A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche
A.A. 2019/2020 – Corso di Fisica
II Prova Scritta Parziale in Itinere - 12.12.2019

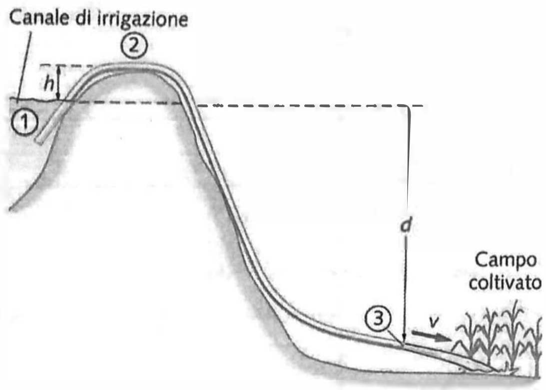
Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un sifone artificiale è un dispositivo che permette all'acqua di fluire da un livello ad un altro. Il sifone mostrato in figura è costituito da un tubo a sezione costante che trasporta l'acqua da un canale di irrigazione fino ad un campo coltivato. Per rendere operativo il sifone, il tubo deve essere preventivamente riempito d'acqua, lungo tutta la sua lunghezza (ad esempio mediante una pompa). Dopo che il flusso è partito in questo modo, esso continua spontaneamente.
Nella situazione in figura, l'acqua esce dal sifone con velocità v = 6.0 m/s.



Con riferimento alla figura:
(1), (2) e (3) rappresentano 3 punti di riferimento collocati rispettivamente:
(1) *all'esterno* del tubo, in prossimità della superficie del canale.
(2) in corrispondenza della sezione del tubo nel punto più alto.
(3) in corrispondenza della sezione di uscita del tubo, alla sua estremità inferiore.

Trascurando l'eventuale moto dell'acqua nel canale e la viscosità dell'acqua, ed assumendo un flusso stazionario nel sifone:

a) Calcolare il dislivello in discesa d

i) d = $v^2/2g$ ii) d = 1,84 m

Un eccessivo dislivello in salita h può fermare il flusso dell'acqua nel sifone. In particolare, il flusso si ferma se nel punto (2) la pressione scende al valore critico p_c = 2.3 kPa.

b) Determinare il valore massimo di dislivello in salita, h_c, che porterebbe la pressione in (2) al valore critico p_c , bloccando il flusso nel sifone:

i) h_c = $(p_0-p_c)/\rho g$ - d ii) h_c = 10,1 m - 1.84 m = 8.26 m

2) Un recipiente di alluminio di massa $m_{Al} = 400$ g contiene $m_a = 600$ g d'acqua e $m_g = 200$ g di ghiaccio. Tutto il sistema si trova a $T_0 = 0$ °C in equilibrio termico e si può assumere isolato dall'ambiente circostante. Il calore specifico dell'alluminio vale $c_{Al} = 910$ J / (kg °C) , quello dell'acqua (naturalmente) vale $c_a = 4186$ J / (kg °C) mentre il calore latente di fusione del ghiaccio vale $K = 335$ kJ / kg.

a) In un primo momento, viene ceduto al sistema il calore $Q_1 = 5.0 \cdot 10^3$ J. Calcolare la massa m_f di ghiaccio che si fonde:

i) $m_f =$ Q_1/K ii) $m_f =$ 14,9 g

b) In un secondo momento, viene ceduto al sistema il calore Q_2, in modo da fondere tutto il ghiaccio residuo. Calcolare Q_2:

