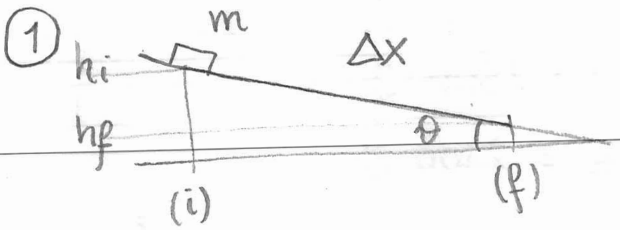
1



$m = 1.58 \cdot 10^3$ kg

$v_i = 45$ km/h $= 12,5$ m/s

$v_f = 80$ km/h $= 22,2$ m/s

$h_i = 1630$ m

$h_f = 1440$ m

$$\Delta x = \frac{(h_i - h_f)}{\text{sen}\,\theta} = \frac{190\text{ m}}{\text{sen }6°} = 1818\text{ m}$$

a) $\Delta U = U_f - U_i = mgh_f - mgh_i = mg(h_f - h_i)$

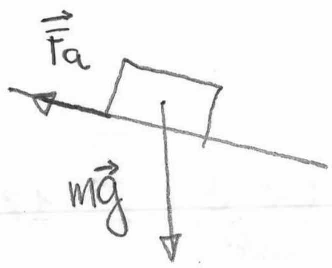
$= 1.58 \cdot 10^3\text{ kg} \cdot 9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-190\text{ m}) = -2.942 \cdot 10^6\text{ J}$

b) $\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$

$= \frac{1}{2} \cdot 1.58 \cdot 10^3\text{ kg} \cdot (22,2^2 - 12,5^2)\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

$= 2,667 \cdot 10^5\text{ J}$

c) Le forze che compiono lavoro sull'autocarro durante la discesa sono la forza peso (conservativa) e la forza d'attrito $\vec{F_a}$ dovuta ai freni (dissipativa)



Per il teorema lavoro - energia.

$$\mathcal{L} = \Delta K = \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_a = -\Delta U + \mathcal{L}_a$$

$\mathcal{L}_a$: lavoro attrito dei freni

$\mathcal{L}_g$: lavoro forza peso

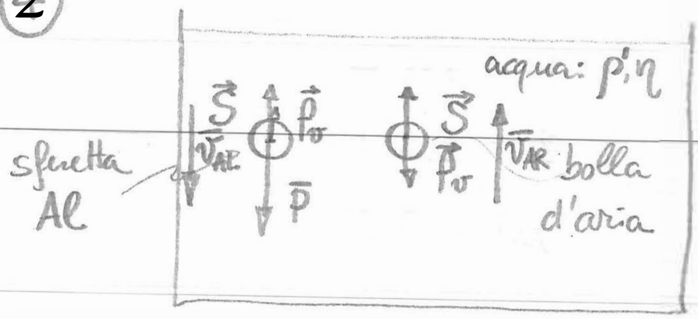
$$\mathcal{L}_a = \Delta K + \Delta U = (0,2667 - 2,942) \cdot 10^6\text{ J} = -2,675 \cdot 10^6\text{ J}$$

Per definizione di $\mathcal{L}_a$, considerando Fa sempre opposta al moto:

$$\mathcal{L}_a = -F_a \cdot \Delta x$$

$$F_a = -\frac{\mathcal{L}_a}{\Delta x} = \frac{2,675 \cdot 10^6\text{ J}}{1,818 \cdot 10^3\text{ m}} = 1,47 \cdot 10^3\text{ N}$$

2



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (ma non serve)

$\rho = 2{,}7\ g/cm^3$

$\rho' = 1{,}0\ g/cm^3$

$v_{AL} = 5{,}0\ cm/s$

La sferetta di Al è soggetta alle seguenti forze:

$\vec{P} = m\vec{g} = \rho V \vec{g}$ (verso il basso)

$\vec{S} = -\rho' V \vec{g}$ (diretta verso l'alto)

$\vec{f_v} = -6\pi \eta r \vec{v}$ (diretta verso l'alto)

