UNIVERSITÀ DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche

A.A. 2016/2017 – Corso di Fisica

Prova Scritta – Sessione Autunnale - III Appello - 17.10.2017

Cognome ......RIGON...... **Nome** ......LUIGI......

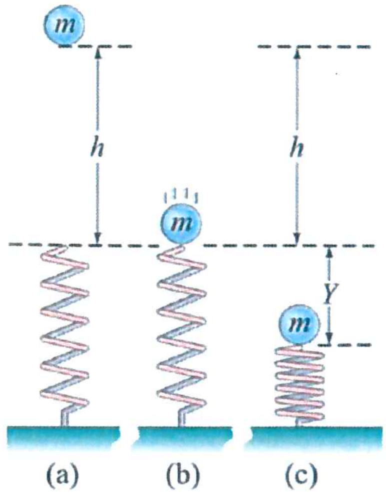
A.A. d'iscrizione .... **N Matricola** ....

Istruzioni: I problemi vanno svolti per esteso nei fogli protocollo. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un blocco di massa m = 2.5 kg, inizialmente fermo, cade per una distanza verticale pari ad h = 52 cm prima di colpire una molla a spirale, disposta con l'asse verticale, comprimendola di una lunghezza Y = 16 cm (vedi figura). Si assuma che la massa della molla sia trascurabile e si ignori la resistenza dell'aria. Calcolare:



a) la velocità v con cui la palla colpisce la molla:

i) v = $\sqrt{2gh}$ ii) v = 3,2 m/s

b) la costante elastica k della molla:

i) k = $\frac{2mg(h+Y)}{Y^2}$ ii) k = 1300 N/m

2) Un bambino di massa M = 37 kg decide di costruire una zattera legando tra di loro, con del nastro adesivo, alcune bottiglie di plastica vuote. Ogni bottiglia ha un volume V = 1.5 litri ed una massa m = 40 g (incluso il tappo). Si calcoli il numero minimo di bottiglie n necessario per permettere al bambino di restare all'asciutto sulla zattera.

i) n = $\frac{M}{\rho V - m}$ con $\rho = 1\frac{kg}{\ell}$ ii) n = 26 (25,3 approssimato per eccesso)

3) Una macchina termica si basa su un ciclo di n = 1.0 mol di un gas perfetto bi-atomico (C_V=$5R/2$, C_P=$7R/2$). Il ciclo comincia in T_1 = 400 K e V_1 = 24.6 l; poi seguono quattro trasformazioni:
(a) espansione isoterma a T_1 = 400 K fino a raggiungere un volume $V_2 = 2V_1$
(b) raffreddamento a volume costante fino a T_3 = 300 K
(c) compressione isoterma a T_3 = 300 K fino a raggiungere il volume iniziale
(d) riscaldamento a volume costante finché il gas è ricondotto al suo stato iniziale.
Tutte le trasformazioni, a, b, c e d, sono quasistatiche e reversibili.

Dopo aver illustrato il ciclo su un diagramma pV, indicando con 1, 2, 3, e 4 rispettivamente i punti (p_1, V_1), (p_2, V_2), (p_3, V_3) e (p_4, V_4), si calcolino:

a) Il calore Q_a, Q_b, Q_c, e Q_d, assorbito (*o ceduto*) dal gas in ciascuna delle 4 trasformazioni a, b, c e d. (Esplicitare la convenzione sul segno).

i) $Q_a = RT_1 \ln 2$ ii) Q_a = 2300 J (assorbito)

i) $Q_b = C_V(T_3 - T_2)$ ii) Q_b = −2080 J (ceduto)

i) $Q_c = -RT_3 \ln 2$ ii) Q_c = −1730 J (ceduto)

i) $Q_d = C_V(T_1 - T_4)$ ii) Q_d = 2080 J (assorbito)

b) Il lavoro L_a, L_b, L_c, e L_d, effettuato sul (*o dal*) gas in ciascuna delle 4 trasformazioni a, b, c e d. (Esplicitare la convenzione sul segno).

i) $L_a = -Q_a$ ii) L_a = −2300 J (dal)

i) $L_b = 0$ ii) $L_b = 0$

i) $L_c = -Q_c$ ii) L_c = 1730 (sul)

i) $L_d = 0$ ii) $L_d = 0$

c) Il rendimento η del ciclo

i) $\eta = \dfrac{-(L_a + L_b + L_c + L_d)}{Q_a + Q_d}$ ii) $\eta = \dfrac{570 \text{ J}}{4380 \text{ J}} = 13\%$

