

**Università di Trieste**  
**Dipartimento di Ingegneria e Architettura**

**Corso di**  
**Tecnica delle Costruzioni**

**FLESSIONE**

**Prof. Ing. Natalino Gattesco**

# **BIBLIOGRAFIA**

**Toniolo G., Di Prisco M., “Cemento Armato – Calcolo agli stati limite”, Vol. 2a, terza edizione, Ed. Zanichelli, 2010.**

**Park R., Paulay T., “Reinforced Concrete Structures”, John Wiley & Sons, New York, 1975.**

**Mac Gregor J., “Reinforced Concrete – Mechanics and Design”, Prentice Hall, New Jersey, 1988.**

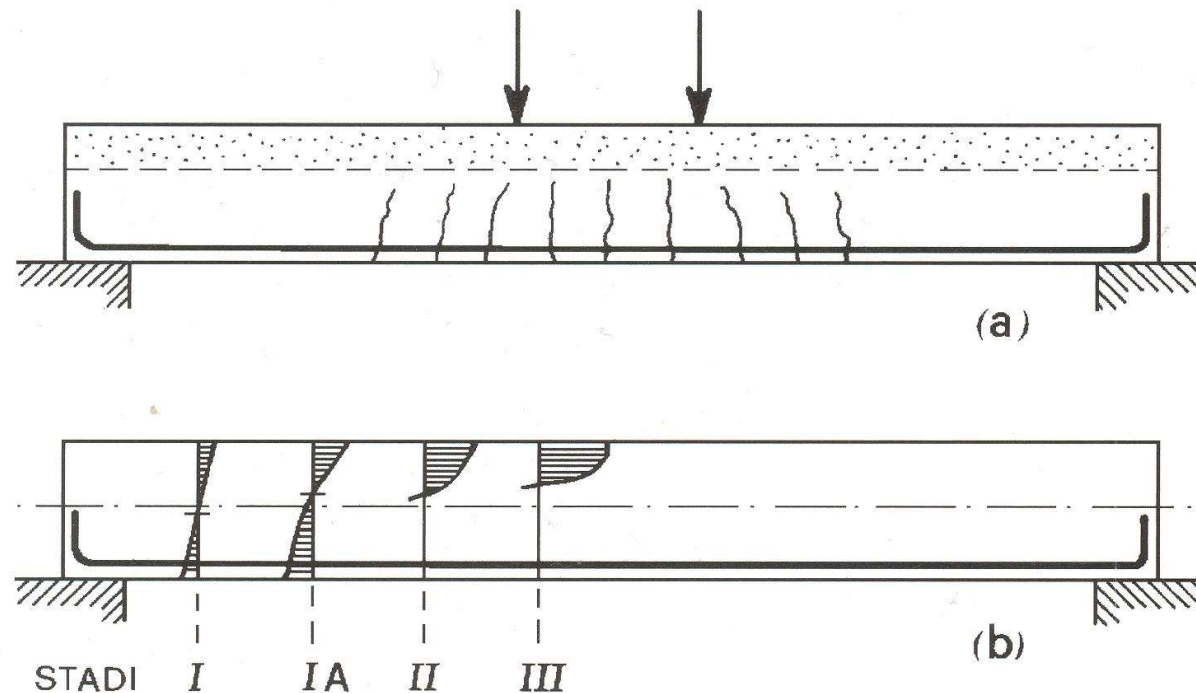
**Santarella L., “Prontuario del Cemento Armato”, XXXVIII edizione, Ed. Hoepli, Milano.**

# ANALISI DELLA SEZIONE INFLESSA

In una trave inflessa le sezioni reagiscono al momento flettente prodotto dai carichi con una distribuzione di tensioni normali, parte di trazione e parte di compressione.

Data la ridotta resistenza a trazione del calcestruzzo la sezione della trave si parzializza già per livelli di carico molto modesti.

Dopo la fessurazione interviene solo l'acciaio di armatura per resistere alle trazioni del lembo teso della trave.

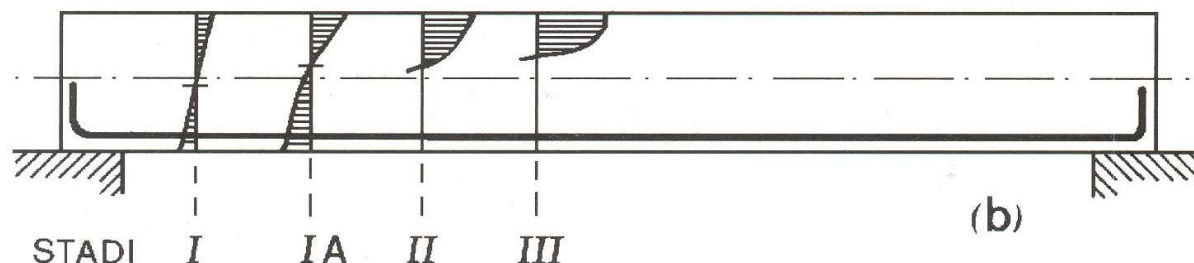


# ANALISI DELLA SEZIONE INFLESSA

Il comportamento effettivo delle sezioni inflesse in c.a. vede 3 stadi

- **Stadio I:** livelli bassi di sollecitazione con comportamento elastico lineare dei materiali – sezione interamente reagente (*lo stadio IA rappresenta la situazione limite prima della fessurazione*)
- **Stadio II:** sezione fessurata con trazioni affidate interamente all'acciaio – comportamento dei materiali ancora elastico lineare
- **Stadio III:** sezione fessurata con trazioni affidate interamente all'acciaio – comportamento dei materiali non lineare – (*armature metalliche snervate e/o calcestruzzo sul ramo plastico*)

Gli stadi I e II sono contemplati per le verifiche di esercizio (SLE), lo stadio III per le verifiche di resistenza (SLU).

