Corso di Teoria dei Campi 2   751SM

David Marzocca - INFN Trieste

david.marzocca@sissa.it

- Corso di tematiche più avanzate sulla teoria dei campi. Due argomenti principali.
  - Formalismo dell'integrale sui cammini
  - Rinormalizzazione

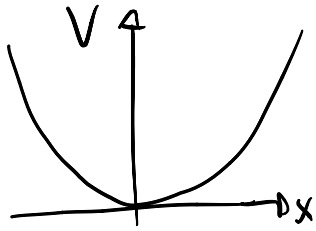
- Prerequisiti:
  - Meccanica quantistica
  - Relatività ristretta e invarianza di Lorentz
  - Teoria dei campi 1: quantizzazione di un campo scalare, spinori.

- Libri
  - M.D. Schwartz "Quantum Field Theory and the Standard Model"
  - Peskin, Schroeder "An Introduction to Quantum Field Theory"
  - Weinberg "The Quantum Theory of Fields - Vol I-II"
  - Itzykson, Zuber "Quantum Field Theory"
  - Serone QFT lecture notes of SISSA

Introduzione

Prendiamo un oscillatore quantistico

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{x}^2 = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \qquad a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega} \hat{p} \right)$$



autostati $|n\rangle$ con $n = 0, 1, 2, \dots$

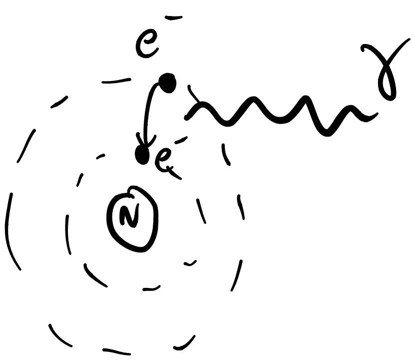
e $\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$

Gli operatori di creazione e distruzione spostano tra livelli energetici:

$$\begin{cases} a^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1}\, |n+1\rangle \\ a |n\rangle = \sqrt{n}\, |n\rangle \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Il numero di "particelle" però è costante: 1 di massa m.

In alcuni processi quantistici, però, il numero di particelle NON è CONSERVATO:



emissione o assorbimento di un fotone.

Campi come oscillatori armonici

Ref: [S.2.2-2.3]

Prendiamo ora un campo scalare φ in una teoria relativistica.

La più semplice equazione del moto che può soddisfare è

$$\Box \varphi = 0 \quad \rightarrow \quad (\partial_t^2 - \vec{\nabla}^2)\varphi = 0$$

Per il fotone, nella gauge di Lorentz si ha: $\Box A_\nu = 0$

Soluzione $\varphi(x,t) = a(t)\, e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}$ con

$$(\partial_t^2 + \vec{p}\cdot\vec{p})\, a(t) = 0 \quad \xleftrightarrow{\text{ANALOGIA}} \quad \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} + \omega^2 x(t) = 0$$

è un oscillatore armonico con $\omega_p^2 = \vec{p}\cdot\vec{p}$

oscillatore armonico, e.g. $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

↓ "SECONDA" QUANTIZZAZIONE

$$H_0 = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \hbar\omega_p \left(a_p^\dagger a_p + \frac{1}{2} V\right)$$

↓ QUANTIZZAZIONE

$$H = \hbar\omega\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)$$

Quantizziamo il campo scalare come una serie di oscillatori armonici per ogni numero d'onda $\vec{p}$, con associati operatori di creazione e distruzione $a_p^\dagger, a_p$

Ogni modo d'oscillazione ha energia $E = \hbar\omega_p$

↑

SECONDA QUANTIZZAZIONE ← Studiata in QFT 1

QUANTIZZAZIONE DI UN CAMPO SCALARE LIBERO

[S.2.3, 17.3.1]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2$$

seconda quantizzazione

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 \sqrt{2\omega_p}} \left(a_p \, e^{-ipx} + a_p^\dagger \, e^{+ipx} \right) , \qquad \omega_p^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2$$

$$p^\mu = (\omega_p, \vec{p})$$

$$[a_k, a_p^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{k})$$

$$\hookrightarrow [\varphi(t,\vec{x}), \varphi(t,\vec{y})] = 0$$

$$\pi(x) = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\partial_t \varphi(x))} = \partial_t \varphi(x)$$

$$[\varphi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{y})] = i \, \delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

propagatore di Feynman

$$\langle 0 | T\{\varphi(x) \varphi(y)\} | 0 \rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{i}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{ip(x-y)}$$

$\downarrow$

T-prodotto