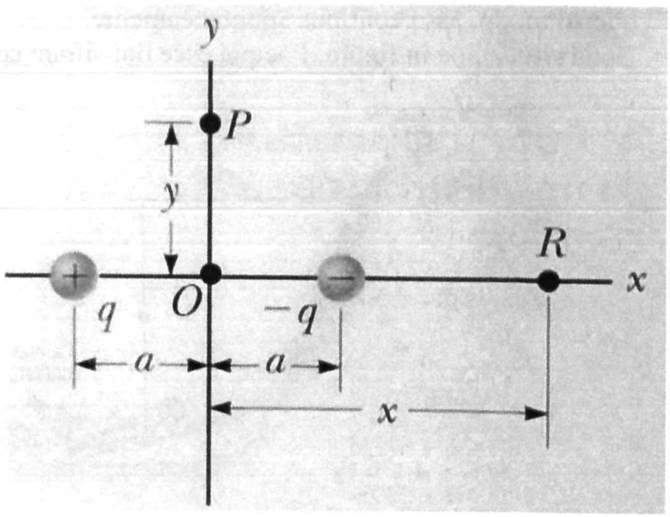
i) $Q_2 =$ $K m_g - Q_1$ ii) $Q_2 =$ 62 kJ

c) Se allo stato iniziale si fosse invece ceduto al sistema il calore $Q_3 = 100.0 \cdot 10^3$ J, quale sarebbe stata la temperatura finale T_F del sistema?

i) $T_F = \dfrac{Q_3 - (Q_2 + Q_1)}{c_{Al}\, m_{Al} + c_a (m_a + m_g)}$ ii) $T_F =$ 8,89 °C

3)

Un dipolo elettrico è costituito da due cariche uguali $q = 1.0$ nC e di segno opposto separate da una distanza $2a$, con $a = 1.0$ cm. Si considera un sistema di riferimento in cui il dipolo risulta disposto lungo l'asse x e simmetrico rispetto all'origine O, con la carica negativa posta sul semiasse positivo dell'asse x (vedi figura).



Il punto P si trova a distanza $y = 1.5$ cm dall'origine lungo l'asse y, mentre il punto R si trova a distanza $x = 2.5$ cm dall'origine lungo l'asse x.

Calcolare (specificando per il campo elettrico intensità, direzione e verso):

a) Il potenziale elettrico V_O ed il campo elettrico $\boldsymbol{E_O}$ nell'origine O:

i) $V_O =$ 0 ii) $V_O =$ 0 V

i) $\boldsymbol{E_O} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{2q}{a^2}\, \hat{i}$ ii) $\boldsymbol{E_O} = 1{,}8 \cdot 10^5 \ \frac{N}{C}\, \hat{i}$

b) Il potenziale elettrico V_P ed il campo elettrico $\boldsymbol{E_P}$ nel punto P:

i) $V_P =$ 0 ii) $V_P =$ 0 V

i) $\boldsymbol{E_P} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{2aq}{(a^2+y^2)^{3/2}}\, \hat{i}$ ii) $\boldsymbol{E_P} = 3{,}07 \cdot 10^4 \ \frac{N}{C}\, \hat{i}$

c) Il potenziale elettrico V_R ed il campo elettrico $\boldsymbol{E_R}$ nel punto R:

i) $V_R = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{2qa}{x^2 - a^2}$ ii) $V_R = -3{,}43 \cdot 10^2$ V

i) $\boldsymbol{E_R} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q \left[\dfrac{1}{(x+a)^2} - \dfrac{1}{(x-a)^2} \right] \hat{i}$ ii) $\boldsymbol{E_R} = -3{,}26 \cdot 10^4 \ \frac{N}{C}\, \hat{i}$

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche
A.A. 2019/2020 – Corso di Fisica
II Prova Scritta Parziale in Itinere - 12.12.2019

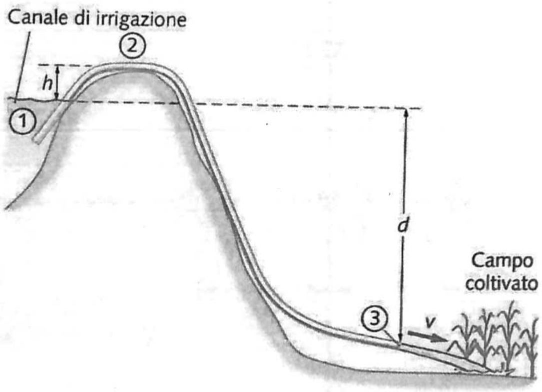
Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un sifone artificiale è un dispositivo che permette all'acqua di fluire da un livello ad un altro. Il sifone mostrato in figura è costituito da un tubo a sezione costante che trasporta l'acqua da un canale di irrigazione fino ad un campo coltivato. Per rendere operativo il sifone, il tubo deve essere preventivamente riempito d'acqua, lungo tutta la sua lunghezza (ad esempio mediante una pompa). Dopo che il flusso è partito in questo modo, esso continua spontaneamente.
Nella situazione in figura, l'acqua esce dal sifone con velocità $v = 5.0$ m/s.