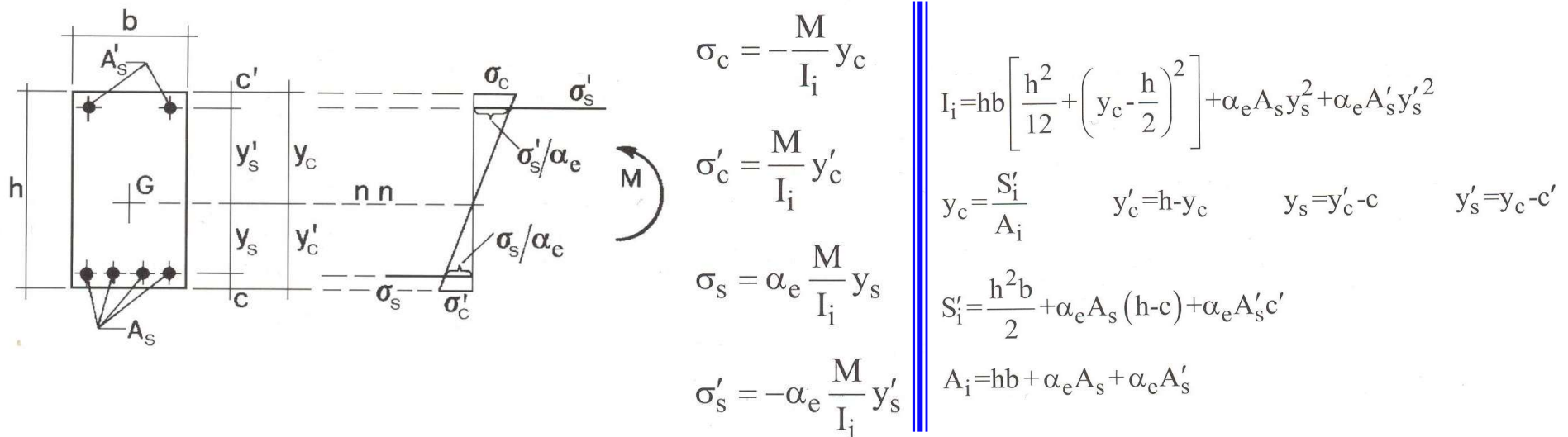


# CALCOLO ELASTICO DELLA SEZIONE

**Caso di sezione interamente reagente**  $\sigma_c \leq f_{ctd}$

- Ipotesi** {
- Conservazione delle sezioni piane (Ipotesi di Bernoulli)
  - Perfetta aderenza acciaio-cla (congruenza)
  - Cla elastico lineare, acciaio elastico lineare

Per il **I stadio** vale quanto dedotto per la trave di de Saint Venant (basta omogeneizzare le aree di armatura con il coefficiente  $\alpha_e = E_s / E_c$ )



Per  $\sigma_c = f_{ctd}$  si ha il limite di formazione delle fessure

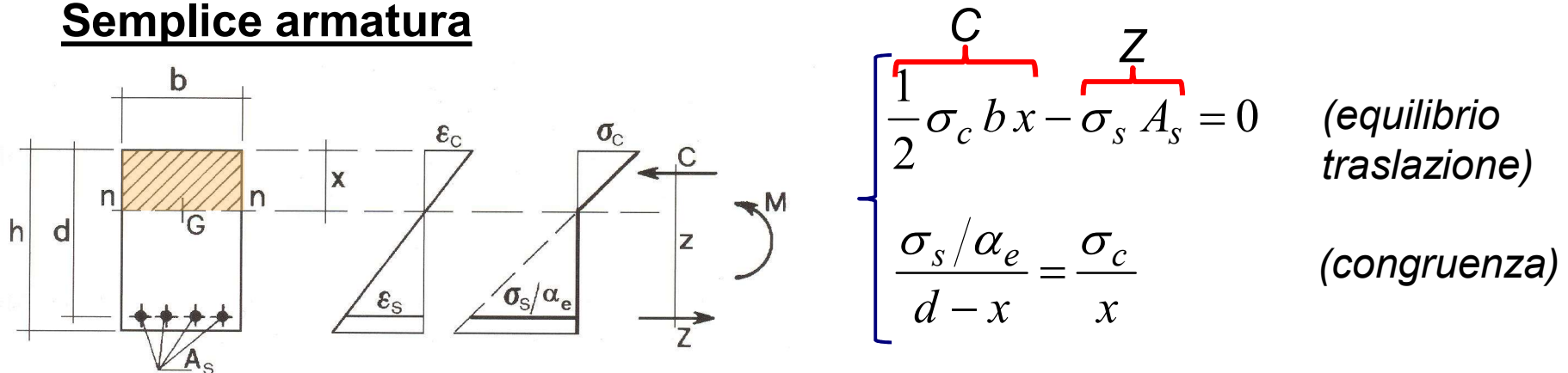
$$M_{cr} = \frac{f_{ctd} I_i}{y'_c} \quad (\text{momento di cracking})$$

