

- 3) Un cubetto di ghiaccio secco (CO_2 solido) di massa $m = 10$ g viene posto in un contenitore molto freddo di volume $V_A = 10$ litri. Quindi, tutta l'aria viene rapidamente pompata fuori dal contenitore e questo viene chiuso ermeticamente. Il contenitore viene poi scaldato fino a $T_A = 0^\circ\text{C}$, una temperatura alla quale il CO_2 diventa gassoso.

a) Si determini la pressione del gas in questo stato (stato A)

i) $p_A = \frac{nRT}{V_A}$, con $n = \frac{m}{PM}$ ii) $p_A = 0,51 \text{ atm} = 51600 \text{ Pa}$

Il gas viene poi sottoposto ad una compressione isoterma finché la sua pressione diventa pari a $p_B = 3.0$ atm (stato B), seguita, immediatamente dopo, da una compressione isobara finché il volume arriva a $V_C = 1.5$ litri (stato C). Dopo aver rappresentato questi processi in un diagramma pV ,

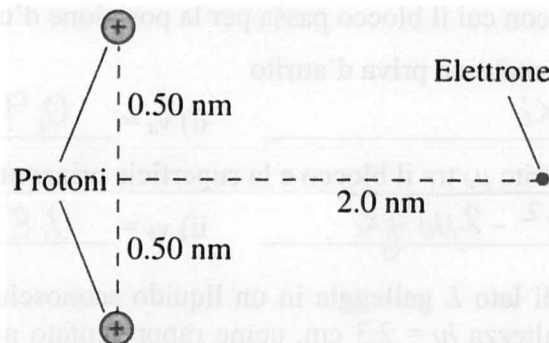
b) Si determini la temperatura finale T_C del gas

i) $T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = \frac{V_C}{V_A} \frac{p_B}{p_A} T_B$ ii) $T_C = 241 \text{ K} = -31,7^\circ\text{C}$

c) Si determini il lavoro L compiuto sul gas (o dal gas) nell'intero processo, specificando la convenzione adottata per il segno.

i) $L = -p(V_C - V_B) - \int_A^B p dV$ ii) $L = 976 \text{ J}$
effettuato sul gas

- 4) Due protoni sono collocati a distanza $d = 1,0$ nm l'uno dall'altro. Un elettrone si trova sull'asse del segmento che separa i due protoni, ad una distanza $l = 2,0$ nm dal punto medio dello stesso, come in figura. Ricordando che la carica elementare vale $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C e che la massa dell'elettrone vale $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, si calcoli:



a) Il potenziale elettrostatico V dovuto ai due protoni nel punto occupato dall'elettrone.

i) $V = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{\sqrt{(d/2)^2 + (2d)^2}}$ ii) $V = 1,40 \text{ V}$

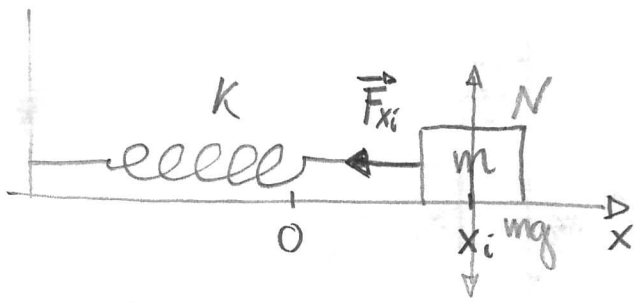
b) L'energia potenziale elettrostatica U dell'elettrone collocato nel punto come in figura.

i) $U = -eV$ ii) $U = -2,24 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

c) Ad un dato istante, l'elettrone viene lasciato libero di muoversi. Supponendo che i protoni non si muovano, si calcoli la velocità v con cui l'elettrone raggiunge il punto medio del segmento che separa i due protoni.

i) $v = \sqrt{\frac{2(-\Delta U)}{m_e}}$ ii) $v = 1,24 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

