#) PROVA ESAME 01/02/19 - ES 1.

$m = 1300\ kg$

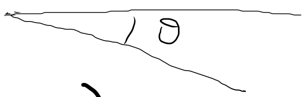
$\mu_d = 0.52$

UN'AUTO CON MASSA m INCHIODA E COMINCIA A SLITTARE. IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DIMAMICO e' μ_d.

CALCOLARE L'INTENSITÀ DELLA FORZA FRENANTE NEL CASO DI

- STRADA PIATTA (ORIZZONTALE)

- STRADA IN DISCESA $(\theta = 4.8°)$



ORIZZONTE

- $\left(\dfrac{\Delta x_0}{\Delta x_D} \right.$ CON Δx = DISTANZA DI ARRESTO $\left. \right)$

- $F_a = mg\mu_d$

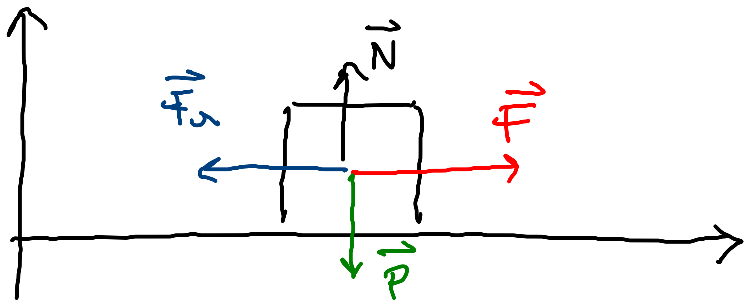
$|\vec{P}_\perp| = |\vec{P}|\cos\theta = mg\cos\theta$

$|\vec{F}_a| = P_\perp \mu_d = mg\cos\theta\ \mu_d$

#0) RISCALDAMENTO

UNA CASSA, CON MASSA $m = 20\ kg$, È SPINTA SU UN PAVIMENTO ORIZZONTALE CON UNA FORZA IN MODULO COSTANTE $F = 130\ N$. SE IL COEFFICIENTE DI ATTRITO $\mu = 0.5$, QUAL È $\vec{a}$ IMPRESSA ALLA CASSA?

$$\begin{cases} \vec{F} + \vec{F}_a = m\vec{a} & // \\ \vec{P} + \vec{N} = 0 & \perp \end{cases}$$



$$\begin{cases} N = mg & \perp \\ F - N\mu = ma & // \end{cases} \longrightarrow F - \mu mg = ma$$

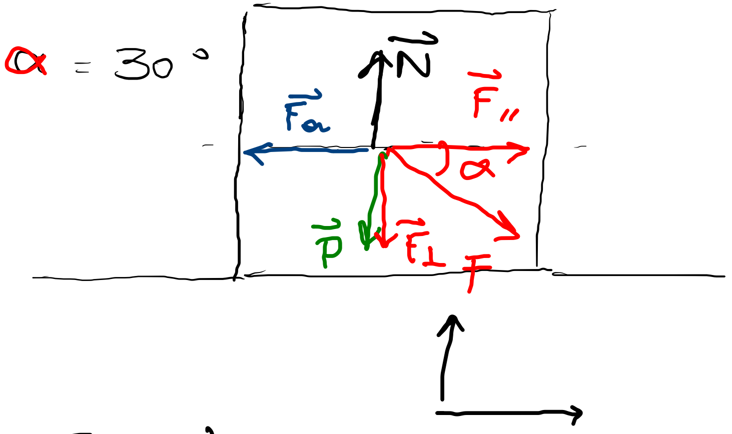
$\frac{m\,kg}{s^2}$

$$a = \frac{F}{m} - \mu g = \frac{130\ N}{20\ kg} - 0.5 \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2} = 1.6\ m/s^2$$

0.1) COME CAMBIA IL RISULTATO SE $\vec{F}$ È ESERCITATA IN UNA DIREZIONE INCLINATA DI 30° RISPETTO AL PAVIMENTO

$$\begin{matrix} \perp \\ \parallel \end{matrix} \begin{cases} \vec{N} + \vec{F}_\perp + \vec{P} = 0 \\ \vec{F}_\parallel + \vec{F}_a = ma \end{cases}$$

$\alpha = 30°$



$$N = F_\perp + P = mg + F\sin\alpha$$

$$(?)\ ma = \underset{F_\parallel}{\uparrow}{F\cos\alpha} - \underset{F_a}{\uparrow}{N\mu} = F\cos\alpha - (mg + F\sin\alpha)\mu$$

$F_\parallel \qquad F_a \Rightarrow a < 0 \Rightarrow$ LA CASSA NON SI MUOVE!

