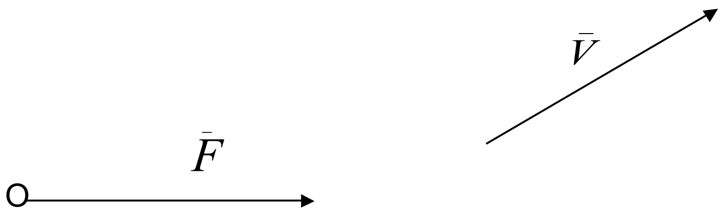
VETTORI e operazioni vettoriali

Scalari: caratterizzate da numero (unità misura)

Es.: **massa, tempo, temperatura, energia**

Vettoriali: caratterizzate da
modulo (numero) → lunghezza del vettore
direzione → retta a cui appartiene il vettore
verso → freccia che orienta il segmento
(punto applicazione)

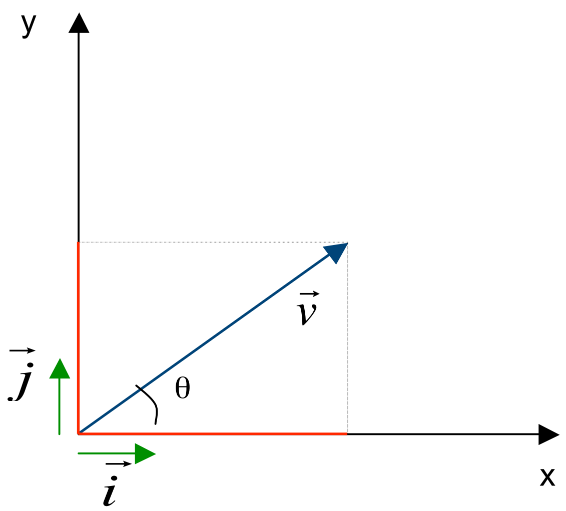
Es. : **velocità, Forza, Momento**



$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

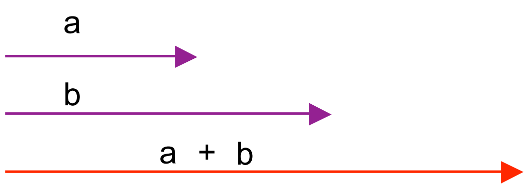
componente lungo asse x: $v_x = \cos\theta$
componente lungo asse y: $v_y = \sin\theta$

note le componenti il modulo del vettore e': $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

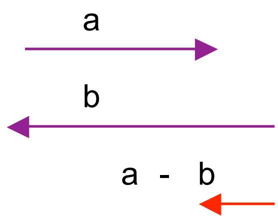


SOMMA e DIFFERENZA di VETTORI

Concordi → somma moduli e stesso verso



Discordi → differenza moduli, verso del vettore con modulo maggiore

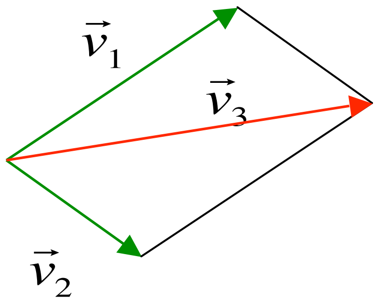


Somma di due vettori non paralleli.

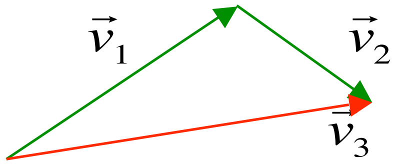
Le direzioni dei due vettori formano un angolo diverso da zero.

Consideriamo due vettori aventi lo stesso punto di applicazione.
Se i vettori non hanno la stessa origine uno di essi verrà trasportato parallelamente a sé stesso fino a che le origini coincidano.

Dati i due vettori **v_1**. e **v_2** la loro somma è data dal vettore **v_3** costruito sulla diagonale principale del parallelogramma che ha per lati **v_1** e **v_2**
Per sommare più vettori basta procedere sommando i vettori due a due.