# CALCOLO ELASTICO DELLA SEZIONE

**Caso di sezione parzializzata (calcestruzzo fessurato)**

- Ipotesi**
- Conservazione delle sezioni piane (Ipotesi di Bernoulli)
  - Perfetta aderenza acciaio-clc (congruenza)
  - Clc compresso elastico lineare e acciaio elastico lineare
  - Clc non resistente a trazione

Per il **II stadio** fessurato, da equilibrio e congruenza si ha  
Semplice armatura



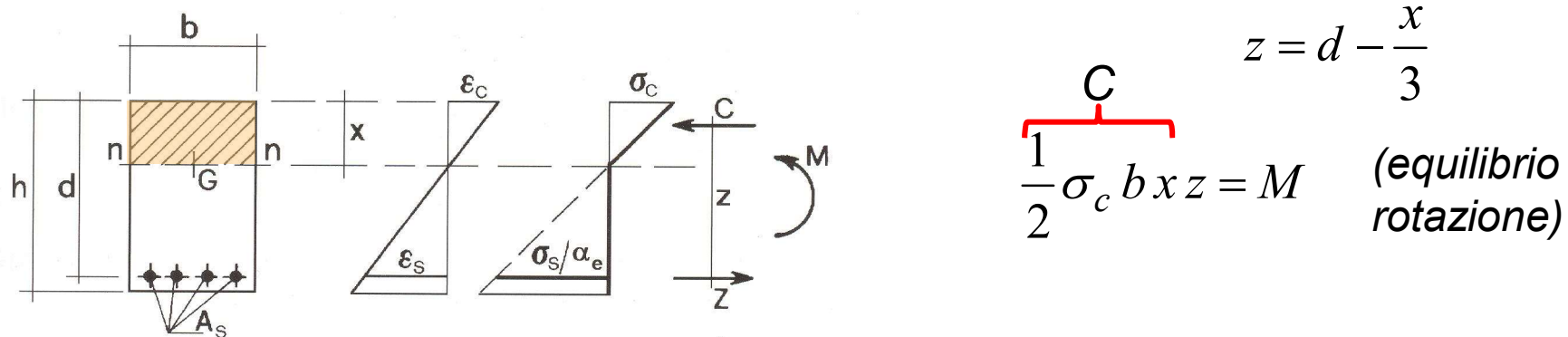
Da cui si esprime  $\sigma_s$  in funzione di  $\sigma_c$  e sostituita nella prima equaz.

$$x^2 + \frac{2\alpha_e A_s}{b} x - \frac{2\alpha_e A_s}{b} d = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{\alpha_e A_s}{b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{\alpha_e A_s}} \right\}$$

# CALCOLO ELASTICO DELLA SEZIONE

## Semplice armatura (formule di verifica tensionale)

Nota la posizione dell'asse neutro, il braccio della coppia interna è



Si possono quindi ricavare i valori di tensione nei due materiali

$$\sigma_c = \frac{2M}{bxz}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z}$$

Questi valori di tensione vanno confrontati con quelli limite imposti in esercizio (verifica tensionale delle sezioni)

Cls	{	$\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$	Combinaz. q.p.	Acciaio	$\sigma_s \leq 0.8 f_{yk}$
		$\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$	Combinaz. rara		

# CALCOLO ELASTICO DELLA SEZIONE

Semplice armatura (*formule di semiprogetto*)

**E' possibile utilizzare le relazioni sopra viste per progettare la quantità di armatura e la larghezza o altezza della sezione.**

**Una stima di  $z$  è circa  $0.9d$  per cui, fissando la tensione nell'acciaio pari al valore limite di norma ( $0.8f_y$ ) e sostituendolo nell'equazione**

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z}$$

$$A_s = \frac{M}{0.8 f_y 0.9d}$$

**La base della trave si dimensiona fissando un valore di  $\sigma_c = 0.45 f_{ck}$  e sostituendolo nell'equazione. Analogamente per l'altezza utile  $d$ .**

$$\sigma_c = \frac{2M}{bxz} \quad \text{si ottengono le relazioni}$$

$$b = \frac{2M}{0.45 f_{ck} 0.3d 0.9d}$$

$$d = \sqrt{\frac{2M}{0.45 f_{ck} 0.3 \cdot 0.9b}}$$

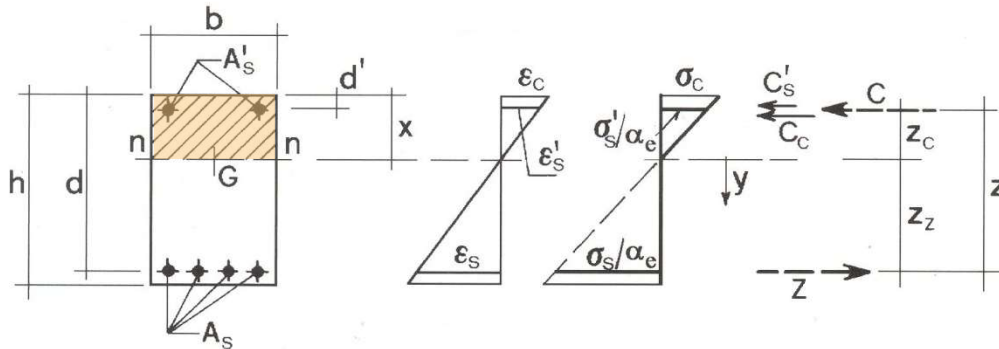
*N.B. Solo una delle due - semiprogetto*