#2) SCIVOLA SCIVOLA SCIVOLA SCIVOLA SCIVOLA...

UNA CASSA VIENE POSTA SUL PIANALE DI UN CAMION (NON LEGATA). IL COEFFICIENTE DI ATT. STATICO $\mu = 0.75$. IL CAMION SI MUOVE LUNGO UNA STRADA ORIZZONTALE, RETTILINEA CON $|\vec{v}| = 80\ \frac{km}{h}$

SE FRENASSE, QUALE SAREBBE IL MINIMO ΔS PERCORSO PERCHÉ LA CASSA NON SCIVOLI?

CASSA $\rightarrow m$ $\qquad mg\mu = F_{MAX} = a_{MAX}\, m \Rightarrow a_{MAX} = g\mu$

$$\begin{cases} x(t) = \cancel{x_0} + v_0 t - \frac{1}{2} a_{MAX} t^2 \\ v(t) = v_0 - a_{MAX} t \end{cases}$$

$$t = \frac{v_0 - v(t)}{a_{MAX}} \Rightarrow x(t) = v_0 \left(\frac{v_0 - v(t)}{a_{MAX}}\right) - \frac{1}{2} \cancel{a_{MAX}} \left(\frac{v_0 - v(t)}{a_{MAX}^{\cancel{2}}}\right)^2$$

$$x(t) = \frac{v_0 (v_0 - v(t))}{a_{MAX}} - \frac{1}{2} \frac{(v_0 - v(t))^2}{a_{MAX}}$$

CALCOLO x PER CUI $v(t) = 0$

$$\Delta x = x = \frac{v_0^2}{a_{MAX}} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a_{MAX}} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a_{MAX}} = \frac{1}{2} \frac{(80\ km/h)^2}{0.75 \cdot 9.81\ m/s^2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(22.22\ m/s)^2}{0.75 \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2}} = 33\ m$$

#3) ESERCIZIO 2, PRIMA PROVA DI ESAME (PARZIALE) A.A. 2018 - 2019

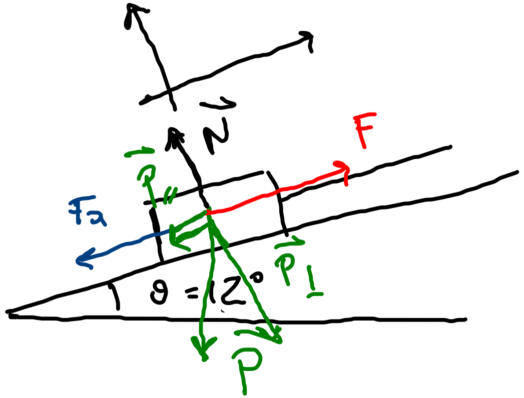
Un ragazzo tira una slitta di massa $m = 28\,kg$ lungo un pendio coperto di neve, mediante una corda che tiene parallela al pendio, come mostrato in figura (ove l'angolo $\theta = 12°$ e' riferito all'orizzontale). I coefficient di attrito statico e dinamico tra I pattini della slitta e la neve valgono rispettivamente $\mu_s = 0.096$ e $\mu_d = 0.072$

Calcolare le intensita' delle forze $\boldsymbol{F_a}$ e $\boldsymbol{F_b}$ che il ragazzo deve applicare alla slitta rispettivamente per:

a) Mettere in movimento la slitta

b) Far scivolare la slitta lungo il pendio a velocita' costante (in salita)

