UNIVERSITÀ DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche

A.A. 2018/2019 – Corso di Fisica

Prova Scritta – Sessione Autunnale - I Appello - 13.09.2019

Cognome ....**Nome** ....

A.A. d'iscrizione .... **N Matricola** ....

Istruzioni: I problemi vanno svolti per esteso nei fogli protocollo. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

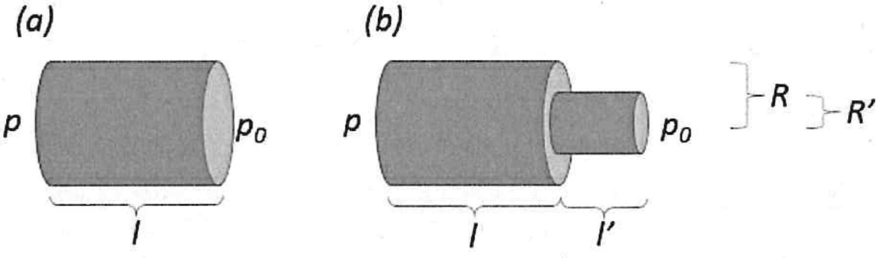
i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un corpo scivola giù da un piano inclinato ruvido, con pendenza di $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale. Nella discesa, lunga l e che fa scendere il corpo di un'altezza h, viene dissipata metà dell'energia potenziale iniziale $U = mgh$.
Calcolare il coefficiente d'attrito dinamico μ_d tra il corpo ed il piano inclinato.

i) $\mu_d =$ $\frac{1}{2} \operatorname{tg}\vartheta$ ii) $\mu_d =$ 0,29

2) Un fluido viscoso di viscosità $\eta = 6.5 \cdot 10^{-4}$ Pa·s scorre da sinistra a destra all'interno di un tubo di raggio $R = 10$ cm e lunghezza $l = 0.5$ m. Una estremità del tubo riceve il fluido a pressione $p = 2.0$ atm, mentre l'altra estremità lo fa uscire in un ambiente esposto alla pressione atmosferica $p_0 = 1.0$ atm [Figura (a)]



a) Calcolare la portata Q del flusso, supposto stazionario e non turbolento:

i) $Q = \frac{\pi}{8} \frac{R^4}{\eta} \frac{(p-p_0)}{l}$ ii) $Q =$ $1{,}22 \cdot 10^4$ m^3/s

b) Successivamente, sulla estremità del tubo che era inizialmente esposta alla pressione atmosferica, viene innestato un secondo tubo, di raggio $R' = R/2$ e lunghezza $l' = l/2$, di modo che ora *è l'estremità destra del secondo* tubo a fare uscire il liquido nell'ambiente esposto alla pressione atmosferica p_0 [Figura (b)]. Calcolare la nuova portata Q' del flusso, supposto stazionario e non turbolento:

i) $Q' =$ $\frac{1}{9} Q$ ii) $Q' =$ $1{,}36 \cdot 10^3$ m^3/s

3) Un cubetto di ottone di massa m_1 = 800 g inizialmente alla temperatura T_1 = 100 °C viene posto in un contenitore, esso pure di ottone, di massa m_2 = 200 g, che contiene m_a = 320 g di acqua. Il contenitore di ottone e l'acqua in esso contenuta si trovano inizialmente alla temperatura T_2 = 20 °C. Il sistema così formatosi raggiunge, dopo un certo periodo di tempo, l'equilibrio termico, alla temperatura T_{eq} = 34.5 °C.

Assumendo il sistema isolato dall'ambiente circostante, calcolare:

a) Il calore Q_a necessario a innalzare la temperatura dell'acqua da T_2 = 20 °C a T_{eq} = 34.5 °C

i) $Q_a = m_a c_a (T_{eq} - T_2)$ ii) Q_a = 19,42 kJ

b) Il calore specifico c dell'ottone:

i) $c = \frac{Q_a}{m_1(T_1 - T_{eq}) - m_2(T_{eq} - T_2)}$ ii) c = 0,39 $\frac{J}{g\,°C}$

4) Due sferette conduttrici uguali di raggio molto piccolo (trascurabile rispetto alle distanze citate di seguito) portano rispettivamente le cariche $q_1 = 5.0 \cdot 10^{-14}$ C e $q_2 = -6.0 \cdot 10^{-14}$ C. Calcolare:

a) L'intensità della forza F_a se i centri delle sfere si trovano ad una distanza d_a = 20 cm.