Con riferimento alla figura:
(1), (2) e (3) rappresentano 3 punti di riferimento collocati rispettivamente:
(1) *all'esterno* del tubo, in prossimità della superficie del canale.
(2) in corrispondenza della sezione del tubo nel punto più alto.
(3) in corrispondenza della sezione di uscita del tubo, alla sua estremità inferiore.

Trascurando l'eventuale moto dell'acqua nel canale e la viscosità dell'acqua, ed assumendo un flusso stazionario nel sifone:

a) Calcolare il dislivello in discesa d

i) $d =$ $v^2/2g$ ii) $d =$ 1,28 m

Un eccessivo dislivello in salita h può fermare il flusso dell'acqua nel sifone. In particolare, il flusso si ferma se nel punto (2) la pressione scende al valore critico $p_c = 2.3$ kPa.

b) Determinare il valore massimo di dislivello in salita, h_c, che porterebbe la pressione in (2) al valore critico p_c, bloccando il flusso nel sifone:

i) $h_c =$ $(p_0 - p_c)/\rho g$ - d ii) $h_c =$ 10,1 m - 1.28 m = 8.82 m

2) Un recipiente di alluminio di massa m_{Al} = 500 g contiene m_a = 450 g d'acqua e m_g = 250 g di ghiaccio. Tutto il sistema si trova a T_0 = 0 °C in equilibrio termico e si può assumere isolato dall'ambiente circostante. Il calore specifico dell'alluminio vale c_{Al} = 910 J / (kg °C) , quello dell'acqua (naturalmente) vale c_a = 4186 J / (kg °C) mentre il calore latente di fusione del ghiaccio vale K = 335 kJ / kg.

a) In un primo momento, viene ceduto al sistema il calore Q_1 = 10·kJ. Calcolare la massa m_f di ghiaccio che si fonde:

i) m_f = Q_1/K ii) m_f = 29,8 g

b) In un secondo momento, viene ceduto al sistema il calore Q_2, in modo da fondere tutto il ghiaccio residuo. Calcolare Q_2:

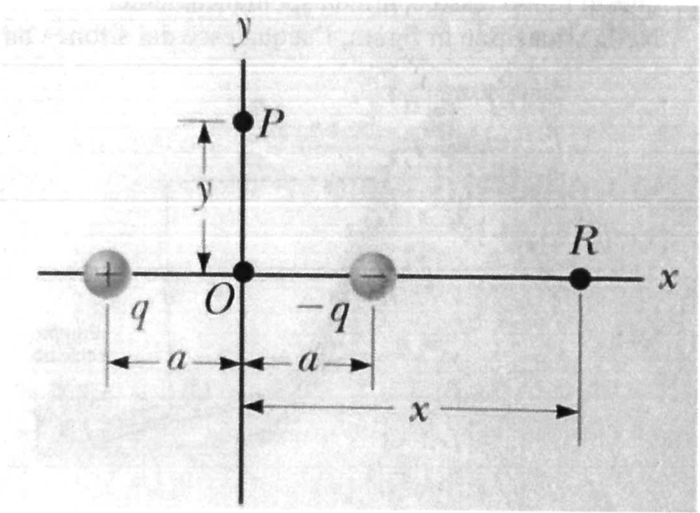
i) Q_2 = $Km_g - Q_1$ ii) Q_2 = 73,75 kJ

c) Se allo stato iniziale si fosse invece ceduto al sistema il calore Q_3 = 150·kJ, quale sarebbe stata la temperatura finale T_F del sistema?