La bolla d'aria è soggetta alla stessa $\vec{S}$ (diretta verso l'alto) e ad una $\vec{f_v}$ che ha la stessa espressione, ma che punta verso il basso (perché la bolla si muove verso l'alto).
Quando la sferetta raggiunge la velocità limite v_{AL}, vale:

$$\rho V g = \rho' V g + 6\pi \eta r v_{AL} \qquad (I)$$

Allo stesso modo, quando la bolla raggiunge v_{AR}, vale:

$$\rho' V g = 6\pi \eta r v_{AR} \qquad (II)$$

A questo punto, non essendo noti né r né η, conviene ricavare il termine $6\pi\eta r$ da (II) e sostituirlo in (I):

$$II) \Rightarrow \quad 6\pi\eta r = \frac{\rho' V g}{v_{AR}}$$

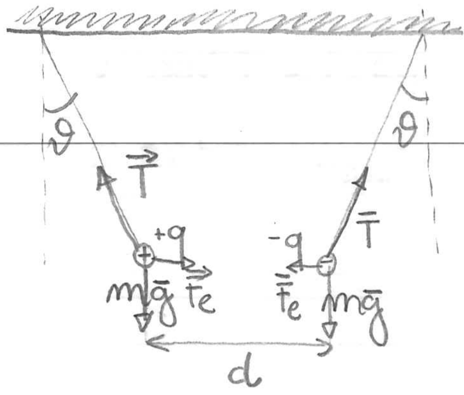
$$I) \rightarrow \quad \rho \cancel{Vg} = \rho' \cancel{Vg} + \rho' \cancel{Vg} \frac{v_{AL}}{v_{AR}}$$

Da cui si ottiene: $\frac{v_{AL}}{v_{AR}} = \frac{\rho - \rho'}{\rho'}$

$$v_{AR} = \frac{\rho'}{\rho - \rho'} v_{AL} = \frac{1{,}0\ g/cm^3}{(2{,}7 - 1{,}0)\ g/cm^3} v_{AL} = \frac{v_{AL}}{1{,}7}$$

Ed infine: $v_{AR} = \frac{v_{AL}}{1{,}7} = \frac{5{,}0\ cm/s}{1{,}7} = 2{,}94\ \frac{cm}{s}$

(3)

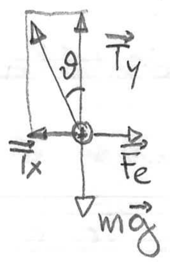


$m = 0{,}14\ g$

$\vartheta = 20°$

$d = 2{,}05\ cm$

Ciascuna pallina è in equilibrio statico sotto l'azione di 3 forze: $\vec{F}_e$, $m\vec{g}$, e $\vec{T}$. Pertanto $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_e + m\vec{g} + \vec{T} = 0$. Da cui:



$$\begin{cases} T_y = mg \\ T_x = F_e \end{cases}$$

inoltre, $\dfrac{T_x}{T_y} = \tan\vartheta$

a) $T_y = mg = 0{,}14\,g \cdot 980\ \dfrac{cm}{s^2} = 137{,}2$ dine

$T_x = T_y \tan\vartheta = 49{,}93$ dine

$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = 146$ dine $= 1{,}46 \cdot 10^{-3}\ N$

b) $F_e = T_x \cong 50$ dine $= 5 \cdot 10^{-4}\ N$

c) $F_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q^2}{d^2}$ da cui ricavo

$$q = d\sqrt{4\pi\varepsilon_0 F_e} = 2{,}05 \cdot 10^{-2}\,m \sqrt{\frac{1}{9\cdot 10^9}\frac{C^2}{\cancel{N}m^2}\, 5\cdot 10^{-4}\,\cancel{N}}$$

$$\overset{!}{=} 2{,}05 \cdot 10^{-2} \cdot 2{,}357 \cdot 10^{-7}\ C$$

$$\overset{!}{=} 4{,}83 \cdot 10^{-9}\ C = 4{,}83\ nC$$

d) Se le palline avessero $M = 2m$, allora, seguendo il ragionamento qui sopra, raddoppierebbero pure T_y, T_x ed F_e. La nuova carica Q deve essere tale da indurre una F_e doppia rispetto al punto c). Quindi deve essere

$$Q^2 = 2q^2$$

$$Q = \sqrt{2}\,q = 6{,}83\ nC$$