UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche A.A. 2019/2020

Corso di Fisica - I Prova Scritta – Appello Invernale - 03.02.2020

Cognome ......RIGON...... **Nome** ......LUIGI......

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Una cassa di massa m = 75 kg poggia, ferma, su una superficie inclinata di θ = 30° rispetto all'orizzontale.

a) La *massima* intensità F_a di una forza *orizzontale* (ovvero parallela al suolo, *non* al piano inclinato) che si può applicare senza che la cassa inizi a muoversi lungo il piano inclinato, nel verso *ascendente*, è pari a F_a = 1400 N. Calcolare il coefficiente di attrito statico μ_s tra la cassa ed il piano inclinato.

i) $\mu_s = \dfrac{F_a \cos\theta - mg\sin\theta}{F_a \sin\theta + mg\cos\theta}$ ii) $\mu_s =$ 0,63

b) Con questo valore di μ_s, calcolare la *massima* intensità F_d di una forza *orizzontale* che si può applicare senza che la cassa inizi a muoversi lungo il piano inclinato, nel verso *discendente.*

i) $F_d = mg \dfrac{\mu_s\cos\theta - \sin\theta}{\mu_s \sin\theta + \cos\theta}$ ii) $F_d =$ 30 N

2) Un recipiente cilindrico di diametro d = 1.0 m è riempito, per un'altezza h = 1.2 m, con un liquido di densità ρ, la cui superficie superiore è a contatto con l'aria. Alla base del recipiente la pressione è p = 1.24 10^5 Pa. Calcolare:

a) La densità ρ del liquido.

i) $\rho = \dfrac{p - p_0}{gh}$, $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa ii) $\rho =$ $1{,}93 \cdot 10^3$ kg/m3

b) La massa m dello stesso liquido che bisogna aggiungere nel recipiente affinché la pressione alla base dello stesso diventi p' = 1.40 10^5 Pa.

i) $m = \dfrac{p' - p}{g} \pi \left(\dfrac{d}{2}\right)^2$ ii) $m =$ $1{,}28 \cdot 10^3$ kg

3) n = 1.0 mol di gas ideale *monoatomico* si trovano in equilibrio in un recipiente rigido, di volume V =1.0 10^{-1} m^3. La temperatura iniziale è pari a T_i = 300 K. Il gas subisce una trasformazione termodinamica reversibile che determina un aumento di pressione Δp = 1.0 10^4 Pa rispetto allo stato iniziale. Per questa trasformazione termodinamica si calcolino:

a) il calore Q fornito al gas:

Q = $nc_V\Delta T = \frac{3}{2}V\Delta p$ ii) Q = 1,5 kJ

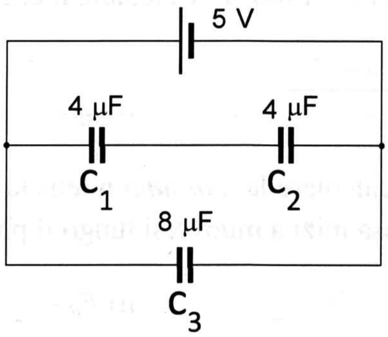
b) la variazione di energia interna ΔE_{int} del gas e

i) ΔE_{int} = Q ii) ΔE_{int} = 1,5 kJ

c) la variazione di entropia ΔS del gas.

i) ΔS = $nc_V \ln \frac{T_f}{T_i}$ ii) ΔS = $\frac{3}{2}R \ln \frac{7}{5}$ = 4,2 J/K