i) T_F = $\dfrac{Q_3 - (Q_2+Q_1)}{c_{Al} m_{Al} + c_a(m_a+m_g)}$ ii) T_F = 22,5 °C

3)

Un dipolo elettrico è costituito da due cariche uguali q = 1.5 nC e di segno opposto separate da una distanza $2a$, con a = 2.0 cm. Si considera un sistema di riferimento in cui il dipolo risulta disposto lungo l'asse x e simmetrico rispetto all'origine O, con la carica negativa posta sul semiasse positivo dell'asse x (vedi figura).



Il punto P si trova a distanza y = 3.0 cm dall'origine lungo l'asse y, mentre il punto R si trova a distanza x = 5.0 cm dall'origine lungo l'asse x.

Calcolare (specificando per il campo elettrico intensità, direzione e verso):

a) Il potenziale elettrico V_O ed il campo elettrico $\mathbf{E_O}$ nell'origine O:

i) V_O = 0 ii) V_O = 0 V

i) $\mathbf{E_O}$ = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{a^2}\hat{i}$ ii) $\mathbf{E_O}$ = $6{,}75\cdot10^4 \frac{N}{C}\hat{i}$

b) Il potenziale elettrico V_P ed il campo elettrico $\mathbf{E_P}$ nel punto P:

i) V_P = 0 ii) V_P = 0 V

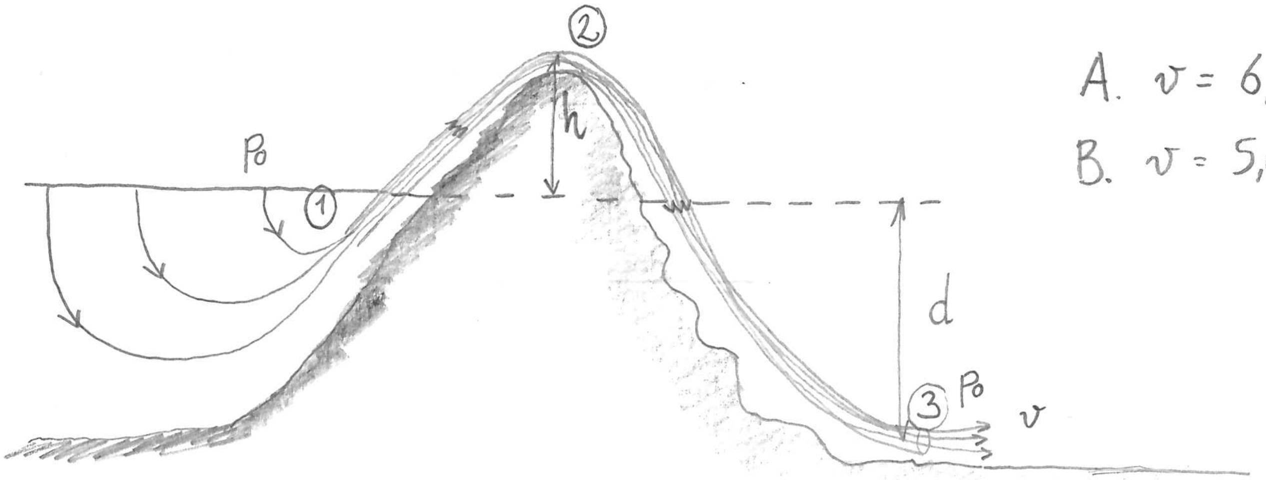
i) $\mathbf{E_P}$ = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qa}{(a^2+y^2)^{3/2}}$ ii) $\mathbf{E_P}$ = $1{,}15\cdot10^4 \frac{N}{C}\hat{i}$

c) Il potenziale elettrico V_R ed il campo elettrico $\mathbf{E_R}$ nel punto R:

i) V_R = $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qa}{x^2-a^2}$ ii) V_R = $-2{,}57\cdot10^2$ V

i) $\mathbf{E_R}$ = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q\left[\frac{1}{(x+a)^2}-\frac{1}{(x-a)^2}\right]\hat{i}$ ii) $\mathbf{E_R}$ = $-1{,}22\cdot10^4 \frac{N}{C}\hat{i}$

1



A. $v = 6{,}0$ m/s

B. $v = 5{,}0$ m/s

→ Prendiamo come altezza 0 il pelo dell'acqua nel canale. Rispetto ad esso il punto 2 si trova a $+h$ ed il punto 3 si trova a $-d$.