# CALCOLO ELASTICO DELLA SEZIONE

Per il **II stadio fessurato**, da equilibrio e congruenza si ha

## Armatura doppia



$$\left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \sigma_c b x + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s = 0 \quad (\text{equil. traslaz}) \\ \frac{\sigma_s / \alpha_e}{d - x} = \frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma'_s / \alpha_e}{x - d'} \quad (\text{congruenza}) \end{array} \right.$$

Dall'equazione di congruenza si esprimono  $\sigma_s$  e  $\sigma'_s$  in funzione di  $\sigma_c$  e sostituite nella prima equazione danno

$$x^2 + \frac{2\alpha_e (A_s + A'_s)}{b} x - \frac{2\alpha_e (A_s + A'_s)}{b} d = 0$$

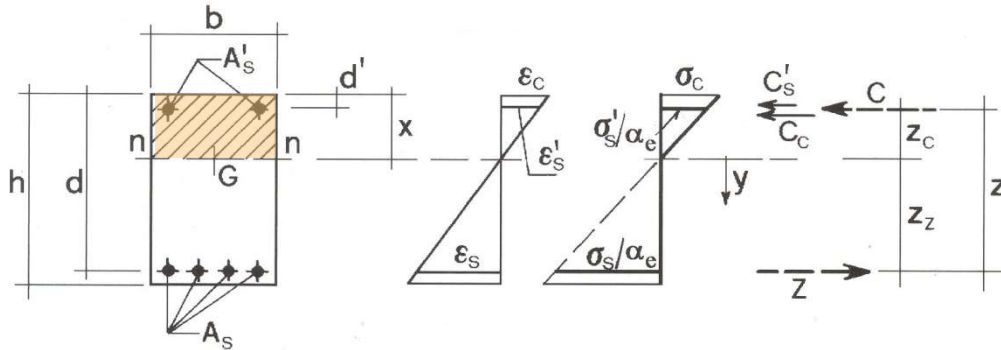


$$x = \frac{\alpha_e (A_s + A'_s)}{b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s d')}{\alpha_e (A_s + A'_s)^2}} \right\} \quad (\text{posizione asse neutro})$$

# CALCOLO ELASTICO DELLA SEZIONE

**Doppia armatura** (*formule di verifica tensionale*)

**Il momento d'inerzia della sezione parzializzata si esprime:**



$$I_i = \frac{bx^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x)^2 + \alpha_e A'_s (x - d')^2$$

**Si possono quindi ricavare i valori di tensione nei due materiali utilizzando la formula di Navier**

$$\sigma_c = \frac{M}{I_i} x$$

(compressione cls)

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M}{I_i} (d - x)$$

(trazione acc.)

$$\sigma'_s = \alpha_e \frac{M}{I_i} (x - d')$$

(compressione acc.)

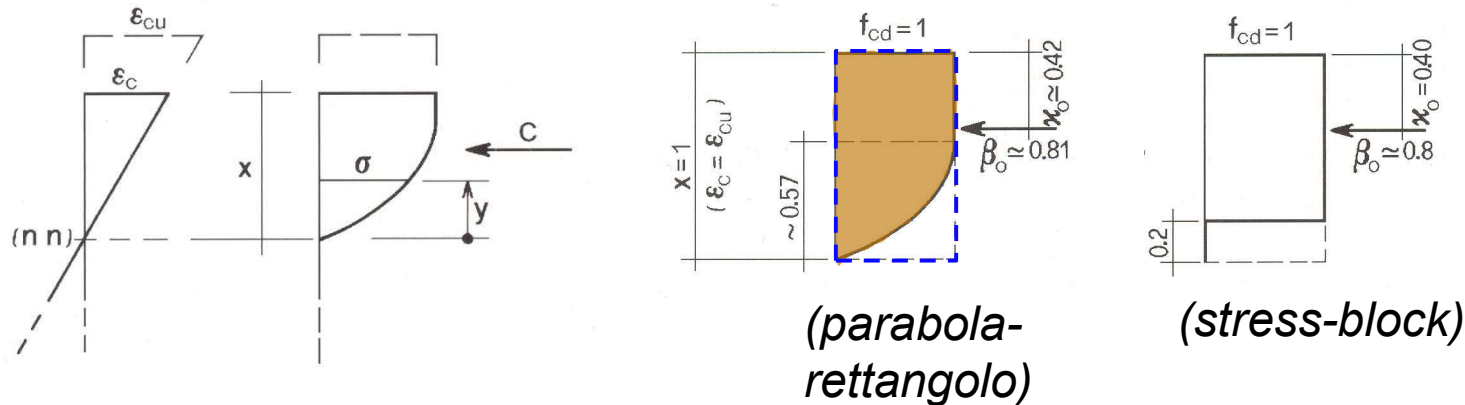
$$\text{Cls} \begin{cases} \sigma_c \leq 0.45 f_{ck} & \text{Combinaz. q.p.} \\ \sigma_c \leq 0.6 f_{ck} & \text{Combinaz. rara} \end{cases}$$

$$\text{Acciaio} \quad \sigma_s \leq 0.8 f_{yk}$$

# CALCOLO A ROTTURA DELLA SEZIONE (SLU)

Per le verifiche di resistenza allo **stato limite ultimo** si parte da:

- Ipotesi**
- Conservazione delle sezioni piane (Ipotesi di Bernoulli)
  - Perfetta aderenza acciaio-cla (congruenza)
  - Cla con legame parabolico rettang, acciaio elasto-plastico
  - Cla non resistente a trazione



**Per  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$  si ha che**

$$\beta_o \cong 0.8$$

$$\kappa_o \cong 0.4$$

*Volume delle tensioni reali rispetto al prisma circoscritto*

**Per  $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$  si ha invece**

$$\beta = (1.6 - 0.8 \bar{\varepsilon}_c) \bar{\varepsilon}_c$$

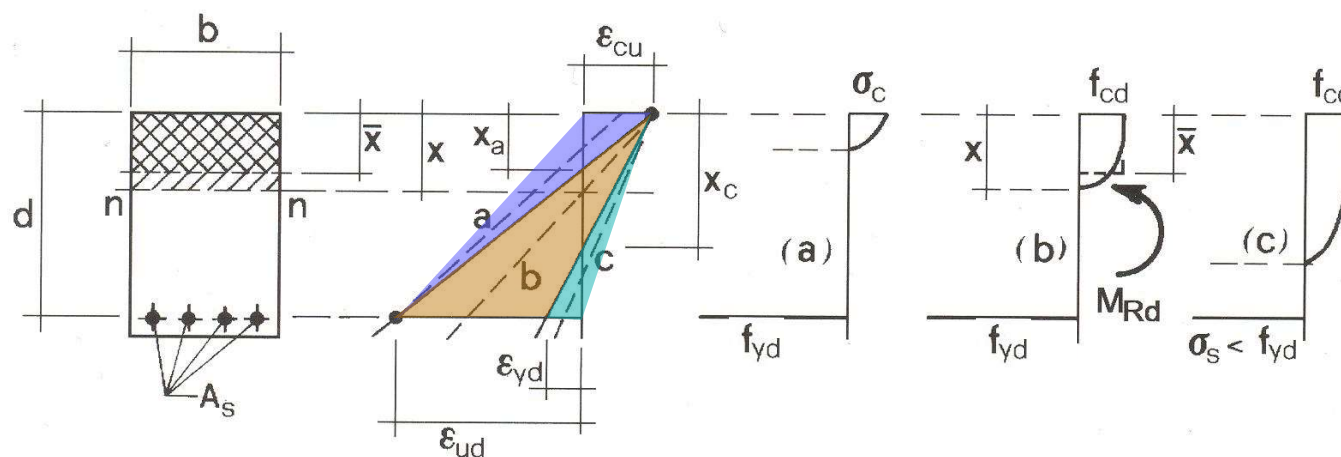
$$\kappa = 0.33 + 0.07 \bar{\varepsilon}_c$$