i) $F_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d_a^2}$ ii) $F_a = 6,75 \cdot 10^{-16}$ N

b) L'intensità della forza F_b se i centri delle sfere si trovano ad una distanza d_b = 50 cm.

i) $F_b = F_a \left(\frac{d_a}{d_b}\right)^2 = \frac{4}{25} F_a$ ii) $F_b = 1,08 \cdot 10^{-16}$ N

c) L'intensità della forza F_c se i centri delle sfere si trovano ancora ad una distanza d_b = 50 cm,

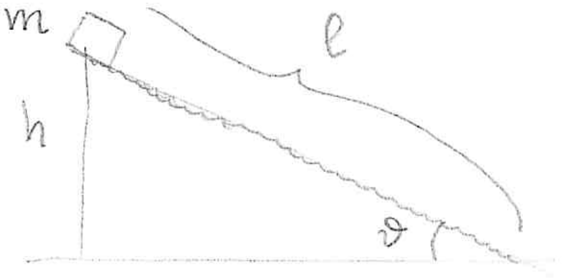
ma le sfere vengono collegate tra loro da un sottile filo metallico.

i) $F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(q')^2}{d_b^2}$ ii) $F_c = 9 \cdot 10^{-19}$ N

con $q' = \frac{1}{2}(q_1 + q_2) = 0,5 \cdot 10^{-14}$ C

In ciascuno dei tre casi specificare inoltre se le forze F_a, F_b, Fc sono attrattive o repulsive.

(1)

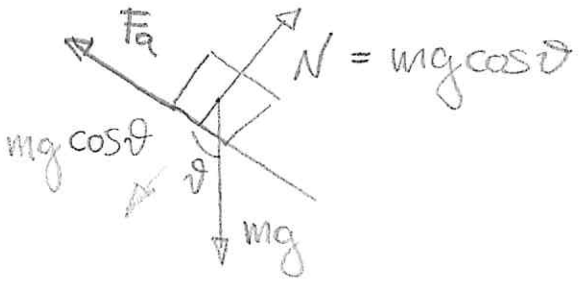


$h = \ell \,\text{sen}\,\vartheta$

$U = mgh$

$\frac{1}{2}U$ viene dissipato dall'attrito: $\mathcal{L}a = -\frac{1}{2}U$ (1)

Per calcolare il lavoro $\mathcal{L}a$ della forza d'attrito $\vec{F_a}$:



$F_a = \mu_d N = \mu_d \, mg\cos\vartheta$

$$\mathcal{L}a = -F_a \cdot \ell = -\mu_d \, mg\cos\vartheta \cdot \ell \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2}U = -\frac{1}{2}mgh = -\frac{1}{2}mg\,\ell\,\text{sen}\,\vartheta \quad (3)$$

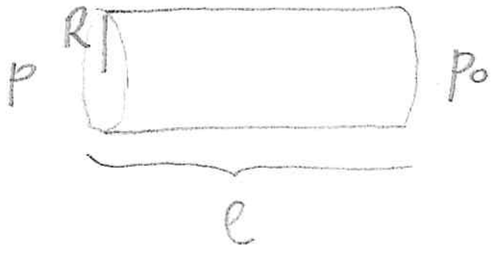
Mettendo insieme (1), (2), e (3):

$$\cancel{-}\mu_d \, \cancel{mg}\cos\vartheta \cdot \cancel{\ell} = \cancel{-}\frac{1}{2}\cancel{mg}\cancel{\ell}\,\text{sen}\,\vartheta$$

$$\mu_d = \frac{1}{2}\frac{\text{sen}\,\vartheta}{\cos\vartheta} = \frac{1}{2}\text{tg}\,\vartheta = \frac{1}{2}\text{tg}\,30° = 0{,}29$$

(2)

a)



$R = 0{,}10\ m$
$\ell = 0{,}5\ m$
$p = 2{,}0\ atm$
$p_0 = 1{,}0\ atm$
$1\ atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$