(GRAZIA A LUCA, ESERCITATORE DELL' ANNO PASSATO, PER IL FORMATO COMODO DA COPIA - INCOLLARE :D)



$$\begin{cases} \perp & \vec N + \vec P_{\perp} = 0 \longrightarrow N = P_{\perp} = mg\cos\theta \\ \parallel & \vec F + F_a + \vec P_{\parallel} = \cancel{ma} = 0 \end{cases}$$

$$F = P_{\parallel} + F_a = mg\sin\theta + N\mu_s$$
$$= mg\sin\theta + mg\cos\theta\,\mu_s$$
$$= mg(\sin\theta + \cos\theta\,\mu_s)$$
$$= 28\,\text{kg}\; 9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(0.21 + 0{,}096 \cdot 0{,}98)$$
$$= 83\ \text{N}$$

- $F = mg(\sin\theta + \cos\theta\,\mu_d)$
$$= 77\ \text{N}$$

(STESSI NUMERI INTERMEDI DEL CALCOLO A DESTRA)

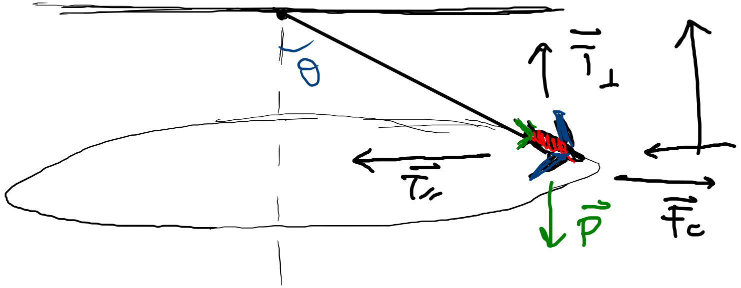
#4) GIRO GIRO TONDO

UN AEROPLANINO GIOCATTOLO CON MASSA $m = 0.075\ kg$ VIENE LEGATO AL SOFFITTO CON UNA CORDICELLA.

ACCENDENDO IL MOTORE L'AEROPLANINO SI MUOVE CON $v = 1.21\ m/s$ SU UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE CON $R = 0.44\ m$. (FIG)

CALCOLARE:

- L'ANGOLO θ
- T CORDA



$$\begin{cases} \perp & \vec{P} + \vec{T}_\perp = 0 \\ /\!/ & \vec{T}_{/\!/} + \vec{F}_c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T\cos\theta = mg \\ T\sin\theta = \dfrac{mv^2}{R} = m\omega^2 R \end{cases}$$

DIVIDO 2 PER 1

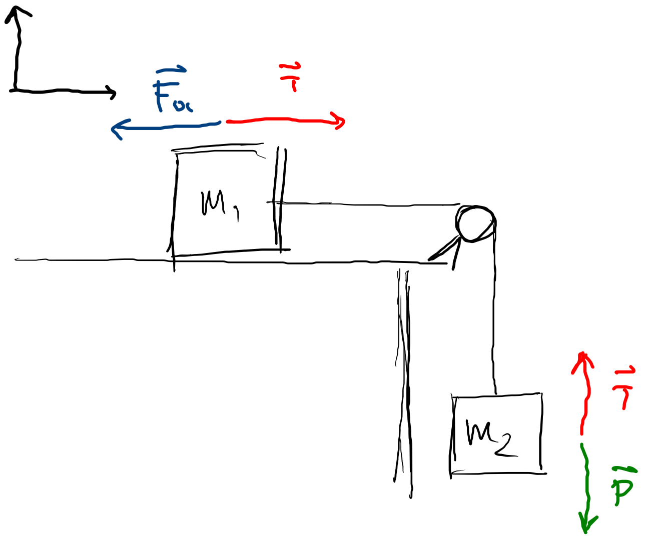
$$\frac{\cancel{T}\sin\theta}{\cancel{T}\cos\theta} = \frac{\cancel{m}v^2}{R}\frac{1}{\cancel{m}g} = \frac{v^2}{Rg} = tg(\theta) \Rightarrow tg(\theta) = \frac{(1{,}21\ m/s)^2}{0.44\ \cancel{m}\cdot 9{,}81\ m/s^2} = 0.339$$

$$\theta = 18.7°$$

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{0.075\ kg\ 9.8\ m/s^2}{\cos(18.7)} = 0.777\ N$$

#5) LA CARRUCOLA

$m_1 = 9\ kg$
$m_2 = 5\ kg$
SE $\mu_d = 0{,}2$, QUAL È T?