Esercizio ①



$$m = 1,80 \text{ Kg}$$

$$x_i = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$F_{x_i} = 42 \text{ N}$$

$$N = mg$$

La costante k della molla è data da

$$F_{x_i} = k x_i$$

$$k = \frac{F_{x_i}}{x_i} = \frac{42 \text{ N}}{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 10,5 \cdot 10^2 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 1,05 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Nella posizione x_i il blocco ha un'energia potenziale elastica pari a

$$U_{x_i} = \frac{1}{2} k x_i^2 = \frac{1}{2} F_{x_i} x_i = \frac{1}{2} 42 \text{ N} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 84 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

a) In assenza di attrito, U_{x_i} è convertita integralmente in energia cinetica:

$$K_a = \frac{1}{2} m v_a^2 = \frac{1}{2} k x_i^2$$

$$v_a = \sqrt{\frac{k}{m}} x_i = \sqrt{\frac{1,05 \cdot 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{s}^2}}{1,8 \text{ Kg}}} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,97 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) In presenza di attrito dinamico, si ha

$$L = \Delta K$$

$$L_c + L_{nc} = \Delta K$$

$$\text{con } L_c = U_{x_i}$$

$$L_{nc} = -\mu_d mg x_i$$

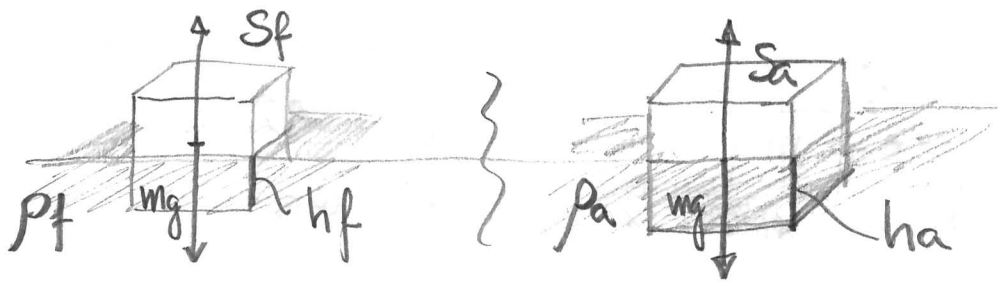
$$U_{x_i} - \mu_d mg x_i = K_b$$

$$\Delta K = K_b$$

$$\frac{1}{2} k x_i^2 - \mu_d mg x_i = \frac{1}{2} m v_b^2$$

$$v_b = \sqrt{\frac{k}{m} x_i^2 - 2 \mu_d g x_i} = \sqrt{0,93 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 0,44 \cdot 9,8 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 0,87 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Esercizio (2)



In entrambi i casi la spinta di Archimede compensa la forza peso:

$$mg = S_f = \rho_f L^2 h_f \cdot g$$

$$mg = S_a = \rho_a L^2 h_a \cdot g$$

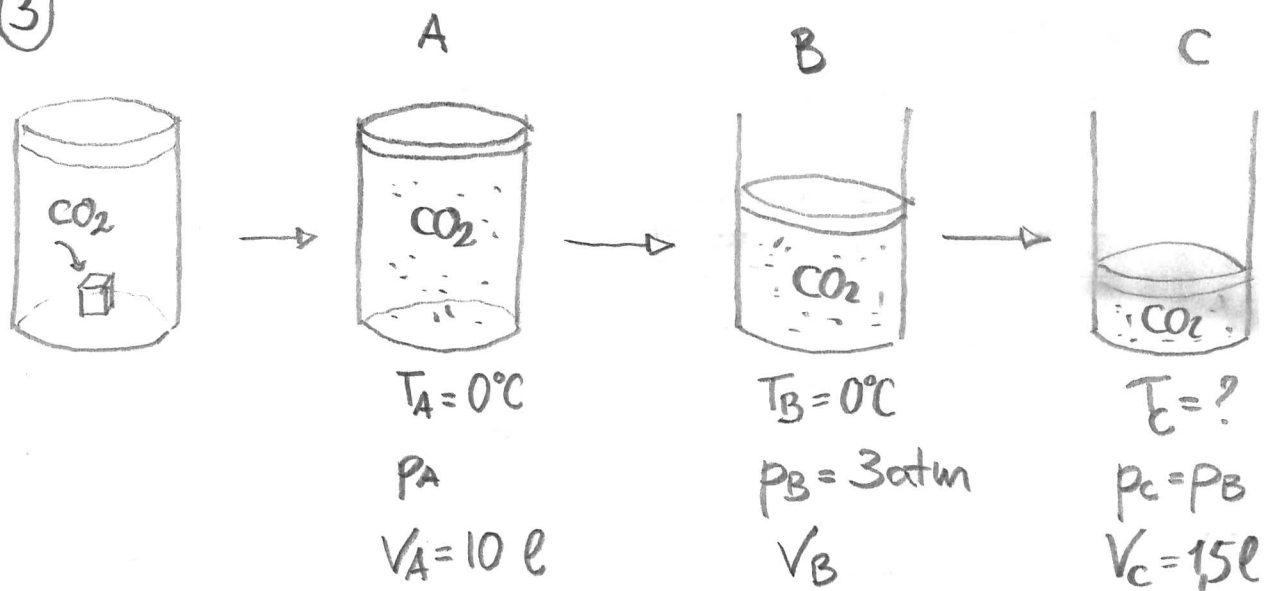
Uguagliando le due espressioni per mg si ha