4) Un elettrone (carica $-e = -1.60 \cdot 10^{-19}$ C; massa $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg), inizialmente a riposo in un punto a distanza d da una carica puntiforme fissa Q = -6.50 nC, viene lasciato libero di muoversi. Calcolare: (d = 26,5 cm)

a) l'intesità F_e della repulsione elettrostatica che agisce sull'elettrone in quel punto.

i) $F_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{Q(-e)}{d^2}$ ii) $F_e = 1{,}33 \cdot 10^{-16}$ N

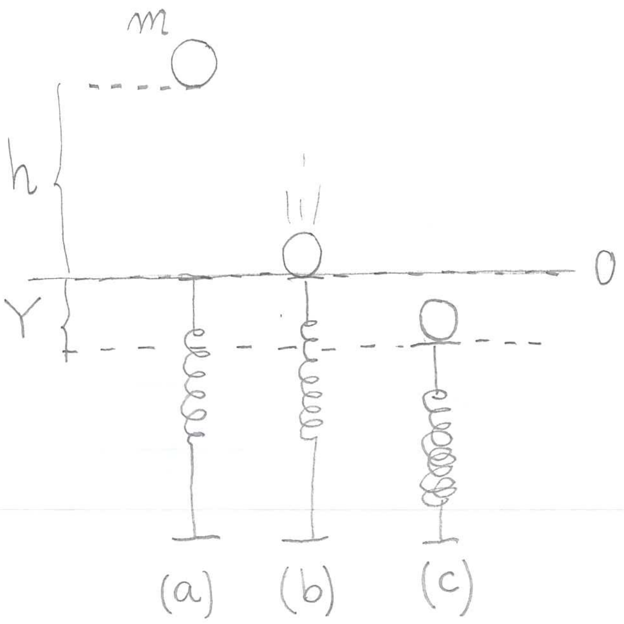
b) l'accelerazione a a cui è soggetto l'elettrone in quel punto.

i) $a = \dfrac{F_e}{m_e}$ ii) $a = 1{,}46 \cdot 10^{14}$ m/s²

c) la velocità v acquisita dall'elettrone a grande distanza da Q

i) $v = \sqrt{\dfrac{2U}{m_e}} = \sqrt{2ad}$ ii) $v = 8{,}80 \cdot 10^{6}$ m/s

PROBLEMA # 1



$m = 2{,}5 \ kg$

$h = 52 \ cm = 0{,}52 \ m$

$Y = 16 \ cm = 0{,}16 \ m$

Le forze che compiono lavoro nel processo (a)-(b)-(c) sono la forza peso e la forza elastica. Entrambe sono conservative ed ammettono quindi un'energia potenziale (gravitazionale ed elastica, rispettivamente).

a) Il calcolo di v richiede di confrontare (a) con (b).

$$E_a = E_b$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 \quad \text{(ho posto } U_g = 0 \text{ in cima alla molla non compressa)}$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}52\,m} = 3{,}2 \frac{m}{s}$$

b) Il calcolo di K richiede di confrontare (a) [o (b)] con (c):