→ Si osserva che in 1 il flusso dell'acqua è molto lento, per cui $v_1 \to 0$.

a) Applico Bernoulli tra 1 e 3. Entrambi sono a pressione p_0

$$\cancel{p_0} = \cancel{p_0} - \rho g d + \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho} v^2 = \cancel{\rho} g d$$

$$v = \sqrt{2gd} \qquad \text{(teorema di Torricelli)}$$

$$d = \frac{v^2}{2g}$$

A. $d = \dfrac{(6{,}0\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = \dfrac{18}{9{,}8}\ \text{m} = 1{,}84\ \text{m}$

B. $d = \dfrac{(5{,}0\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = \dfrac{25}{19{,}6}\ \text{m} = 1{,}28\ \text{m}$

b) Applico Bernoulli tra 1 e 2. Devo immaginare 2 all'altezza critica h_c per cui il flusso si ferma in 2 e $p_2 = p_c$.

$$p_0 = p_c + \rho g h_c$$

$$h_c = \frac{p_0 - p_c}{\rho g} = \frac{(101{,}3 - 2{,}3)\ \text{kPa}}{10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10{,}1\ \text{m}$$

NO!
Soluzione Sbagliata!
VEDI *NOTA ->

* NOTA :

questa soluzione <u>non è coerente</u> e secondo me non è nemmeno corretta.. L'incoerenza deriva da aver supposto che il flusso si ferma in 2, ovvero $v_2 \to 0$.
Poiché il sifone ha sezione costante si ha infatti:

$$Q_2 = Q_3 \qquad \text{(eq. di continuità)}$$

$$\cancel{A_2} v_2 = \cancel{A_3} v \qquad A_2 = A_3 \ \text{(sezione costante)}$$

$$v_2 = v$$

Se $v_2 \to 0$, allora anche $v_3 \to 0$, ma allora $p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2$ diventa, rispettivamente:

$$\left.\begin{array}{ll} ① & p_0 \\ ② & p_c + \rho g h_c \\ ③ & p_0 - \rho g d \end{array}\right\} (I)$$

si nota subito che ① e ③ non sono coerenti **
(vedi NOTA SULLA NOTA →)

In effetti è sbagliata l'idea che $v_2 \to 0$. Il flusso non diminuisce lentamente fino a smettere, ma continua con $v_2 = v$ finché funziona, per poi fermarsi di botto quando $p_2 \to p_c$ e si forma una bolla d'aria in ②. Torniamo allora all'idea $v_2 = v$:

$$\left.\begin{array}{ll} ① & p_0 \\ ② & p_c + \rho g h_c + \frac{1}{2}\rho v^2 \\ ③ & p_0 - \rho g d + \frac{1}{2}\rho v^2 \end{array}\right\} (II)$$

ora queste 3 sono coerenti (ricordiamo che da a) si ha $\rho g d = \frac{1}{2}\rho v^2$) e posso sceglierne 2 qualsiasi:

Applico Bernoulli tra:

①② $p_0 = p_c + \rho g h_c + \frac{1}{2}\rho v^2$

$$\rho g h_c = p_0 - p_c - \rho g d$$

$$\boxed{h_c = \frac{p_0 - p_c}{\rho g} - d}$$

oppure tra:

②③ $p_c + \rho g h_c + \cancel{\frac{1}{2}\rho v^2} = p_0 - \rho g d + \cancel{\frac{1}{2}\rho v^2}$

$$\rho g h_c = p_0 - p_c - \rho g d$$

$$\boxed{h_c = \frac{p_0 - p_c}{\rho g} - d}$$

** NOTA SULLA NOTA :

Le 3 equazioni in (I) potrebbero "tornare" coerenti se nella testa si ammette che l'acqua defluisca ancora a velocità v, anche quando si è fermata in ②.

