

b) La forza F_B esercitata dalla traversa B sull'asse del trampolino:

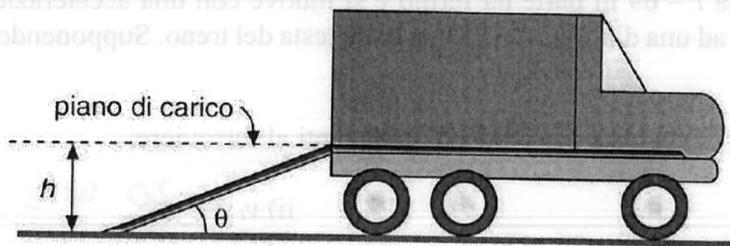
i) $F_B = 3Mg + \frac{3}{2}mg$ ii) $F_B = 2,35 \text{ kN}$

c) Specificare inoltre se le traverse sono tese o compresse, rispettivamente:

Traversa A: tesa compressa

Traversa B: tesa compressa

3) Una cassa di massa $m = 45 \text{ kg}$ deve essere caricata su un furgone. A tal fine si dispone, tra il suolo ed il piano di carico, la cui altezza da terra è $h = 90 \text{ cm}$, una tavola di lunghezza l , inclinata dell'angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto ad un piano orizzontale (vedi figura). Quindi, un operaio spinge la cassa con una forza F_o parallela al piano inclinato, in modo da farle percorrere tutto il piano inclinato a velocità costante. Sapendo che il coefficiente di attrito tra la cassa e la superficie della tavola è $\mu = 0.20$, determinare:



a) Il modulo della forza F_o :

i) $F_o = mg(\mu \cos \theta + \sin \theta)$ ii) $F_o = 297 \text{ N}$

b) Il lavoro L_a della forza d'attrito F_a :

i) $L_a = -\mu mgh \operatorname{ctg} \theta$ ii) $L_a = -137 \text{ J}$

c) Il lavoro L_o svolto dall'operaio:

i) $L_o = -L_a + mgh$ ii) $L_o = 534 \text{ J}$

d) La potenza P_o erogata dall'operaio se la cassa viene spostata alla velocità costante di $v = 20 \text{ cm/s}$:

i) $P_o = F_o \cdot v$ ii) $P_o = 59,4 \text{ W}$

b) La forza F_B esercitata dalla traversa B sull'asse del trampolino:

i) $F_B = 3Mg + \frac{3}{2} mg$

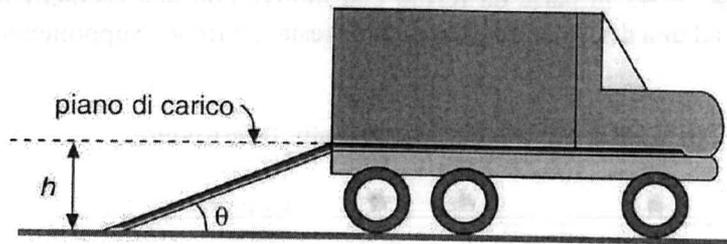
ii) $F_B = 2,66 \text{ kN}$

c) Specificare inoltre se le traverse sono tese o compresse, rispettivamente:

Traversa A: tesa compressa

Traversa B: tesa compressa

3) Una cassa di massa $m = 55 \text{ kg}$ deve essere caricata su un furgone. A tal fine si dispone, tra il suolo ed il piano di carico, la cui altezza da terra è $h = 80 \text{ cm}$, una tavola di lunghezza l , inclinata dell'angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto ad un piano orizzontale (vedi figura). Quindi, un operaio spinge la cassa con una forza F_o parallela al piano inclinato, in modo da farle percorrere tutto il piano inclinato a velocità costante. Sapendo che il coefficiente di attrito tra la cassa e la superficie della tavola è $\mu = 0,18$, determinare:



a) Il modulo della forza F_o :

i) $F_o = mg (\mu \cos \theta + \sin \theta)$

ii) $F_o = 354 \text{ N}$

b) Il lavoro L_a della forza d'attrito F_a :

i) $L_a = -\mu mgh \operatorname{ctg} \theta$

ii) $L_a = -134 \text{ J}$

c) Il lavoro L_o svolto dall'operaio:

i) $L_o = -L_a + mgh$

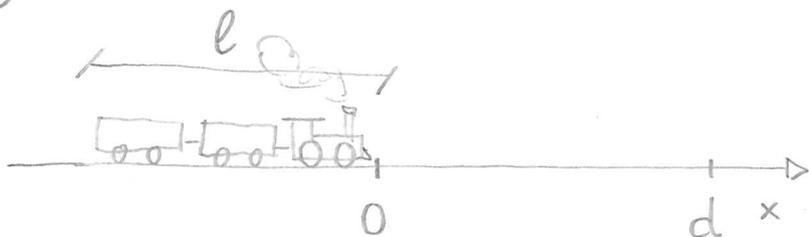
ii) $L_o = 566 \text{ J}$

d) La potenza P_o erogata dall'operaio se la cassa viene spostata alla velocità costante di $v = 18 \text{ cm/s}$:

i) $P_o = F_o \cdot v$

ii) $P_o = 63,6 \text{ W}$

①



Facendo riferimento alla testa del treno:

$$v_0 = 0$$

$$x_0 = 0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = at$$

$$v^2 = 2a\Delta x$$

- d) La testa del treno passa davanti al ferroviere dopo che il treno ha viaggiato per una distanza d :

$$v_t^2 = 2ad$$

$$v_t = \sqrt{2ad}$$

$$\textcircled{A} \quad v_t = \sqrt{2 \cdot 2,0 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m}}$$

$$= 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\textcircled{B} \quad v_t = \sqrt{2 \cdot 1,0 \text{ m/s}^2 \cdot 200 \text{ m}}$$

$$= 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b) La coda del treno passa davanti al ferroviere dopo che il treno ha viaggiato per una distanza $(d+l)$

$$v_c^2 = 2a(d+l)$$

$$v_c = \sqrt{2a(d+l)}$$

$$\textcircled{A} \quad v_c = \sqrt{2 \cdot 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 169 \text{ m}}$$

$$= 26 \text{ m/s}$$

$$\textcircled{B} \quad v_c = \sqrt{2 \cdot 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 242 \text{ m}}$$

$$= 22 \text{ m/s}$$

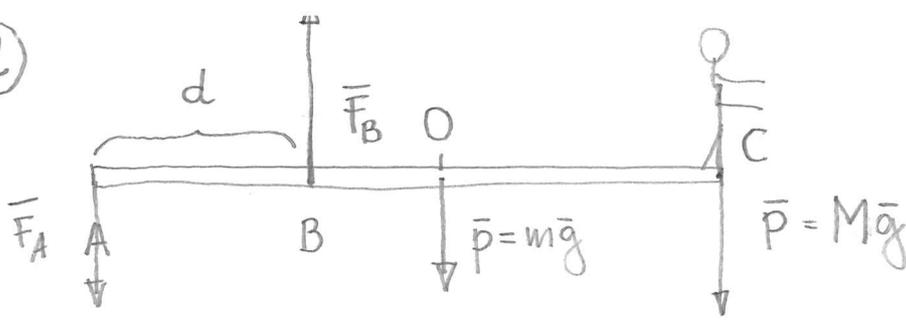
- c) Si ha che: $v_c = v_t + a\Delta t$

$$\Delta t = \frac{v_c - v_t}{a}$$

$$\textcircled{A} \quad \Delta t = \frac{26 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{2 \text{ m/s}^2} = 3 \text{ s}$$

$$\textcircled{B} \quad \Delta t = \frac{22 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{1 \text{ m/s}^2} = 2 \text{ s}$$

②



$$l = 4,5 \text{ m}$$

$$d = \frac{1}{3} l$$

$$AO = OC = \frac{1}{2} l$$

$$BO = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) l = \frac{1}{6} l$$

→ Forze agenti sull'asse del trampolino:

$p = mg$ peso dell'asse, applicata al baricentro O

$\bar{P} = Mg$ peso del tuffatore, applicato all'estremo C

\bar{F}_A esercitata dalla traversa A e ipotizzata verso il basso

\bar{F}_B " " " B " " " l'alto

Le ipotesi sul verso di \bar{F}_A e \bar{F}_B saranno confermate solo se troveremo valori positivi per i moduli F_A e F_B . Se invece dovessimo trovare valori negativi, i versi corrispondenti andrebbero cambiati.

→ Statica:

$$\begin{cases} \sum \bar{F} = 0 & (\downarrow) F_A + p + P = F_B \quad (1) \\ \sum \bar{M} = 0 & (\odot) F_A \frac{1}{2} l = F_B \frac{1}{3} l + P \frac{1}{2} l \quad (2) \end{cases}$$

(calcolati rispetto a O)

$$\begin{cases} F_A = F_B - (p + P) \\ F_A = \frac{1}{3} F_B + P \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{3} F_B + P = F_B - (p + P) \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{3} F_B = 2P + p \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_B = \frac{3}{2} (2P + p) \\ F_A = \frac{1}{3} \left[\frac{3}{2} (2P + p) \right] + P \end{cases} \quad \begin{cases} F_B = 3P + \frac{3}{2} p \\ F_A = \frac{1}{2} (2P + p) + P = 2P + \frac{1}{2} p \end{cases}$$

Poiché troviamo valori positivi per F_A e F_B le nostre ipotesi sono corrette. Per il III principio, questo implica pure che la traversa A è tesa, mentre la traversa B è compressa.