$$E_a = E_c$$

$$mgh = mg(-Y) + \frac{1}{2}kY^2$$

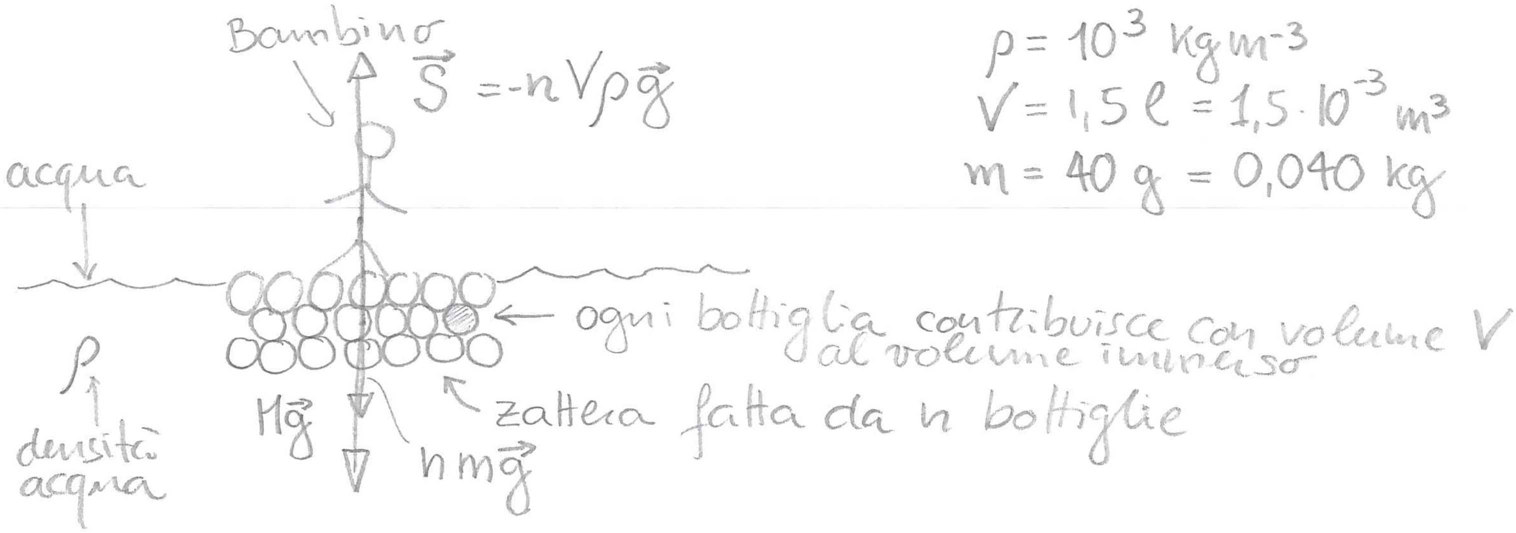
$$mg(h+Y) = \frac{1}{2}kY^2$$

si ottiene: $$K = \frac{2mg(h+Y)}{Y^2} = \frac{5{,}0\,kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} (0{,}52+0{,}16)\,m}{(0{,}16\,m)^2}$$

$$= \frac{33{,}32 \ Nm}{0{,}0256 \ m^2} = 1300 \frac{N}{m}$$

PROBLEMA # 2

Il numero minimo n di bottiglie che permette al bambino di restare all'asciutto è quello per cui la parte superiore della zattera sfiora il pelo dell'acqua; in altre parole la zattera sarà completamente immersa:



$\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

$V = 1{,}5 \ l = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$m = 40 \text{ g} = 0{,}040 \text{ kg}$

Forze dirette verso il basso: $Mg + nmg$

verso l'alto: $S = n\rho V g$

All'equilibrio: $Mg + nmg = n\rho V g$

Trovo n

$$n(\rho V - m) = M$$

$$n = \frac{M}{\rho V - m} = \frac{37 \ \cancel{\text{kg}}}{\cancel{10^3} \ \cancel{\text{kg}}\,\cancel{\text{m}^{-3}} \cdot 1{,}5 \cdot \cancel{10^{-3}}\,\cancel{\text{m}^3} - 0{,}040 \ \cancel{\text{kg}}} = \frac{37}{1{,}5 - 0{,}04} = 25{,}3$$

Dovendo però n essere un numero intero, sarà $n = 26$ (25 bottiglie non sarebbero sufficienti). Ovviamente il bambino farà bene a mettere qualche bottiglia in più. Si noti infine che trascurando la massa m delle bottiglie si arriva a

$n = \frac{37}{1{,}5} = 25$, ovvero si rischia di mettere una bottiglia in meno di quelle necessarie.

PROBLEMA #3

$n = 1{,}0$ mol

$C_V = \frac{5}{2} R$

$C_p = \frac{7}{2} R$

$T_1 = 400$ K	$V_1 = 24{,}6$ l	
$T_2 = T_1$	$V_2 = 2V_1$	ⓐ (1→2), ⓓ (4→1)
$T_3 = 300$ K	$V_3 = V_2 = 2V_1$	ⓑ (2→3)
$T_4 = T_3$	$V_4 = V_1$	ⓒ (3→4)

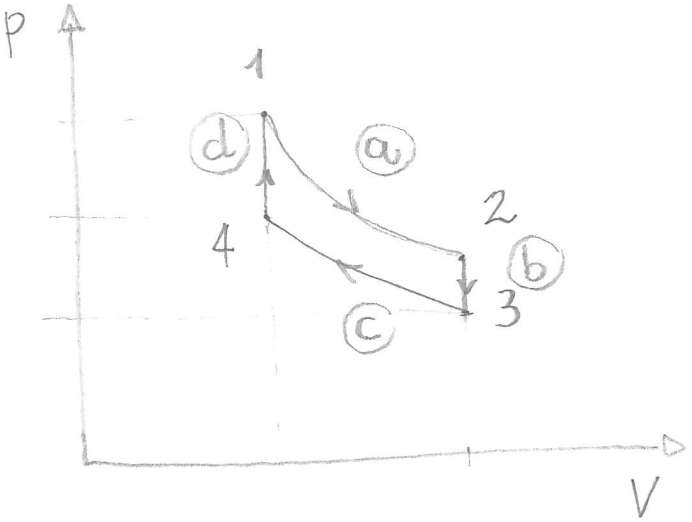
da $pV = nRT$ con $n = 1{,}0$

$$p_1 = \frac{RT_1}{V_1}$$
$$p_2 = \frac{RT_2}{V_2} = \frac{1}{2} p_1$$
$$p_3 = \frac{RT_3}{V_3} = \frac{3}{4} p_2 = \frac{3}{8} p_1$$
$$p_4 = \frac{RT_4}{V_4} = \frac{3}{4} p_1$$

