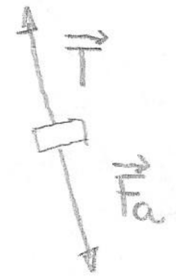
Soluzione Prova Scritta 14/09/2020

1

a) Il sistema si trova in equilibrio statico. Ogni sua parte, quindi, è in quiete. Analizzando la maniglia, si ricava immediatamente che $F_a = T$, in quanto $\vec{F_a}$ e $\vec{T}$ sono le uniche forze ad agire su di essa, lungo la stessa direzione ma con verso opposto:



Per quanto riguarda invece la carrucola a cui è appeso il blocco di massa M, si ha:

con $M\vec{g}$ e $\vec{T}$ verticali ma con verso opposto. Deve valere quindi:

$$2T = M\vec{g}$$

$$T = \frac{1}{2} Mg = \frac{1}{2} 50 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 245 \text{ N}$$

$$F_a = T = 245 \text{ N}$$

b) Se invece $F_b = T = 300$ N, il blocco viene spinto da $\vec{P} = M\vec{g}$ verso il basso e da $2F_b$ verso l'alto (con $F_b > F_a$).

$$\Sigma F = 2F_b - Mg \quad \text{(verso l'alto)}$$

$$a = \frac{\Sigma F}{M} = \frac{2F_b}{M} - g = \frac{2 \cdot 300 \text{ N}}{50 \text{ kg}} - 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(verso l'alto)

c) Nel terzo caso, $F_c < F_a$ quindi il blocco accelererà verso il basso, spinto da $M\vec{g}$ verso il basso e da $2F_c$ verso l'alto. In questo caso

$$\Sigma F = Mg - 2F_c$$

$$a = \frac{\Sigma F}{M} = g - \frac{2F_c}{M} = 9{,}8\ \frac{m}{s^2} - \frac{400}{50}\ \frac{N}{kg} = 1{,}8\ m/s^2$$

(verso il basso)

Se la maniglia si sposta di $\ell = 60$ cm, la massa si sposta di $\Delta x = \frac{\ell}{2} = 30$ cm. Dalla cinematica si ha quindi:

$$v_f^2 = \underbrace{v_i^2}_{0\ \text{(inizialmente in quiete)}} + 2a\,\Delta x$$

$$v_f = \sqrt{2a\Delta x} = \sqrt{2a\frac{\ell}{2}} = \sqrt{a\ell}$$

$$= \sqrt{1{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}60\ m} = 1{,}04\ \frac{m}{s}$$

Naturalmente, lo stesso risultato si poteva ottenere usando il teorema lavoro-energia, $\mathcal{L} = \Delta K$, con

$\mathcal{L} \rightarrow$ lavoro della risultante delle forze agenti sul blocco, che si muove di $\Delta x = \ell/2$

$$\Sigma F = Mg - 2F_c$$

$\Delta K \rightarrow$ variazione di energia cinetica del blocco:

$$\Delta K = K_f - \underbrace{\cancel{K_i}}_{\text{inizialmente in quiete}} = K_f = \frac{1}{2}Mv_f^2$$

Da cui: $\mathcal{L} = \Delta K$

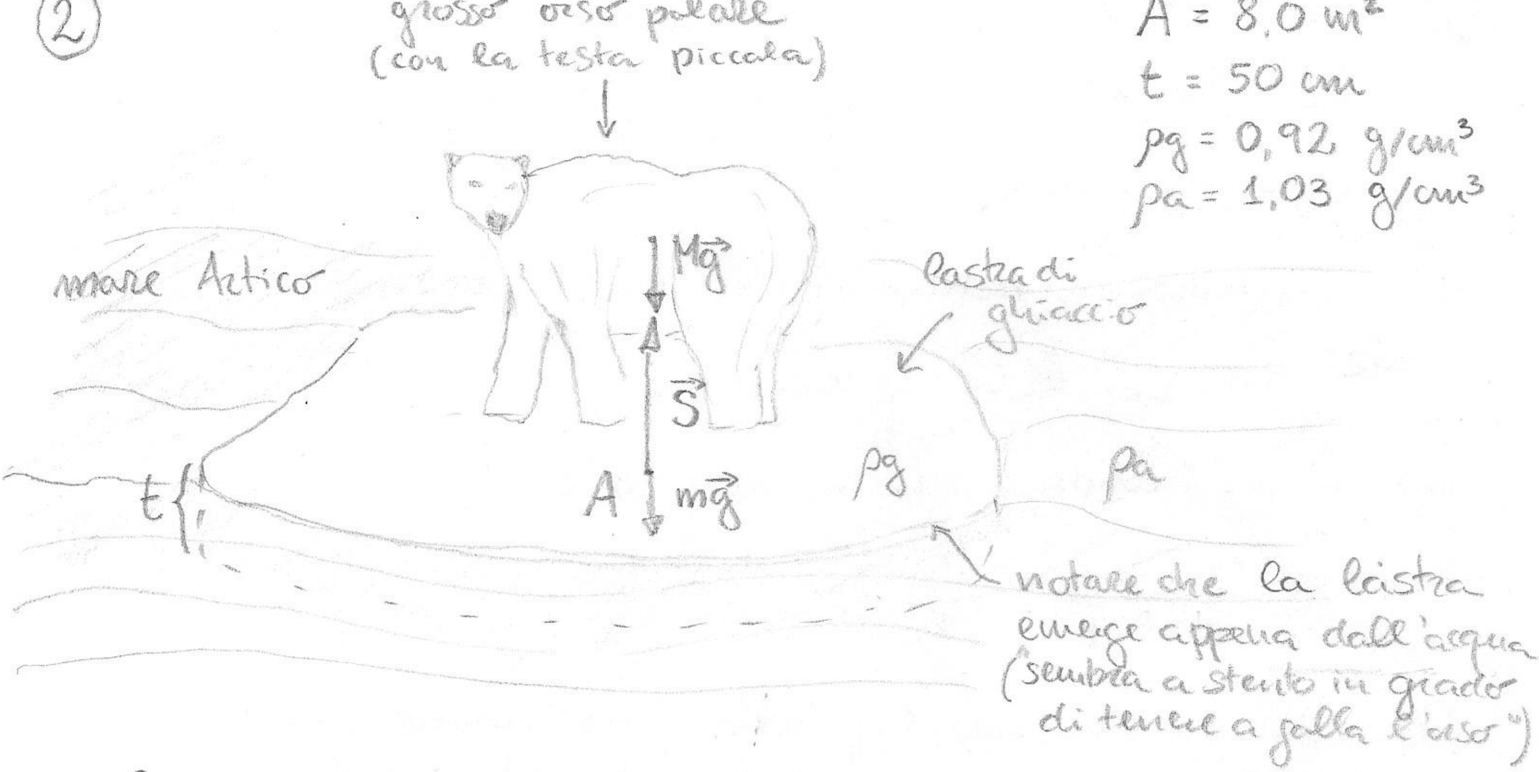
$$(Mg - 2F_c)\,\frac{\ell}{\cancel{2}} = \frac{1}{\cancel{2}}Mv_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\left(g - 2\frac{F_c}{M}\right)\cdot \ell} = \sqrt{\left(9{,}8\ \frac{m}{s^2} - 2\cdot\frac{200N}{50\ kg}\right)\cdot 0{,}6\ m}$$