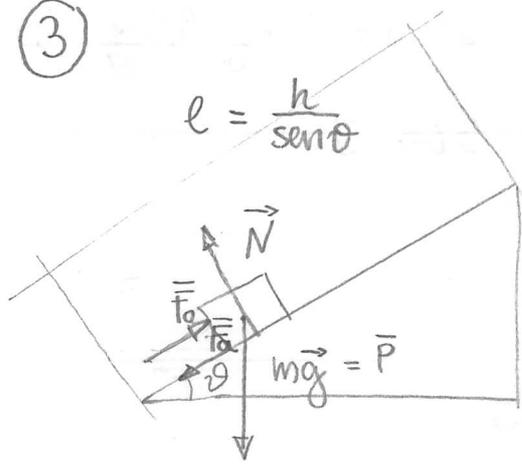
→ Soluzione numerica

① $F_A = (2 \cdot 68 \text{ kg} + \frac{1}{2} \cdot 24^{12} \text{ kg}) g = 1,45 \text{ kN}$ $F_A = \dots = 1,65 \text{ kN}$

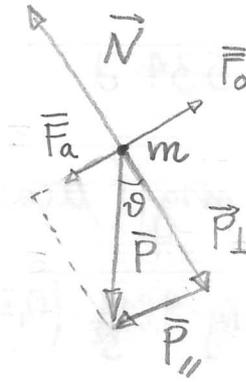
② $F_B = (3 \cdot 68 \text{ kg} + \frac{3}{2} \cdot 24^{12} \text{ kg}) g = 2,35 \text{ kN}$ $F_B = \dots = 2,66 \text{ kN}$

3)

$$l = \frac{h}{\sin\theta}$$



$$h = l \sin\theta$$



In particolare, per:

$$\theta = 30^\circ$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

a) $P = mg$

$$P_{//} = mg \sin\theta$$

$$P_{\perp} = mg \cos\theta$$

$$N = P_{\perp} \quad F_a = \mu N = \mu mg \cos\theta$$

La forza \vec{F}_0 deve essere tale da bilanciare le forze che tendono a far scivolare all'indietro la cassa: (perché \vec{v} è costante \Rightarrow per il secondo principio, $\Sigma \vec{F} = 0$)

$$F_0 = F_a + P_{//} = \mu mg \cos\theta + mg \sin\theta = mg (\mu \cos\theta + \sin\theta)$$

(A) $F_0 = 45 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(0,20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = 297 \text{ N}$

(B) $F_0 = 55 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(0,18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = 354 \text{ N}$

b) $d_a = -F_a \cdot l = -\mu mg l \cos\theta = -\frac{\mu mgh}{\tan\theta}$

(A) $d_a = \frac{-0,20 \cdot 45 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot 0,90 \text{ m}}{1/\sqrt{3}} = -137 \text{ J}$

(B) $d_a = \frac{-0,18 \cdot 55 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot 0,80 \text{ m}}{1/\sqrt{3}} = -134 \text{ J}$

c) $d_o = F_0 \cdot l = mg l (\mu \cos\theta + \sin\theta) = -d_a + mgh$

(Lo stesso risultato si poteva trovare imponendo $d_{TOT} = \Delta K = 0$, con $d_{TOT} = d_o + d_a + d_g = d_o + d_a - \Delta U_g = d_o + d_a - mgh = 0$)

$$\textcircled{A} \quad l_0 = 137 \text{ J} + 45 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,9 \text{ m} \quad \textcircled{B} \quad l_0 = 134 \text{ J} + 55 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,8 \text{ m}$$

$$= 534 \text{ J} \qquad \qquad \qquad = 566 \text{ J}$$

$$d) \quad P_0 = F_0 \cdot v = mg (\mu \cos \theta + \sin \theta) \cdot v$$

$$\textcircled{A} \quad P_0 = 45 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(0,20 \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) \cdot 0,20 \text{ m/s}$$

$$= 59,4 \text{ W}$$

$$\textcircled{B} \quad P_0 = 55 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(0,18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) \cdot 0,18 \text{ m/s}$$

$$= 63,6 \text{ W}$$

In alternativa, si poteva calcolare il tempo necessario a compiere il lavoro, $\Delta t = \frac{l}{v}$ e poi calcolare $P_0 = \frac{l_0}{\Delta t}$. Il risultato ovviamente non cambia:

$$P_0 = \frac{l_0}{\Delta t} = \frac{mgl (\mu \cos \theta + \sin \theta)}{l/v} = mg (\mu \cos \theta + \sin \theta) v$$