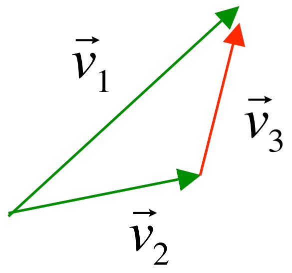
$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$



la somma e' anche il lato che completa il triangolo
se il due vettori sono consecutivi

Differenza di due vettori non paralleli

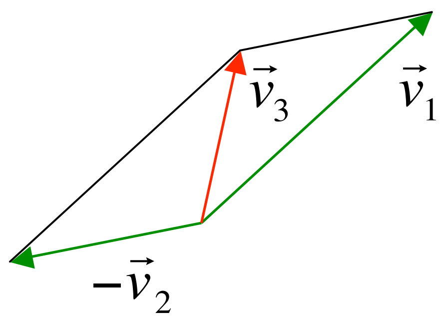
Differenza fra due vettori e' la diagonale corta del parallelogramma.



$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

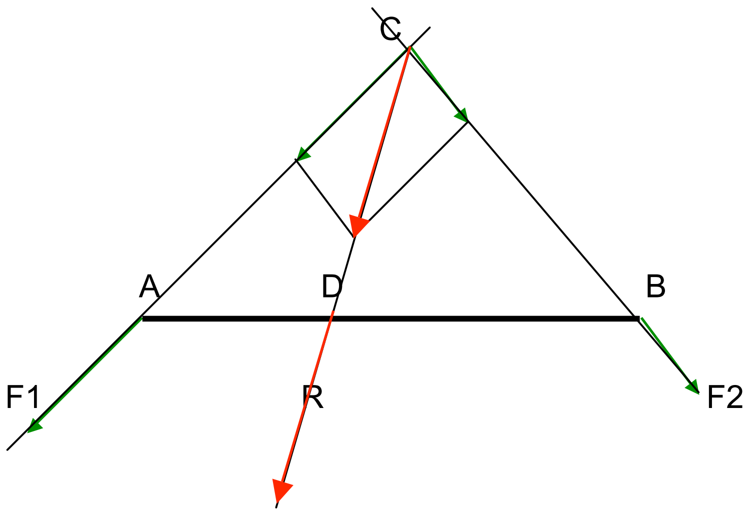
Si puo' anche considerare la somma con l'opposto di $\vec{v}_2$

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2)$$

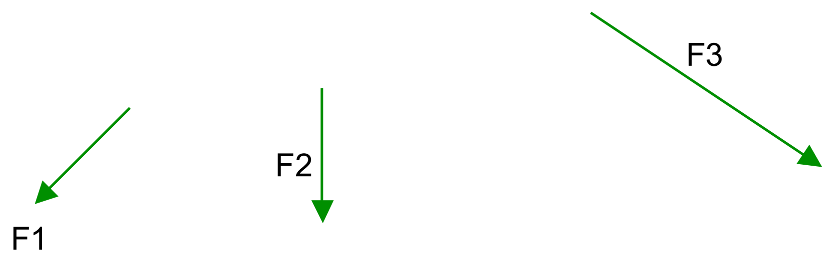


FORZE NON USCENTI DALLO STESSO PUNTO

Si spostano **F_1** e **F_2** lungo la loro linea d'azione fino al punto di incontro **C.**
Da **C** si costruisce il parallelogramma e si ottiene **R.**
La risultante **R** si sposta lungo la linea d'azione fino al suo punto d'applicazione **D** che si trova sulla congiungente AB che viene divisa in parti inversamente proporzionali alle forze.
Se si hanno più di due Forze si usa il metodo delle successive risultanti o il metodo del Poligono Funicolare.



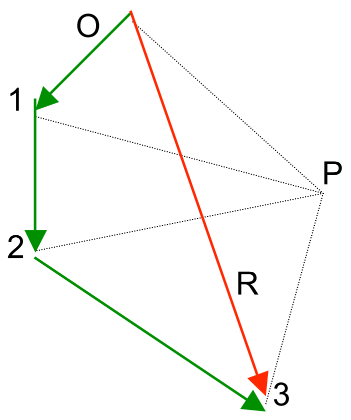
POLIGONO FUNICOLARE



O= ad Arbitrio
O1= Equipollente a F1
12= Equipollente a F2
23= Equipollente a F3

O3= E' la risultante in Modulo, Direzione, Verso.