4) Per ognuno dei condensatori C_1, C_2 e C_3 in figura determinare:



a) la differenza di potenziale tra le armature:

i) ΔV_1 = 5V/2 } perché $C_1 = C_2$ ii) ΔV_1 = 2,5 V

i) ΔV_2 = ΔV_1 ii) ΔV_2 = 2,5 V

i) ΔV_3 = 5V ii) ΔV_3 = 5 V

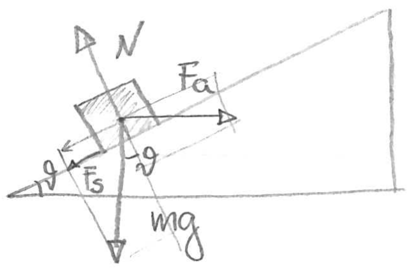
b) la carica accumulata sulle armature:

i) Q_1 = $C_1 \Delta V_1$ ii) Q_1 = 10 μC

i) Q_2 = Q_1 ii) Q_2 = 10 μC

i) Q_3 = $2C_1 \cdot 2\Delta V_1$ ii) Q_3 = 40 μC

(1)



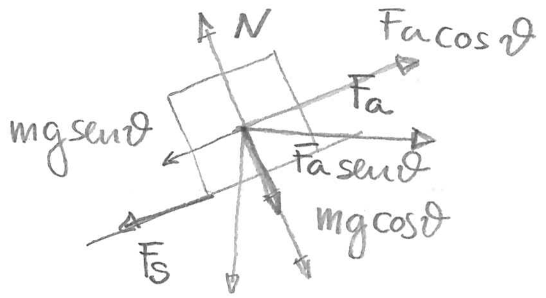
$\vartheta = 30°$

$\cos\vartheta = \sqrt{3}/2$

$\text{sen}\,\vartheta = 1/2$

$m = 75\ kg$

$F_a = 1400\ N$



a) Conviene scomporre le forze orizzontali e verticali nelle loro componenti parallele ed ortogonali al piano inclinato. In condizioni statiche $\Sigma\overline{F} = 0$.

Componenti parallele al piano inclinato:

$$F_a \cos\vartheta - mg\,\text{sen}\,\vartheta - F_s = 0 \qquad (\text{I})$$

Componenti ortogonali al piano inclinato:

$$N - mg\cos\vartheta - F_a\,\text{sen}\,\vartheta = 0 \qquad (\text{II})$$

Inoltre, per definizione di attrito statico $F_s = \mu_s \cdot N$. $\quad (\text{III})$

Da (II) $\quad N = mg\cos\vartheta + F_a\,\text{sen}\,\vartheta$

e (III) $\quad F_s = \mu_s\left(mg\cos\vartheta + F_a\,\text{sen}\,\vartheta\right)$

Sostituisco in (I):

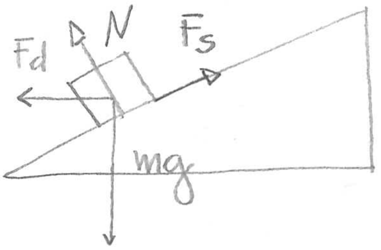
$$F_a\cos\vartheta - mg\,\text{sen}\,\vartheta - \mu_s\left(mg\cos\vartheta + F_a\,\text{sen}\,\vartheta\right) = 0$$

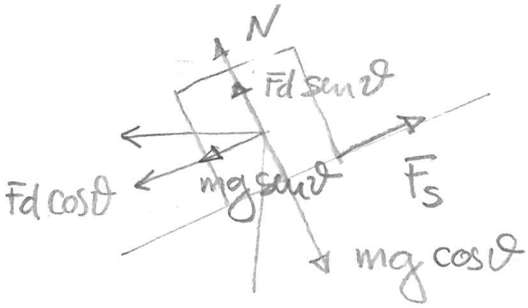
$$\mu_s = \frac{F_a\cos\vartheta - mg\,\text{sen}\,\vartheta}{F_a\,\text{sen}\,\vartheta + mg\cos\vartheta} = \frac{F_a\sqrt{3} - mg}{F_a + mg\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1400\cdot\sqrt{3} - 75\cdot 9{,}8)\,N}{(1400 + 75\cdot 9{,}8\cdot\sqrt{3})\,N} = 0{,}63$$

NOTA: Nella (III) si è assunto che la forza di attrito statico F_s assuma il massimo dei valori possibili, il che avviene quando anche F_a assume il suo valore massimo, un attimo prima che la cassa inizi a muoversi.