$$\rho_f L^2 h_f g = \rho_a L^2 h_a g$$

Da cui infine

$$\rho_f = \rho_a \frac{h_a}{h_f} = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot \frac{2,9 \text{ cm}}{2,3 \text{ cm}} = 1,26 \text{ g/cm}^3$$

Esercizio (3)



a) P_A può essere calcolata dall'equazione di stato dei gas ideali; $pV = nRT$ con

$$n = \frac{m}{PM} = \frac{10 \text{ g}}{(12 + 2 \cdot 16) \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{10 \text{ g}}{44 \text{ g/mol}} = 0,23 \text{ mol}$$

$$P_A = \frac{nRT}{V_A} = \frac{0,23 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{l atm}}{\text{K}} \cdot 273,15 \text{ K}}{10 \text{ l}} = 0,51 \text{ atm}$$

b) Durante la compressione isoterma $T = \text{cost}$, quindi:

$$P_A V_A = P_B V_B$$

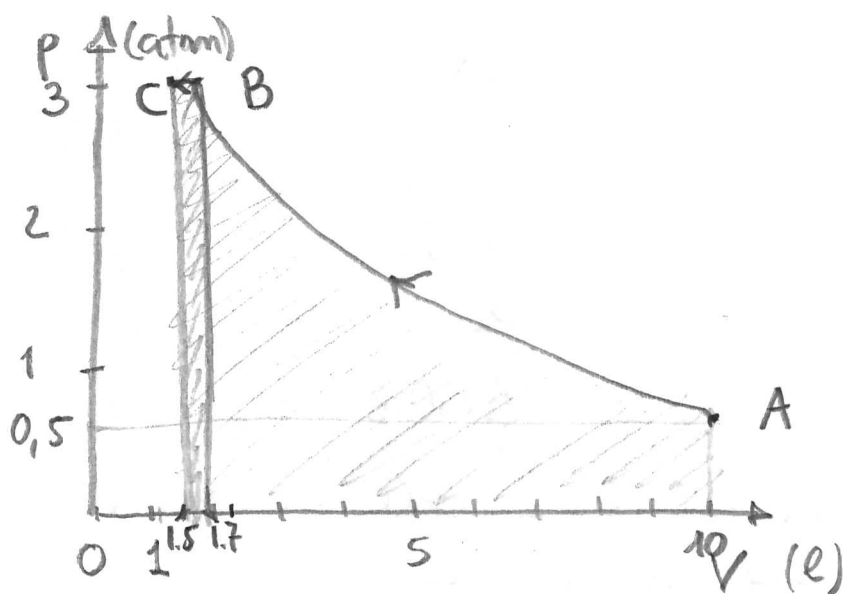
$$\text{Da cui } V_B = \frac{P_A}{P_B} V_A = \frac{0,51 \text{ atm}}{3,0 \text{ atm}} \cdot 10 \text{ l} = 1,70 \text{ l}$$