P= Ad Arbitrio e si traccia PO, P1, P2, P3



PRODOTTO FRA VETTORI

PRODOTTO SCALARE (*) Si definisce prodotto scalare fra due vettori **F1** e **F2** la quantità scalare P che si ottiene moltiplicando fra loro il modulo dei due vettori e il coseno dell'angolo compreso.

P = **F1** * **F2** = F1*F2* cos α =

F1 cos α = componente di F1 lungo la direzione di F2

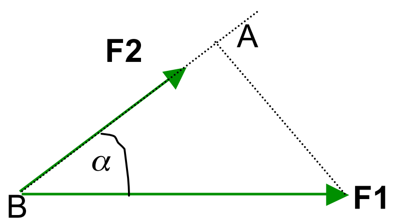
F2 cos α = componente di F2 lungo la direzione di F1

Prodotto scalare fra due vettori ortogonali è uguale a zero →cos π /2 = 0

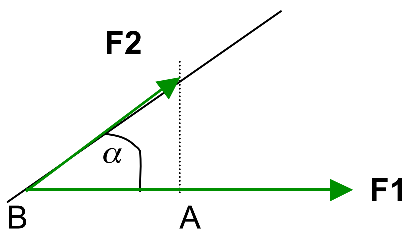
F1* F2=F2*F1 **Proprietà commutativa**

Esempio Il lavoro L è definito come il prodotto scalare della Forza **F** per lo spostamento **s** del suo punto di applicazione L = **F*S**

La componente dello spostamento, efficace al fine di determinare il Lavoro, è quella parallela alla Forza. E viceversa.



AB = proiezione di F1 su F2



AB = proiezione di F2 su F1

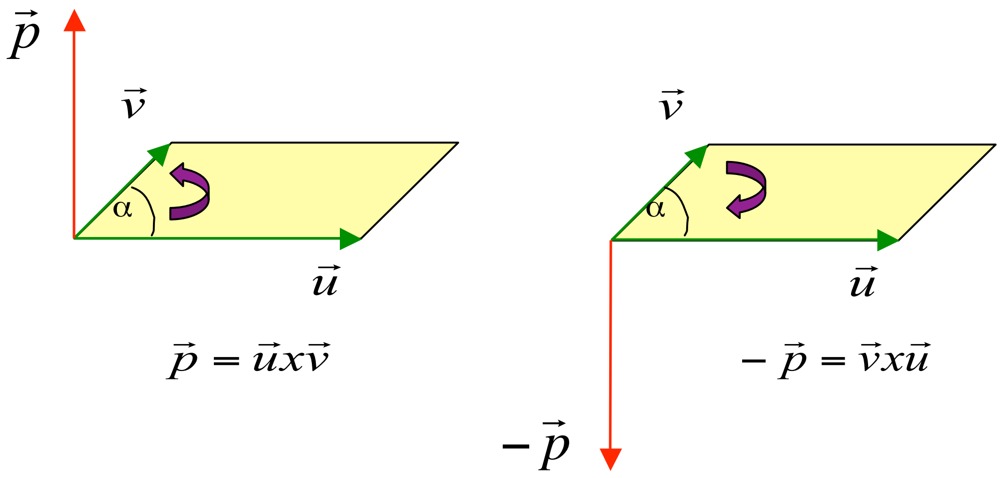
PRODOTTO VETTORIALE (x) Il prodotto vettoriale di due vettori **v** e **u** è un vettore **p** avente:

MODULO =	prodotto dei moduli di **u** e **v** e del seno dell'angolo compreso
DIREZIONE =	perpendicolare al piano che comprende **u** e **v**
VERSO =	verso di avanzamento di una vite destrorsa che ruoti sovrapponendo il primo vettore **u** al secondo vettore **v** percorrendo un angolo minore di 180°.

p (modulo) **=** v*u* sin α

Il prodotto vettoriale di due vettori é nullo quando sono paralleli (sen 0° = 0) o quando uno dei vettori è nullo.

p = u x v= - v x u (non gode della proprietà commutativa)



ESEMPIO Il momento di una forza F rispetto a un punto O è il prodotto vettoriale **M** del vettore posizione **OA**, diretto da O al punto di applicazione A della forza, per la forza **F.**
Il verso di **M** è connesso al verso di rotazione che **F** provoca attorno a O.

M= **OA** x **F**