Infatti si avrebbe:

$$\left.\begin{array}{ll} ① & p_0 \\ ② & p_c + \rho g h_c \\ ③ & p_0 \underbrace{- \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2}_{=0 \text{ per } a)} = p_0 \end{array}\right\}$$

sono coerenti e forniscono il risultato

$$h_c = \frac{p_0 - p_c}{\rho g}$$

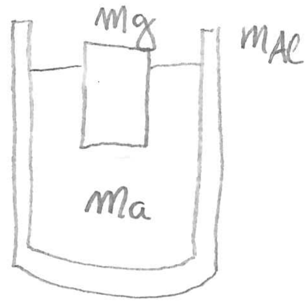
Ora, se da un lato è vero che, bloccatosi il flusso in ②, l'acqua continua a defluire in ③, è vero però anche che:

- → tale deflusso è limitato nel tempo, e non si tratta quindi di un flusso stazionario
- → sicuramente NON avviene con velocità v (che è legata a d)

Pertanto non si può applicare Bernoulli, ed anche se si potesse applicare andrebbe applicato con $v_3 \neq v$.

Faccio infine notare che la condizione $h_c = \frac{p_0 - p_c}{\rho g} - d$ è più stringente di $h_c = \frac{p_0 - p_c}{\rho g}$, e quindi, nell'idea di aumentare progressivamente h per raggiungere h_c è la prima a verificarsi. Quindi $h_c = \frac{p_0 - p_c}{\rho g} - d$ è la soluzione corretta del problema, così come è stato formulato.

Tuttavia... Tale soluzione predice $h_c < 0$ per d sufficientemente grandi! Quindi il flusso si bloccherebbe anche in assenza di salita! Questo paradosso è dovuto alla violazione delle nostre ipotesi per flussi con v particolarmente elevate.

② 

$T_0 = 0°C$

$c_{Al} = 910 \frac{J}{kg\,°C}$

$c_a = 4186 \frac{J}{kg\,°C}$

$K = 335 \frac{kJ}{kg}$

A	B
$m_{Al} = 400\,g$	$m_{Al} = 500\,g$
$m_a = 600\,g$	$m_a = 450\,g$
$m_g = 200\,g$	$m_g = 250\,g$
$Q_3 = 100\,kJ$	$Q_3 = 150\,kJ$
$Q_1 = 5\,kJ$	$Q_1 = 10\,kJ$

Il sisema si trova a $T_0 = 0°C$.

a) Cedendo Q_1 al sistema, si fonde una massa m_f di ghiaccio
La temperatura del sistema non può aumentare finché c'è ghiaccio, e resta quindi a 0° C.

$$Q_1 = K m_f$$

$$m_f = \frac{Q_1}{K} = \begin{cases} A. \ \dfrac{5\,kJ}{335\,kJ/kg} = 14{,}9\ g \\ B. \ \dfrac{10\,kJ}{335\,kJ/kg} = 29{,}8\ g \end{cases}$$

b) La situazione è la stessa del punto a), con l'unica differenza che ora viene fornito Q_2' sufficiente a sciogliere tutto il ghiaccio:

$$Q_2' = Q_2 + Q_1$$

$$Q_2' = K m_g = \begin{cases} A. \ 335\,kJ/kg \cdot 0{,}200\,kg = 67\,kJ \\ B. \ 335\,kJ/kg \cdot 0{,}250\,kg = 83{,}75\,kJ \end{cases}$$

$$Q_2 = Q_2' - Q_1 = \begin{cases} A. \ 67\,kJ - 5\,kJ = 62\,kJ \\ B. \ 83{,}75\,kJ - 10\,kJ = 73{,}75\,kJ \end{cases}$$

c) Il calore Q_3 fornito è maggiore di Q_2'. Pertanto non solo scioglierà tutto il ghiaccio, ma $Q_3' = Q_3 - Q_2'$ andrà ad aumentare la temperatura del sistema
Il sistema è ora costituito da m_{Al} di Al e da $(m_a + m_g)$ di acqua liquida (poiché il ghiaccio si è fuso).