b)





Analogamente al punto a), ma facendo attenzione che alcune forze cambiano verso:

$$\sum \vec{F} = 0$$

Componenti parallele al piano inclinato:

$$F_d \cos\vartheta + mg \operatorname{sen}\vartheta - F_s = 0 \qquad (IV)$$

Componenti ortogonali al piano inclinato

$$N + F_d \operatorname{sen}\vartheta - mg\cos\vartheta = 0 \qquad (V)$$

Inoltre, per definizione di attrito statico: $F_s = \mu_s \cdot N$ (VI)

Da (V): $N = mg\cos\vartheta - F_d \operatorname{sen}\vartheta$

e (VI): $F_s = \mu_s (mg\cos\vartheta - F_d \operatorname{sen}\vartheta)$

Sostituisco in (IV):

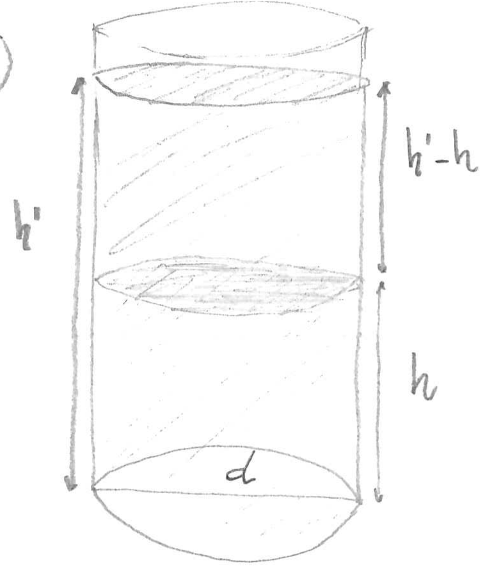
$$F_d \cos\vartheta + mg\operatorname{sen}\vartheta - \mu_s (mg\cos\vartheta - F_d \operatorname{sen}\vartheta) = 0$$

$$F_d (\cos\vartheta + \mu_s \operatorname{sen}\vartheta) = mg (\mu_s \cos\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta)$$

$$F_d = mg \frac{\mu_s \cos\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta}{\mu_s \operatorname{sen}\vartheta + \cos\vartheta} =$$

$$\overset{!}{=} mg \frac{0{,}63 \cdot \sqrt{3} - 1}{0{,}63 + \sqrt{3}} = 30\ N$$

2



$d = 1{,}0\ m$

$h = 1{,}2\ m$

$p = 1{,}24 \cdot 10^5\ Pa$

$p' = 1{,}40\ 10^5\ Pa$

$\rho = ?$

$m = ?$

a) $p = p_0 + \rho g h$ con $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$ (Legge di Stevino)

$$\rho g h = p - p_0$$

$$\rho = \frac{p-p_0}{gh} = \frac{(1{,}24 - 1{,}013)\cdot 10^5\ Pa}{9{,}8\ \frac{m}{s^2}\cdot 1{,}2\ m} = 0{,}0193 \cdot 10^5\ Kg/m^3$$

$$\rho = 1{,}93 \cdot 10^3\ Kg/m^3$$

b) Applicando nuovamente Stevino, si calcola che per ottenere p' è necessario raggiungere un'altezza h':

$$h' = \frac{p'-p_0}{\rho g} = \frac{p'-p_0}{\cancel{g}} \cdot \frac{\cancel{g}h}{p-p_0} = \frac{p'-p_0}{p-p_0}\, h$$

Il liquido da aggiungere ha altezza $h'-h$

$$h'-h = \left(\frac{p'-p_0}{p-p_0} - 1\right) h = \left(\frac{p' \cancel{-p_0} - p \cancel{+p_0}}{p-p_0}\right) h = \frac{p'-p}{p-p_0}\, h$$