$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{T} = m_2 \vec{a} \\ \vec{T} + \vec{F}_a = m_1 \vec{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -m_2 g + T = -m_2 a \\ -m_1 g \mu_d + T = m_1 a \end{cases}$$

$$-m_2 g + \cancel{T} + m_1 g \mu_d - \cancel{T} = -m_2 a - m_1 a$$

$$m_2 g - m_1 g \mu_d = a(m_1 + m_2) \rightarrow a = \frac{m_2 g - m_1 g \mu_d}{m_1 + m_2} = \frac{5\ \cancel{kg}\ 9{,}81\ \frac{m}{s^2} - 9\ \cancel{kg}\ 9{,}81\ \frac{m}{s^2}\ 0{,}2}{(5+9)\ \cancel{kg}} =$$

$$= \frac{31.39}{14} \frac{m}{s^2} = 2{,}24\ \frac{m}{s^2}$$

$$T = m_2 g - m_2 \left(\frac{m_2 g - m_1 g \mu_d}{m_1 + m_2} \right)$$

$$= m_2 (g - a) = 5\ kg\ (9.81 - 2.24)\ m/s^2 = 37{,}85\ N$$

#6) BOING BOING!

Si ha una molla di massa trascurabile di costante elastica $k=1000N/m$, alla cui estremità è posizionata una massa di $2{,}0\ kg$. All'istante $t=0$ la molla viene rilasciata da una posizione di trazione di $1{,}0\ cm$ rispetto alla posizione di equilibrio della molla stessa. Determinare (a) il periodo delle oscillazioni del sistema descritto, (b) la velocità e l'accelerazione della massa alla posizione di equilibrio della molla e (c) la velocità e l'accelerazione della massa alla posizione di massima compressione della molla.

- PERIODO: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (VEDERE LEZIONE PER LA DERIVAZIONE)

$$= 2\pi\sqrt{\frac{2kg}{1000\ N}m} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{500}\frac{kg\,\cancel{m}}{kg\,m}s^2} = 0.28\ s$$

- INTUITIVAMENTE, ALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO $v = MAX$, $a = 0$

EQUAZIONE DEL MOTO: $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ CON $\omega = \frac{2\pi}{T}$

IMPONIAMO LE CONDIZIONI INIZIALI:

$x(t=0) = 1\ cm = 0.01\ m$

$v(t=0) = 0\ m/s$

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$

SOSTITUISCO NELL' EQUAZIONE DEL MOTO E OTTENGO

$0.01 = A\cos(\varphi)$

$0 = -\omega A \sin(\varphi) \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 + k\pi$ CON $k \in \mathbb{Z}$

(PER COMODITÀ: $\varphi = 0$)

SOSTITUENDO NELLA PRIMA:

$0.01 = A\cos(\varphi) = A\cos(0) = A \rightarrow A = 0.01\ m$

ALLORA:

$x(t) = 0.01\ m\ \cos(\omega t)$

$v(t) = -0.01\ m\ \omega \sin(\omega t)$

$a(t) = -0.01\ m\ \omega^2 \cos(\omega t) = -\omega^2 x(t)$

PER FARE IL CALCOLO CERCO ESPLICITAMENTE t PER CUI $x = 0$:

$$0 = 0.01 \ m \cos(\omega t) \Rightarrow \cos(\omega t) = 0 \qquad \omega t = \frac{\pi}{2} (+ k\pi) \qquad t = \frac{\pi}{2\omega}$$

SOSTITUISCO IN $v(t)$

$$v(t) = -0.01 \ m \ \omega \sin(\omega t) = -0.01 \ m \ \omega \sin\left(\cancel{\omega}\frac{\pi}{2\cancel{\omega}}\right) = -0.01 \ m \ \omega \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1}$$

POSSO ANCHE NOTARE CHE È LA v_{MAX} POSSIBILE (CORRISPONDE AL MASSIMO DEL SENO)

COME DISCUTEVAMO VENERDÌ, SICCOME $a(t) = -\omega^2 x(t)$ E A RIPOSO $x(t) = 0$ ANCHE $a(t) = 0$.