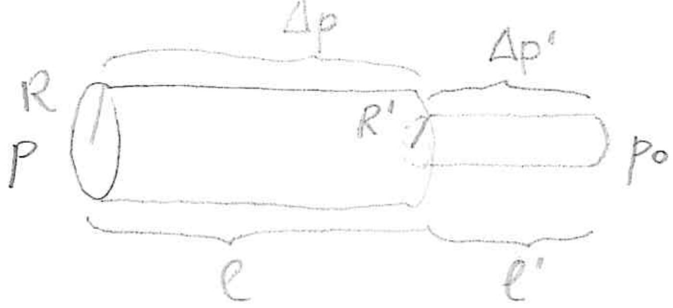
$$Q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{\eta} \cdot \frac{(p - p_0)}{\ell}$$

$$= \frac{\pi}{8} \frac{(0{,}10\,m)^4}{6.5 \cdot 10^{-4}\ \cancel{Pa} \cdot s} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{Pa}}{0{,}5\ m}$$

$$= \frac{\pi}{8} \frac{\cancel{10^{-4}}\ \cancel{m^4}}{6.5 \cdot \cancel{10^{-4}}\ s} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5}{0{,}5\ \cancel{m}}$$

$$= 1{,}22 \cdot 10^4\ \frac{m^3}{s}$$

b)



$R' = R/2$
$\ell' = \ell/2$

Essendo in presenza di flusso stazionario, la portata Q' è la stessa, sia per il primo che per il secondo tubo. Per entrambi posso applicare Poiseville:

$$(1) \quad Q' = \frac{\pi}{8} \frac{R^4}{\eta} \frac{\Delta p}{\ell}$$

$$(2) \quad Q' = \frac{\pi}{8} \frac{R'^4}{\eta} \frac{\Delta p'}{\ell'} = \frac{\pi}{8} \frac{(R/2)^4}{\eta} \frac{\Delta p'}{(\ell/2)} = \frac{1}{8} \frac{\pi}{8} \frac{R^4}{\eta} \frac{\Delta p'}{\ell}$$

Dal confronto di (1) e (2) si trova $\Delta p = \frac{1}{8} \Delta p'$

Quindi, detta p_x la pressione dopo il primo tubo ($1\,atm < p_x < 2\,atm$), si ha:

$$\begin{cases} \Delta p = p - p_x \\ \Delta p' = p_x - p_0 \\ \Delta p = \frac{1}{8}\Delta p' \end{cases}$$

$$p - p_x = \frac{1}{8}(p_x - p_0)$$

$$8(p - p_x) = p_x - p_0$$

$$8p - 8p_x - p_x + p_0 = 0$$

$$9p_x = 8p + p_0 = 17\,atm \qquad p_x = \frac{17}{9}\,atm$$

Da cui infine

$$\Delta p = p - p_x = 2\,atm - \frac{17}{9}\,atm = \frac{1}{9}\,atm \qquad (3)$$

$$\Delta p' = p_x - p_0 = \left(\frac{17}{9} - 1\right)atm = \frac{8}{9}\,atm \qquad (4)$$

Sostituendo la (3) nella (1), o equivalentemente la (4) nella (2), si ha:

$$Q' = \frac{\pi}{8}\frac{R^4}{\eta}\frac{\Delta p}{l} = \frac{\pi}{8}\frac{R^4}{\eta}\frac{1}{l}\cdot\frac{1}{9}\,atm = \frac{1}{9}\,Q = 1{,}36 \cdot 10^3\ \frac{m^3}{s}$$

NOTA: mi scuso per il valore poco realistico delle portate Q e Q', dovuto ad una scelta infelice dei dati iniziali.

2b) Soluzione alternativa

Si può notare come la legge di Poiseville sia formalmente simile alla legge di Ohm

$$Q = \underbrace{\frac{\pi}{8}\frac{R^4}{\eta}\frac{1}{\ell}}_{1/\mathcal{R}}\Delta p \qquad\qquad I = \frac{\Delta V}{R}$$

dove Q corrisponde a I
Δp " " ΔV
$\mathcal{R}$ corrisponde a R (resistenza)

Sfruttando questa analogia, i due tubi in Figura b possono essere considerati due "resistenze" in serie, per cui

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R} + \mathcal{R}'$$

con $\mathcal{R} = \dfrac{8\eta\ell}{\pi R^4}$ e $\mathcal{R}' = \dfrac{8\eta\ell'}{\pi R'^4} = \dfrac{8\eta\, \ell/2}{\pi\left(R/2\right)^4} = 8\mathcal{R}$