*Posizione della risultante delle compressioni rispetto al lembo compresso*

$$\bar{\varepsilon}_c = \varepsilon_c / \varepsilon_{cu}$$

# CALCOLO A ROTTURA DELLA SEZIONE

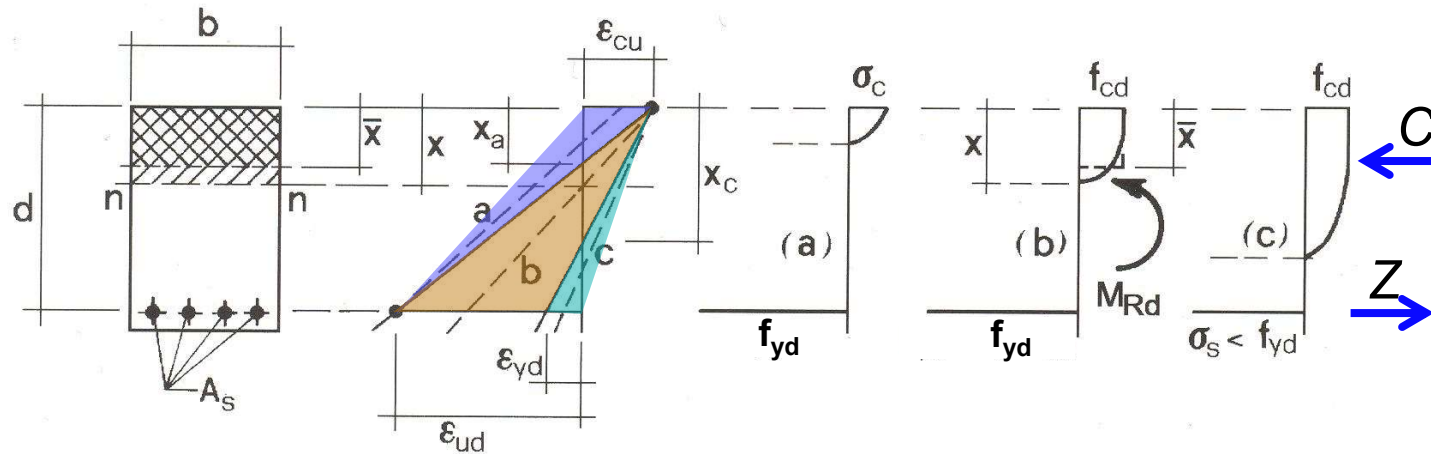
## Campi di rottura della sezione



- **campo "a" delle deboli armature** caratterizzato dalla rottura dell'armatura metallica, con  $\epsilon_s = \epsilon_{ud}$ , mentre al bordo compresso del calcestruzzo la contrazione non raggiunge il limite ultimo ( $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$ );
- **campo "b" delle medie armature** caratterizzato dalla rottura del calcestruzzo al bordo compresso ( $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$ ) con acciaio già snervato ( $\epsilon_{ud} > \epsilon_s > \epsilon_{yd}$ );
- **campo "c" delle forti armature** caratterizzato sempre dalla rottura del calcestruzzo per raggiungimento della contrazione ultima  $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$  con acciaio ancora in fase elastica ( $\epsilon_s < \epsilon_{yd}$ ).

# CALCOLO A ROTTURA DELLA SEZIONE

## Semplice armatura



Con il modello elastico-perfettamente plastico indefinito per l'acciaio sparisce il campo "a"

Nel campo "b" l'equilibrio alla traslazione si pone

$$\overbrace{\beta_o f_{cd} b x}^C - \overbrace{f_{yd} A_s}^Z = 0$$

E quindi la posizione dell'asse neutro si ricava dalla relazione

$$x = \frac{f_{yd} A_s}{\beta_o f_{cd} b} = \xi d$$

$$\xi = \frac{\omega_s}{\beta_o}$$

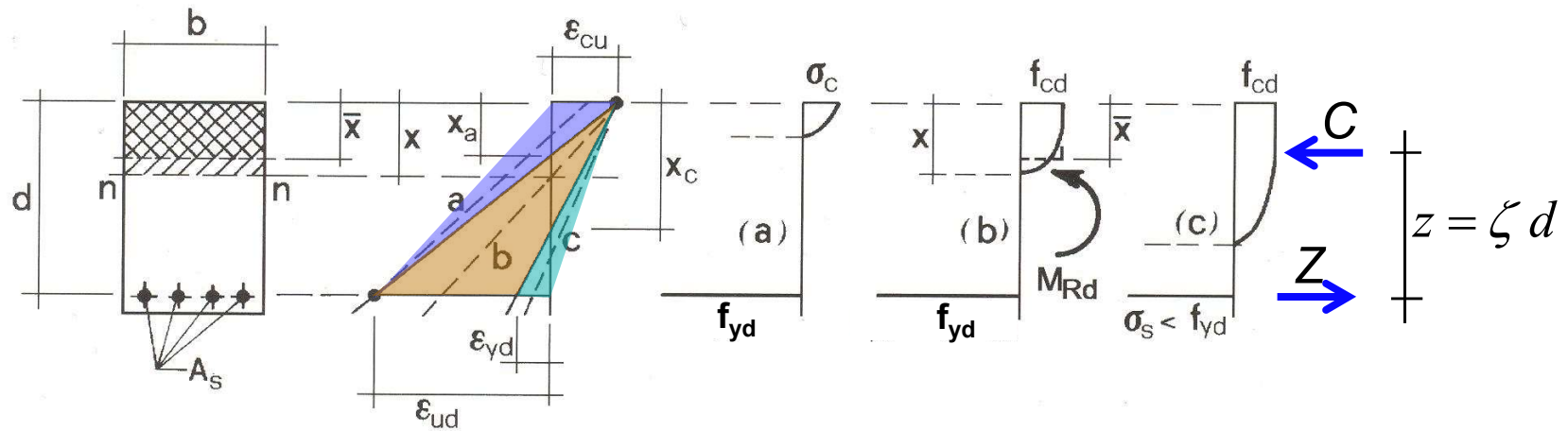
(asse neutro  
adimensionalizzato)

$$\omega_s = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd} b d}$$

(percentuale  
meccanica di  
armatura)

# CALCOLO A ROTTURA DELLA SEZIONE

## Semplice armatura



La situazione al confine del campo “c” è caratterizzata dalla relaz.

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x_c} = \frac{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}}{d}$$

Che porta a

$$x_c = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}} d = \xi_c d \quad \rightarrow \quad \omega_{sc} = \beta_o \xi_c$$

(armatura limite che separa i campi “b” e “c”)