- ALLA MASSIMA COMPRESSIONE MI ATTENDO INTUITIVAMENTE CHE SUCCEDA L'OPPOSTO: $v = 0$ e $a = a_{MAX}$

DOVE $x = 0.01$? $\quad \cancel{0.01} = \cancel{0.01} \cos(\omega t) \Rightarrow \cos(\omega t) = 1 \Rightarrow \cancel{\omega} t = 0$

$v(0) = -0.01\omega \sin(\omega \cdot 0) = 0$ OK! $\qquad a(t) = 0.01 \ m \ \omega^2 \cos(\omega t)$

$= 0.01 \ m \ \omega^2$ (MAX PER IL COSENO)

NUMERICAMENTE: $\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6.28}{0.28} = 22.43 \ \frac{rad}{s}$

- $T = 0.28 \ s$
- $x = 0 \ m \quad a = 0 \qquad v = -0.01 \ \omega \ m/s = -0.01 \ 22.43 \ m/s = -0.224 \ m/s$
- $x = 0.01 \ m \quad a = -0.01 \ \omega^2 \ \frac{m}{s^2} = -0.01 (22.43)^2 \frac{m}{s^2} = 503.07 \ \frac{m}{s^2}$

7) ESERCIZIO 2 - ESAME SESSIONE INVERNALE 17/18

UN GLOBULO ROSSO È UNA SFERA CON diametro $d = 7.5\ \mu m$ e $\rho = 1.3\ g/cm^3$ IMMERSO NEL PLASMA CON $\rho' = 1.05\ g/cm^3$ e $\eta = 1.65$ cP. CON QUALE VELOCITÀ SI DEPOSITANO I GLOBULI ROSSI SUL FONDO DI UNA PROVETTA SE

- LA PROVETTA È IN VERTICALE (SEDIMENTAZIONE)
- LA " È IN UNA CENTRIFUGA e SI MUOVE DI MOTO CIRCOLARE UNIFORME CON $r = 0.18$ m e 3000 rpm.

APPLICHIAMO LA FORMULA RICAVATA IN CLASSE (NB: NON RIFACCIO I PASSAGGI PER ARRIVARE ALLA FORMULA, MA CONSIGLIO DI RIFARLI PER CONTO VOSTRO)

TROVO CHE $VES = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho') r^2 g}{\eta}$

RICORDIAMOCI CHE $1\ cP = 10^{-3}\ Pl$ E CHE $1\ Pl = \frac{kg}{m\ s}$

$\rho - \rho'$ CONVERTITA IN kg/m^3

$$VES_I = \frac{2}{9} \frac{1}{1.65 \cdot 10^{-3}} \frac{m \cdot \cancel{s}}{\cancel{kg}} \left(\frac{7,5 \times 10^{-6} \cancel{m}}{2} \right)^2 9.81 \frac{\cancel{m}}{s^{\cancel{2}}} \; 1000 \frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^3}} (1.3 - 1.05)$$

$$= 0.22 \cdot 0.61 \cdot \frac{7.5^2}{4} \cdot 9.81 \cdot 0.25 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 \cdot 10^3 \frac{m}{s} = 4.64 \cdot 10^{-6} \frac{m}{s} = 4.64 \frac{\mu m}{s}$$

HO RIORDINATO IN MODO CHE LE POTENZE DI 10 FOSSERO TUTTE ASSIEME

NEL SECONDO CASO DEVO CONSIDERARE (INVECE DI g) L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA:

$$VES_{II} = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho') r^2}{\eta} a_c = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho') r^2}{\eta} g \frac{a_c}{g} = VES_I \frac{a_c}{g} = \frac{VES_I}{g} \omega^2 R = \frac{4.64\ \mu m}{9.81\ m} s^2\ 314^2 \frac{1}{s^2}\ 0.18\ m = 8.4 \frac{mm}{s}$$

$$3000\ rpm \rightarrow 3000 \frac{6.28\ rad}{60\ s} = 314 \frac{rad}{s}$$