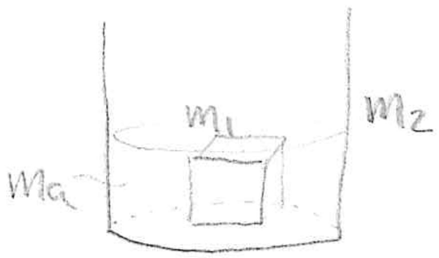
Quindi $\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R} + \mathcal{R}' = \mathcal{R} + 8\mathcal{R} = 9\mathcal{R}$

La portata che attraversa i due tubi in serie è quindi:

$$Q' = \frac{(p-p_0)}{\mathcal{R}_{eq}} = \frac{(p-p_0)}{9\mathcal{R}} = \frac{1}{9}\,\frac{\pi}{8}\,\frac{R^4}{\eta}\,\frac{(p-p_0)}{\ell} = \frac{1}{9}Q$$

Questo metodo consente di calcolare Q' senza dover prima stimare la pressione incognita p_x.

(3)



$m_1 = 800\ g$ $\quad T_1 = 100\ °C$

$m_2 = 200\ g$ $\quad T_2 = 20\ °C$

$m_a = 320\ g$ $\quad T_{eq} = 34{,}5\ °C$

m_1 si raffredda da T_1 a T_{eq}

m_2 e m_a si scaldano da T_2 a T_{eq}

a) Il calore Q_a può essere calcolato immediatamente:

$$Q_a = m_a c_a (T_{eq} - T_2)$$

$$\overset{!}{=} 320\ \cancel{g} \cdot 4{,}1855 \frac{J}{\cancel{g}\,\cancel{°C}} (14{,}5\ \cancel{°C}) = 19{,}42\ kJ$$

b) Per determinare il calore specifico dell'ottone c si deve considerare che il calore Q_1 ceduto da m_1

$$Q_1 = m_1 c (T_1 - T_{eq})$$

è pari alla somma di Q_2 (calore acquisito da m_2) e di Q_a (calore acquisito dall'acqua)

$$Q_1 = Q_2 + Q_a$$

$$m_1 c (T_1 - T_{eq}) = m_2 c (T_{eq} - T_2) + \underbrace{m_a c_a (T_{eq} - T_2)}_{Q_a = 19{,}42}$$

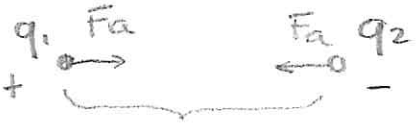
$$c \left[m_1 (T_1 - T_{eq}) - m_2 (T_{eq} - T_2) \right] = Q_a$$

$$c = \frac{Q_a}{m_1 (T_1 - T_{eq}) - m_2 (T_{eq} - T_2)} = \frac{19{,}42\ kJ}{800g\ 65{,}5\ °C - 200g \cdot 14{,}5\ °C}$$

$$\overset{!}{=} 0{,}39 \frac{J}{g\ °C}$$

(4) $q_1 = 5{,}0 \cdot 10^{-14}\ C$

$q_2 = -6{,}0 \cdot 10^{-14}\ C$

a) 

$d_a = 20\ cm = 0{,}20\ m$

Fa è attrattiva (cariche di segno opposto)

$$F_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d_a^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cancel{m^2}}{\cancel{C^2}} \cdot \frac{30{,}0 \cdot 10^{-28}\ \cancel{C^2}}{4 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^2}} = 6{,}75 \cdot 10^{-16}\ N$$

b) 

$d_b = 50\ cm = 0{,}50\ m$

Fb è attrattiva

$$F_b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d_b^2} = F_a\left(\frac{d_a}{d_b}\right)^2 = F_a\left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1{,}08 \cdot 10^{-16}\ N$$

c) Il filo metallico consente alle cariche presenti sulle due sfere di spostarsi dall'una all'altra e ricombinarsi. Alla fine, la carica $q_1 + q_2 = -1{,}0 \cdot 10^{-14}\ C$ (residua, ovvero che non si è ricombinata) si distribuisce simmetricamente.
Entrambe le sfere avranno cioè carica $q' = -0{,}5 \cdot 10^{-14}\ C$.
La forza sarà repulsiva (cariche uguali)

$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q')^2}{d_b^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}\ \frac{(\cancel{0{,}5} \cdot 10^{-14}\ C)^2}{(\cancel{0{,}5}\ m)^2} = 9 \cdot 10^{-19}\ N$$