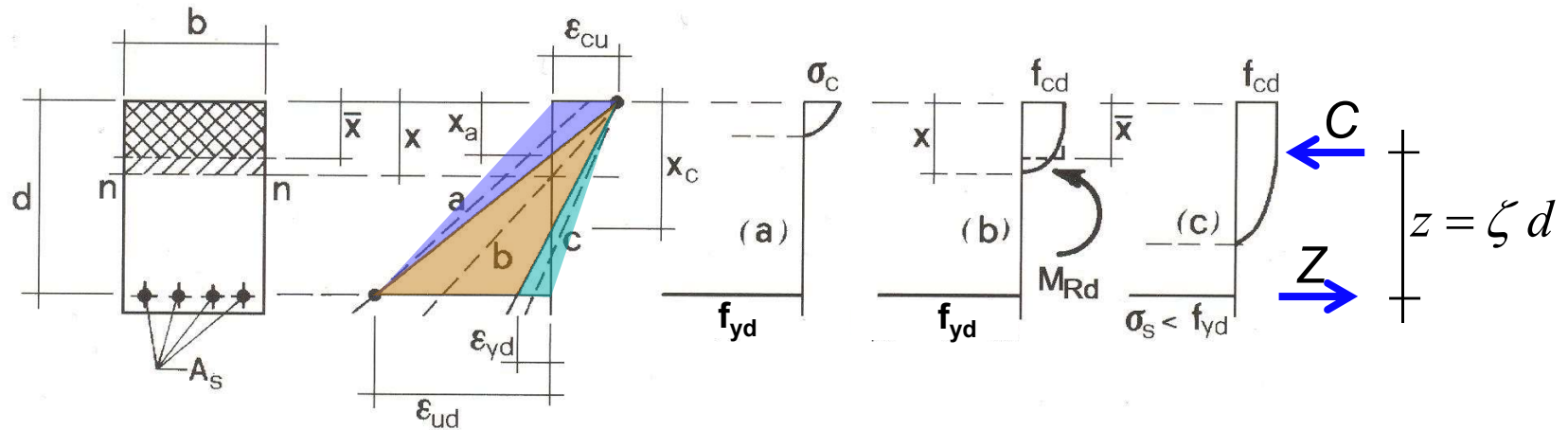
Il momento resistente risulta uguale a

$$M_{Rd} = \underbrace{\beta_o f_{cd} b \xi d}_C \zeta d \quad \rightarrow \quad \zeta = 1 - \kappa_o \xi$$

(braccio della coppia interna adimensionalizzato)

# CALCOLO A ROTTURA DELLA SEZIONE

## Semplice armatura



Considerando il modello semplificato “stress-block” per il cls si ha:

Nel campo “b” l’equilibrio alla traslazione si pone

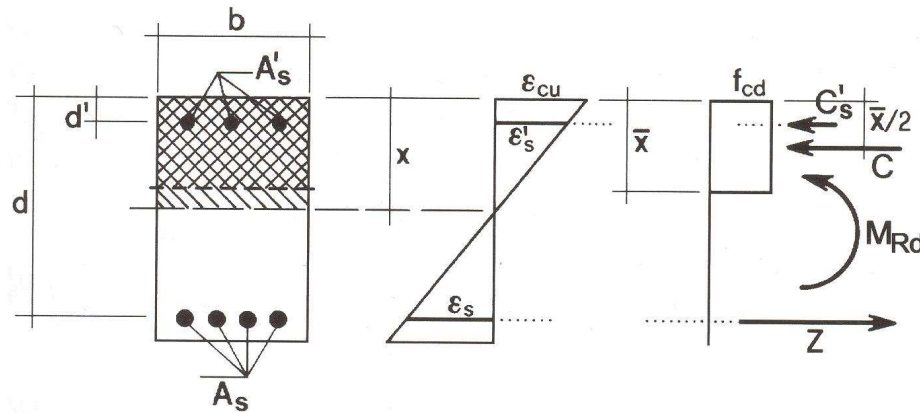
$$\overbrace{f_{cd} b \bar{x}}^C - \overbrace{f_{yd} A_s}^Z = 0$$

E quindi la posizione dell’asse neutro si ricava dalla relazione

$$\boxed{\bar{x} = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd} b}} \quad \rightarrow \quad x = \frac{\bar{x}}{0.8} \quad z = d - \frac{\bar{x}}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{M_{Rd} = f_{yd} A_s z}$$

# CALCOLO A ROTTURA DELLA SEZIONE

## Doppia armatura



Considerando il modello semplificato “stress-block” per il cls si ha:

Nel campo “b” l’equilibrio alla traslazione si pone

$$\underbrace{C_c}_{f_{cd} b \bar{x}} + \underbrace{C_s'}_{f_{yd} A'_s} - \underbrace{C_s}_{f_{yd} A_s} = 0$$

E quindi la posizione dell’asse neutro si ricava dalla relazione

$$\bar{x} = \frac{f_{yd} (A_s - A'_s)}{f_{cd} b} \quad \rightarrow \quad x = \frac{\bar{x}}{0.8} \quad \rightarrow \quad M_{Rd} = f_{yd} A_s \left( d - \frac{\bar{x}}{2} \right) + f_{yd} A'_s \left( \frac{\bar{x}}{2} - d' \right)$$

Verifica condizione di snervamento delle barre di armatura

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{cu} \geq \varepsilon_{yd}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu} \geq \varepsilon_{yd}$$

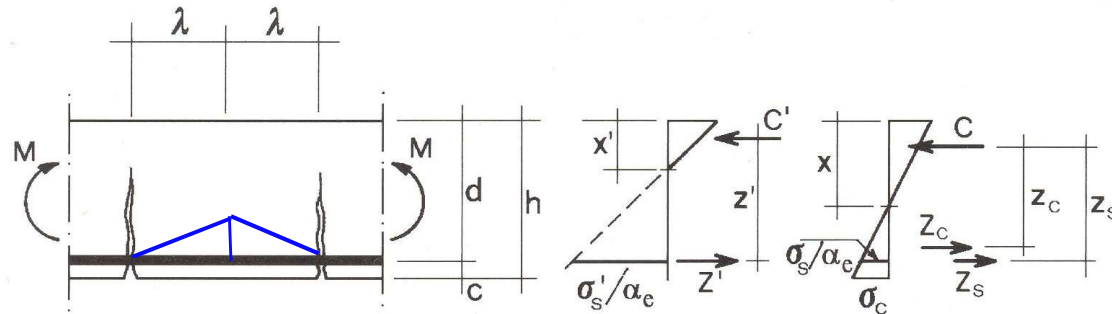


# **SLE - CONTROLLO FESSURAZIONE**

# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

## Distanza di fessurazione

Per il calcolo della distanza di fessurazione si opera analogamente al caso del tirante