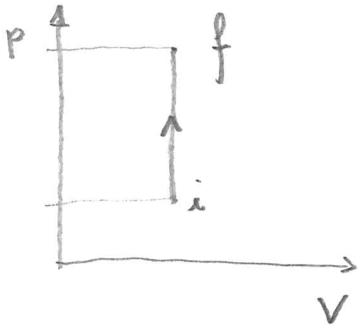
$$= \frac{1{,}40 - 1{,}24}{1{,}24 - 1{,}013}\, h = 0{,}85\ m$$

a cui corrisponde una massa ($m = \rho V$)

$$m = \rho\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot (h'-h) = \frac{\cancel{p-p_0}}{g\cancel{h}} \cdot \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \frac{p'-p}{\cancel{p-p_0}}\, \cancel{h}$$

$$= \frac{p'-p}{g}\, \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{0{,}16 \cdot 10^5\ Pa}{9{,}8\ \frac{m}{s^2}} \cdot 3{,}14 \cdot \left(\frac{1{,}0\ m}{2}\right)^2 = 1{,}28 \cdot 10^3\ Kg$$

3



$n = 1{,}0 \ \text{mol}$

$V = 1{,}0 \cdot 10^{-1} \ m^3$

$T_i = 300 \ K$

$\Delta p = p_f - p_i = 1{,}0 \cdot 10^4 \ Pa$

a) Si tratta di una trasformazione isocora:

$$Q = n c_v \Delta T \qquad \text{con} \quad c_v = \frac{3}{2} R$$

Da $pV = nRT$ con V costante si ha:

$$\Delta p V = nR\Delta T \quad (I) \quad \text{da cui:}$$

$$Q = \cancel{n} c_v \frac{\Delta p V}{\cancel{n} R} = \frac{3}{2} \cancel{R} \frac{\Delta p V}{\cancel{R}} = \frac{3}{2} V \Delta p$$

$$= 1{,}5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-1} \ m^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^4 \ Pa = 1{,}5 \ kJ$$

b) $\Delta E_{int} = Q$, poichè $\Delta V = 0$ e quindi $\mathcal{L} = 0$

c) $$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T}\Big)_{rev} = \int_i^f \frac{n c_v dT}{T} = n c_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

Da (I) si ha $$\Delta T = \frac{\Delta p V}{nR} = \frac{1{,}0 \cdot 10^4 \ \cancel{Pa} \cdot 10^{-1} \ \cancel{m^3}}{1{,}0 \ \cancel{mol} \ 8{,}314 \ \cancel{J mol^{-1}} K^{-1}}$$

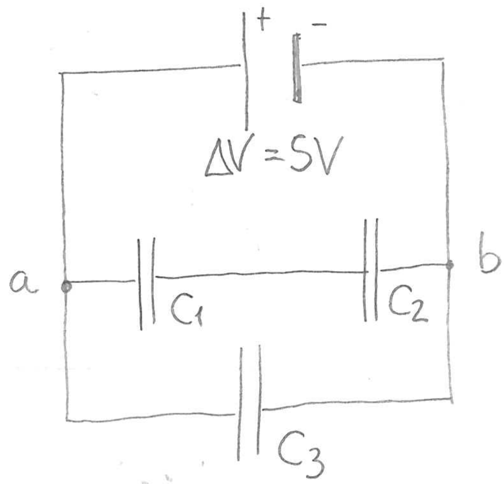
$$= \frac{10^3}{8{,}314} \ K = 120 \ K$$

Da cui infine

$$\Delta S = n c_v \ln \frac{T_i + \Delta T}{T_i} = \frac{3}{2} R \ln \left(\frac{\cancel{420}^{\,7}}{\cancel{300}_{\,5}} \right) = \frac{3}{2} R \ln \frac{7}{5}$$

$$= 4{,}2 \ \frac{J}{K}$$

(4)