In termini numerici, usando unità SI, trovo:

$$p_1 = \frac{RT_1}{V_1} = 8{,}314 \frac{J}{K} \cdot \frac{400K}{24{,}6 \cdot 10^{-3} m^3} = 135\,200 \text{ Pa}$$

Diagramma pV:



(due isoterme
due isocore)

eb) In una trasformazione isoterma il primo principio assume la forma

$$\mathcal{L} = -Q$$

con
$$\mathcal{L} = -\int_i^f p\,dV = -\int_i^f \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int_i^f \frac{dV}{V}$$
$$= -nRT \ln \frac{V_f}{V_i} = nRT \ln \frac{V_i}{V_f}$$

In una trasformazione isocora ($\mathcal{L} = 0$), il primo principio diventa

$$Q = \Delta E_{int} = \int_i^f n C_V \, dT = n C_V \Delta T$$

Quindi

ⓐ $Q_a = -\mathcal{L}_a$

$\mathcal{L}_a = RT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = -RT_1 \ln 2$

$Q_a = RT_1 \ln 2 = 8{,}314 \frac{J}{K} \cdot 400\,\cancel{K} \ln 2 = 2300\ J$

(positivo: il calore è <u>assorbito</u> dal gas)

$\mathcal{L}_a = -2300\ J$

(negativo: il lavoro è effettuato <u>dal</u> gas)

ⓑ $Q_b = C_v (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} R (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\, 8{,}314 \frac{J}{\cancel{K}} (-100\,\cancel{K}) = -2080\ J$

(negativo: il calore è <u>ceduto</u> dal gas)

$\mathcal{L}_b = 0$

ⓒ $Q_c = -\mathcal{L}_c$

$\mathcal{L}_c = RT_3 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) = RT_3 \ln 2$

$Q_c = -RT_3 \ln 2 = -\frac{3}{4} Q_a = -1730\ J$

(negativo: il calore è <u>ceduto</u> dal gas)

$\mathcal{L}_c = 1730\ J$

(positivo: il lavoro è effettuato <u>sul</u> gas)

ⓓ $Q_d = C_v (T_1 - T_4) = \frac{5}{2} R (T_1 - T_3) = -Q_b = 2080\ J$

(positivo: il calore è <u>assorbito</u> dal gas)

$\mathcal{L}_d = 0$

c) Rendimento del ciclo:

$$\eta = \frac{\mathcal{L}_{macc}}{Q_{ass}} = \frac{570\ J}{4380\ J} = 13\%$$

con $\mathcal{L}_{macc} = -(\mathcal{L}_a + \mathcal{L}_b + \mathcal{L}_c + \mathcal{L}_d) = -(\mathcal{L}_a + \mathcal{L}_c) =$

$= -(-2300 + 1730)\,J = 570\ J$

e $Q_{ass} = Q_a + Q_d = (2300 + 2080)\,J = 4380\ J$

PROBLEMA # 4

$Q = -6{,}50 \cdot 10^{-9}\ C$

$-e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}\ C$

$d = 26{,}5\ cm = 0{,}265\ m$

a) $$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q(-e)}{d^2} = \frac{1}{4\pi\, 8.86 \cdot 10^{-12}\,\frac{Nm^2}{\cancel{C^2}}} \cdot \frac{6{,}50 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \cancel{C^2}}{0{,}265^2\ \cancel{m^2}} = 1{,}33 \cdot 10^{-16}\ N$$

b) $$a = \frac{F_e}{m_e} = \frac{1{,}33 \cdot 10^{-16}\ N}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg} = 1{,}46 \cdot 10^{14}\ \frac{m}{s^2}$$

c) Si noti che a è l'accelerazione subita dall'elettrone quando viene lasciato libero in d. Essa non resta costante nel moto di allontanamento: al contrario, l'accelerazione decresce man mano che l'elettrone si allontana dalla carica Q.

Si può tuttavia utilizzare la consavazione dell'energia

$$\underbrace{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q(-e)}{d}}_{\text{en. pot. elettrostatica in } d} = \underbrace{\frac{1}{2}m_e v^2 = K}_{\text{en cinetica a grande distanza}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2F_e d}{m_e}} = \sqrt{2ad} = \sqrt{2 \cdot 1{,}46 \cdot 10^{14}\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}265\ m} = 0{,}880 \cdot 10^{7}\ \frac{m}{s} = 8{,}80 \cdot 10^{6}\ \frac{m}{s}$$