$$Q_3' = c_{Al}\, m_{Al}\,(T_F - \cancel{T_0}) + c_a\,(m_a + m_g)\,(T_f - \cancel{T_0})$$

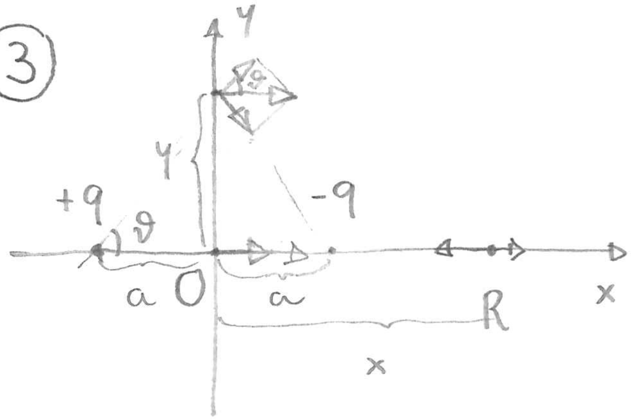
$$T_0 = 0\,°C$$

$$= T_F\left[c_{Al}\, m_{Al} + c_a\,(m_a + m_g)\right]$$

$$T_F = \frac{Q_3'}{c_{Al}\, m_{Al} + c_a\,(m_a + m_g)} = \frac{Q_3 - (Q_2 + Q_1)}{c_{Al}\, m_{Al} + c_a\,(m_a + m_g)}$$

$$= \begin{cases} \text{A. } \dfrac{100\ \cancel{kJ} - 67\ \cancel{kJ}}{0{,}910\ \frac{\cancel{kJ}}{\cancel{kg}\,°C}\ 0{,}4\ \cancel{kg} + 4{,}186\ \frac{\cancel{kJ}}{\cancel{kg}\,°C}\ (0{,}8\ \cancel{kg})} = 8{,}89\ °C \\[2ex] \text{B. } \dfrac{150\ kJ - 73{,}75\ kJ}{0{,}910\ \frac{kJ}{kg\,°C} \cdot 0{,}5\ kg + 4{,}186\ \frac{kJ}{kg\,°C}\ (0{,}7\ kg)} = 22{,}5\ °C \end{cases}$$

3



	A	B
q	1,0 nC	1,5 nC
a	1,0 cm	2,0 cm
y	1,5 cm	3,0 cm
x	2,5 cm	5,0 cm

a) Nel punto O, entrambi i campi sono rivolti verso dx (si sommano). I potenziali invece si cancellano perché le cariche, uguali ma opposte, sono equidistanti.

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-q)}{a} = 0$$

$$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}\hat{i} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}\hat{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{a^2}\hat{i} =$$

$$= \begin{cases} A \quad 8{,}99\cdot \cancel{10^9}\ \frac{Nm^2}{C^2}\ \frac{2\cdot \cancel{10^{-9}}\,\cancel{C}}{(1{,}0\cdot 10^{-2})^2\,\cancel{m^2}}\ \hat{i} = 1{,}8\cdot 10^5\ \frac{N}{C}\ \hat{i} \\ B \quad 8{,}99\cdot 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}\cdot \frac{3\cdot 10^{-9}\,\cancel{C}}{(2{,}0\cdot 10^{-2})^2\,m^2}\ \hat{i} = 6{,}75\cdot 10^4\ \frac{N}{C}\ \hat{i} \end{cases}$$

b) Nel punto P le cariche sono ancora equidistanti, per cui i due contributi al potenziale elettrico si cancellano. I contributi al campo elettrico invece si cancellano nella componente y ma si sommano nella componente x.

