da $T_C = 20\,°C$ a $T_0 = 0\,°C$ è:

$$m_a C_a (T_C - T_0) = 550\,\cancel{g} \cdot \frac{1\,cal}{\cancel{g}\,\cancel{°C}} \cdot 20\,\cancel{°C} = 11\,000\ cal$$

D'altra parte, per riscaldare i due pezzi di ghiaccio ($2m_g = 200\,g$) da $T_F = -20°C$ a $T_0 = 0°C$ servono:

$$2m_g C_g (T_0 - T_F) = 2 \cdot 100\,\cancel{g} \cdot \frac{0{,}5\,cal}{\cancel{g}\,\cancel{°C}} \cdot 20\,\cancel{°C} = 2000\ cal$$

Per sciogliere il ghiaccio, restano quindi a disposizione

$$(11000 - 2000)\ cal = 9000\ cal,$$

che bastano a sciogliere $(2m_g - m_r')$ di ghiaccio:

$$K(2m_g - m_r') = 9000\ cal$$

$$(2m_g - m_r') = \frac{9000\ cal}{80\ cal/g} = 112{,}5\ g$$

Per cui $m_r' = 2m_g - 112{,}5\,g = (200 - 112{,}5)\,g = 87{,}5\,g = m_r$ che è il risultato atteso.