$C_1 = C_2 = 4\mu F$

$C_3 = 2C_1 = 2C_2 = 8\,\mu F$

$\Delta V = 5\,V$

a) Si nota immediatamente che ai capi di C_3 si trova la stessa differenza di potenziale ΔV fornita dal generatore di tensione. Quindi:

$$\Delta V_3 = \Delta V = 5\,V$$

La stessa ΔV si trova tra a e b, ovvero ai capi della serie di condensatori C_1 e C_2. Applicando la II legge di Kirchoff alla maglia che include il generatore ed il ramo ab si ha:

$$\Delta V - \frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} = 0$$

Ma $C_1 = C_2$ ed inoltre $Q_1 = Q_2$ (perché sono in serie), quindi:

$$\Delta V - \frac{2Q_1}{C_1} = 0$$

$$\Delta V - 2\Delta V_1 = 0 \qquad \Delta V_1 = \frac{\Delta V}{2} = 2{,}5\ V$$

$$\Delta V_2 = \frac{\Delta V}{2} = 2{,}5\ V$$

b) Dalla definizione di capacità:

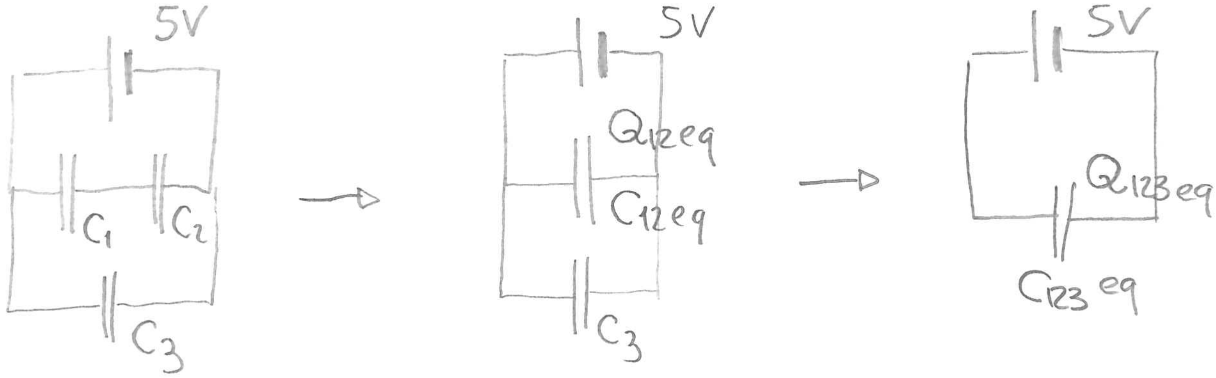
$$Q_1 = C_1 \Delta V_1 = 4\,\mu F \cdot 2{,}5\,V = 10\,\mu C = 1 \cdot 10^{-5}\,C$$

$$Q_2 = Q_1$$

$$Q_3 = C_3\,\Delta V_3 = 2C_1 \cdot 2\Delta V_1 = 2C_1 \cdot \Delta V = 8\mu F \cdot 5V = 40\,\mu C$$

$$\overset{!}{=} 4 \cdot 10^{-5}\,C$$

Questi risultati possono essere confrontati con la carica che si trova sulle capacità equivalenti $C_{12\,eq}$ e $C_{123\,eq}$.



Per le leggi dei condensatori in serie ed in parallelo si ha:

$$C_{12\,eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{16\,(\mu F)^2}{8\,\mu F} = 2\,\mu F$$

$$C_{123\,eq} = C_{12\,eq} + C_3 = 2\,\mu F + 8\,\mu F = 10\,\mu F$$

La carica che si accumula su tali capacità equivalenti si trova notando semplicemente che ai capi di entrambe c'è la differenza di potenziale $\Delta V = 5V$

$$Q_{12\,eq} = C_{12\,eq} \cdot \Delta V = 2\,\mu F \cdot 5V = 10\,\mu C$$

$$Q_{123\,eq} = C_{123\,eq}\,\Delta V = 10\,\mu F \cdot 5V = 50\,\mu C$$

Questi risultati confermano quelli trovati in precedenza.