$$V_P = 0$$

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(\sqrt{a^2+y^2})^2}\cdot\cos\vartheta\ \hat{i} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(\sqrt{a^2+y^2})^2}\cos\vartheta\ \hat{i}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2+y^2}\,2\cos\vartheta\ \hat{i} \qquad \text{con } \cos\vartheta = \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{(a^2+y^2)^{3/2}}\,a\ \hat{i} = \begin{cases} A = 8{,}99\cdot \cancel{10^9}\ \frac{N\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\cdot\frac{2\cdot \cancel{10^{-9}}\,\cancel{C}\ 10^{-2}\,\cancel{m}}{[(10^{-2})^2+(1{,}5\cdot 10^{-2})^2]^{3/2}\,\cancel{m^3}}\ \hat{i} = \\ \quad = 3{,}07\cdot 10^4\ \frac{N}{C}\ \hat{i} \\ B = 8{,}99\cdot \cancel{10^9}\ \frac{N\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\cdot \frac{3\cdot \cancel{10^{-9}}\,\cancel{C}\ 2{,}0\cdot 10^{-2}\,\cancel{m}\ \hat{i}}{[(2\cdot 10^{-2})^2+(3\cdot 10^{-2})^2]^{3/2}\,\cancel{m^3}} = \\ \quad = 1{,}15\cdot 10^4\ \frac{N}{C}\ \hat{i} \end{cases}$$

c) Nel punto R non ci sono semplificazioni "ovvie".
A priori possiamo comunque dire che $V_R < 0$ (in quanto la carica negativa è più vicina di quella positiva) e che $\vec{E}_R$ sarà orizzontale e punterà verso sinistra (per lo stesso motivo).

$$V_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x+a} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-q)}{x-a}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-a}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\cancel{x}-a-\cancel{x}-a}{(x+a)(x-a)}\right) = -\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a}{x^2-a^2}$$

$$= \begin{cases} A & -8{,}99\cdot\cancel{10^9}\,\frac{N\,m^2}{C^2}\,\frac{2{,}0\cdot\cancel{10^{-9}}\cancel{C}\cdot 10^{-2}\,\cancel{m}}{[(2{,}5\cdot10^{-2})^2-(1{,}0\cdot10^{-2})^2]\,\cancel{m^2}} = -3{,}43\cdot10^2\,V \\ B & -8{,}99\cdot\cancel{10^9}\,\frac{Nm^2}{C^2}\,\frac{3{,}0\cdot\cancel{10^{-9}}\cancel{C}\cdot 2{,}0\cdot10^{-2}\,m}{[(5{,}0\cdot10^{-2})^2-(2{,}0\cdot10^{-2})^2]\,m^2} = -2{,}57\cdot10^2\,V \end{cases}$$

$$\vec{E}_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x+a)^2}\hat{i} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x-a)^2}\hat{i}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,q\left[\frac{1}{(x+a)^2} - \frac{1}{(x-a)^2}\right]\hat{i}$$

$$= \begin{cases} A & 8{,}99\cdot\cancel{10^9}\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot 1{,}0\cdot\cancel{10^{-9}}\cancel{C}\left[\frac{1}{(3{,}5\cdot10^{-2})^2} - \frac{1}{(1{,}5\cdot10^{-2})^2}\right]\frac{1}{\cancel{m^2}}\,\hat{i} \\ B & 8{,}99\cdot\cancel{10^9}\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot 1{,}5\,\cancel{10^{-9}}\cancel{C}\left[\frac{1}{(7{,}0\cdot10^{-2})^2} - \frac{1}{(3{,}0\cdot10^{-2})^2}\right]\frac{1}{\cancel{m^2}}\,\hat{i} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} A & -3{,}26\cdot10^{+4}\,\frac{N}{C}\,\hat{i} \\ B & -1{,}22\cdot10^{4}\,\frac{N}{C}\,\hat{i} \end{cases}$$