$$= \sqrt{1{,}08}\ \frac{m}{s} = 1{,}04\ \frac{m}{s}$$

(2)

$A = 8{,}0\ m^2$
$t = 50\ cm$
$\rho_g = 0{,}92\ g/cm^3$
$\rho_a = 1{,}03\ g/cm^3$



Ci concentriamo sulla lastra di ghiaccio, il cui volume V e la cui massa m valgono:

$$V = A \cdot t = 8{,}0\ m^2 \cdot 0{,}50\ m = 4{,}0\ m^3$$
$$m = \rho_g V$$

La lastra "sembra a stento in grado di tenere a galla l'orso", ovvero è quasi completamente immersa in acqua. Il valore massimo possibile per M è quello che immerge la lastra completamente in acqua. In questo caso $\vec{S}$

$$\vec{S} = -\rho_a V \vec{g} \quad \text{(spinta di Archimede verso l'alto)}$$

pareggia il peso dell'orso e della lastra di ghiaccio:

$$(M + m)\vec{g} + \vec{S} = 0$$
$$(M + \rho_g V)\vec{g} - \rho_a V \vec{g} = 0$$
$$M + \rho_g V - \rho_a V = 0$$
$$M = (\rho_a - \rho_g) V = (1{,}03 - 0{,}92) \cdot 10^3 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 4{,}0\ \cancel{m^3}$$
$$= 0{,}11 \cdot 10^3 \cdot 4{,}0\ kg$$
$$= 440\ kg$$

(3) $C_1 = 3.0\ \mu F$

$C_2 = 10\ \mu F$

$C_3 = 15\ \mu F$

Innanzitutto ricordiamo che per i condensatori in parallelo vale

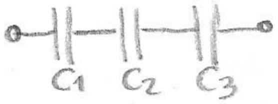
$$C_{eq}^{P} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

mentre per i condensatori in serie vale

$$\frac{1}{C_{eq}^{S}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_3}$$

Quindi per ottenere C_{eq} "alte" metteremo i condensatori in parallelo, mentre per ottenere C_{eq} "basse" li disporremo in serie. Le tre C_{eq} richieste sono tutte minori di C_3, quindi ci aspettiamo che C_3 sia sempre collegato in serie.

a) Qui $C_{eq}^{a} < C_1$, quindi può essere solo in serie:



$C_{eq}^{a} = 2{,}0\ \mu F$

$$\frac{1}{C_{eq}^{a}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) \mu F^{-1}$$

$$= \frac{10+3+2}{30}\ \mu F^{-1} = \frac{15}{30}\ \mu F^{-1} = \frac{1}{2}\ \mu F^{-1}$$

b) Qui $C_1 < C_{eq}^{b} < C_2$, quindi si può mettere C_1 in parallelo alla serie di C_2 e C_3:

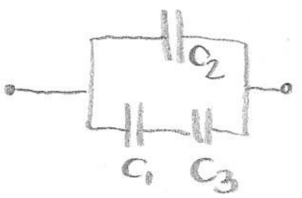
$C_{eq}^{b} = 9{,}0\ \mu F$

$$C_{eq}^{b} = C_1 + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1}$$

$$= 3{,}0\ \mu F + \left[\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) \mu F^{-1}\right]^{-1}$$

$$= 3{,}0\ \mu F + \left(\frac{3+2}{30}\right)^{-1} \mu F = (3{,}0 + 6{,}0)\ \mu F = 9{,}0\ \mu F$$

c) Qui $C_2 < C_{eq}^{c} < C_3$, quindi si può mettere C_2 in parallelo alla serie di C_1 e C_3:



$C_{eq}^{c} = 12{,}5\ \mu F$.

$$C_{eq}^{3} = C_2 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1}$$

$$= 10\ \mu F + \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15}\right) \mu F^{-1}\right]^{-1}$$

$$= 10\ \mu F + \left(\frac{5+1}{15}\right)^{-1} \mu F = \left(10 + \frac{15}{6}\right) \mu F = 12{,}5\ \mu F$$