Durante la compressione isobara $P = \text{cost}$, quindi:

$$\frac{nRT_C}{V_C} = \frac{nRT_B}{V_B}$$

$$T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = \frac{1,5 \text{ l}}{1,70 \text{ l}} \cdot 273,15 \text{ K} = 241 \text{ K} = -31,7^\circ\text{C}$$

c) Le trasformazioni studiate si possono quindi rappresentare come segue:

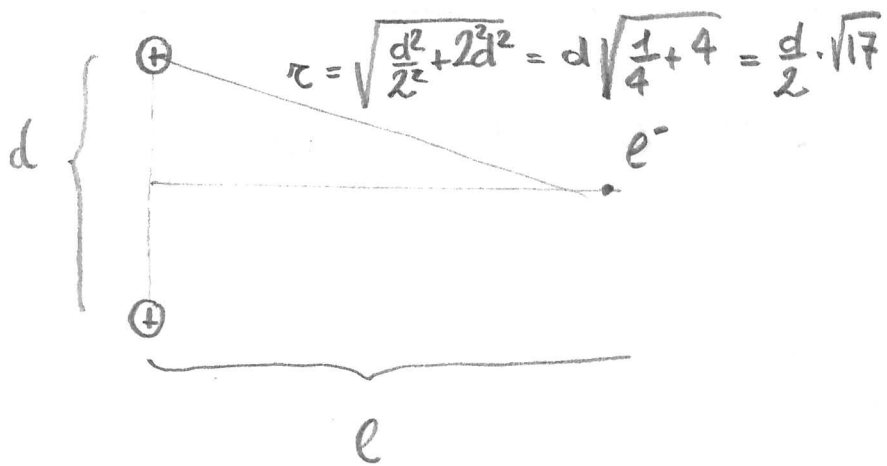


Il lavoro fatto sul gas è pari all'area sotto la curva, che a sua volta è pari ai due contributi:

$$\begin{aligned}
 L &= -p(V_C - V_B) - \int_A^B p dV \\
 &= -3 \text{ atm} \cdot (-0,2 \text{ l}) - \int_{10 \text{ l}}^{1,7 \text{ l}} \frac{nRT}{V} dV \\
 &= +0,6 \text{ l} \cdot \text{atm} - nRT \ln\left(\frac{1,7 \text{ l}}{10 \text{ l}}\right) \cdot (-1,772) \\
 &= 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 0,23 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 273,15 \text{ K} \\
 &= 61 \text{ J} + 915 \text{ J} = 976 \text{ J}
 \end{aligned}$$

Il segno è positivo; coerentemente con la definizione data durante il corso, questo indica che il lavoro è fatto sul gas.

Esercizio (4)



$$d = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$l = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 2d$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

a) Il potenziale elettrico dovuto a ciascun protone è pari a:

$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + (2d)^2}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{m}^2 \text{N}}{\text{C}^2} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{\frac{1 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{2} \cdot \sqrt{17}} =$$

$$= \frac{9 \cdot 1.6 \cdot 2}{\sqrt{17}} \cdot 10^{-1} \frac{\text{J}}{\text{C}} = 0.70 \text{ V}$$

Considerando ora i due protoni

$$V = 2V_p = 1.40 \text{ V}$$

b) $U = -eV = -2.24 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

c) Nel punto medio del segmento che congiunge i due protoni il potenziale vale $V' = 2V_p'$ con

$$V_p' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{d/2} = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{d}$$

$$V' = \frac{4}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{d} = 36 \cdot 10^9 \frac{\text{m}^2 \text{N}}{\text{C}^2} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{10^{-9} \text{ m}} = 5.76 \text{ V}$$

La differenza di potenziale tra il punto iniziale ed il punto medio vale

$$\Delta V = V' - V = 5.76 \text{ V} - 1.40 \text{ V} = 4.36 \text{ V}$$

A cui corrisponde una perdita di energia potenziale elettrica

$$\Delta U = -e \Delta V = -6.98 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Tale perdita di energia potenziale è pari al guadagno in energia cinetica (conservazione energia)

$$K = \frac{1}{2} m_e v^2 = 6,98 \cdot 10^{-19} \text{ J} = -\Delta U$$

Da cui

$$v^2 = \frac{2(-\Delta U)}{m_e}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(-\Delta U)}{m_e}} = 1,24 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$