Dall'equilibrio di metà parte del concio si ha:

$$M = \overbrace{\sigma'_s A_s z'}^{Z'} = \overbrace{\sigma_s A_s z_s}^{Z_s} + \frac{1}{2} \overbrace{\sigma_c b (h-x) z_c}^{Z_c}$$

Ponendo  $\sigma_c = f_{ctf}$  si ha:

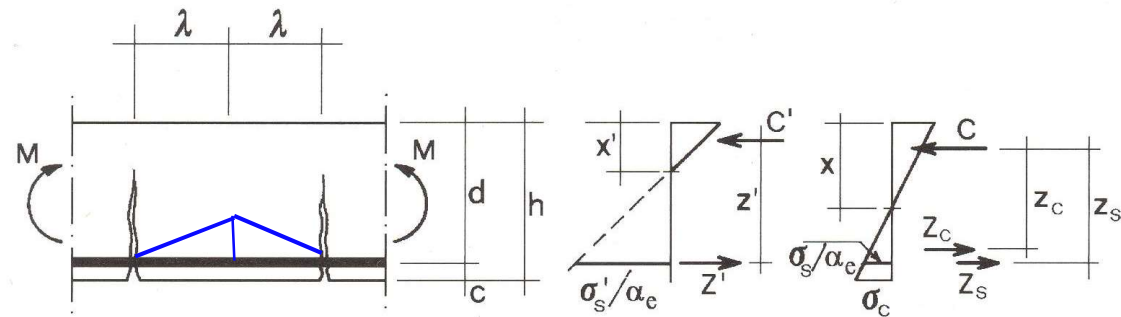
$$\sigma'_s = \left\{ \frac{1}{2} f_{ctf} b (h-x) z_c + \sigma_s A_s z_s \right\} \frac{1}{A_s z'}$$

E la variazione di tensione nell'acciaio si ottiene di conseguenza

$$\Delta \sigma_s = \left\{ \frac{1}{2} \frac{z_c}{z'} - \alpha_e \rho_s^* \frac{d-x}{h-x} \left( 1 - \frac{z_s}{z'} \right) \right\} \frac{f_{ctf}}{\rho_s^*} = \gamma \frac{f_{ctf}}{\rho_s^*} \quad \Delta \sigma_s = \sigma'_s - \sigma_s$$

# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

## Distanza di fessurazione



Avendo posto

$$\sigma_s = \alpha_e \sigma_c \frac{d - x}{h - x}$$

$$\rho_s^* = \frac{A_s}{b(h - x)}$$

Scrivendo l'equilibrio delle barre tra la fessura e la sezione di mezzo del concio nell'ipotesi di tensione di aderenza costante si ha:

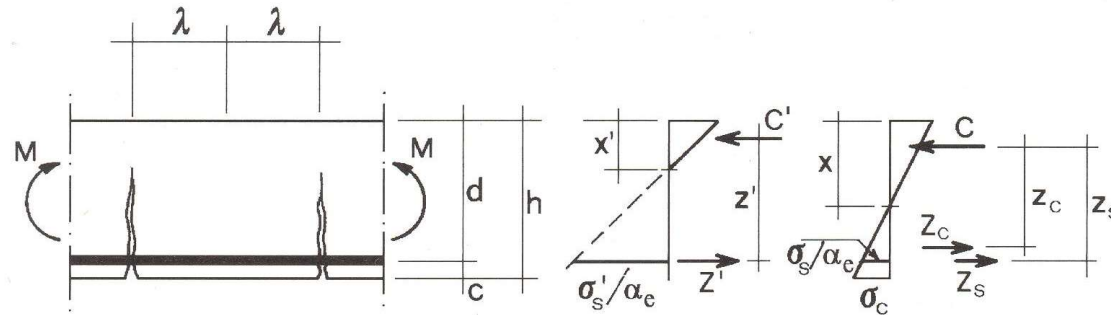
$$n \frac{\pi \phi^2}{4} \Delta \sigma_s = n \pi \phi \tau_{bm} \lambda$$

Da cui

$$\lambda = \gamma \frac{\phi}{4 \rho_s^*} \frac{f_{ctf}}{\tau_{bm}}$$

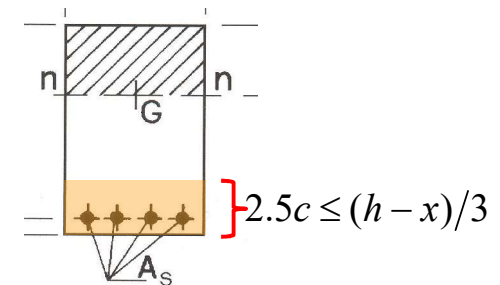
# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

## Distanza di fessurazione



Analogamente al caso del tirante, l'espressione teorica della distanza  $\lambda$  va modificata per via empirica per tener conto delle risultanze sperimentali, soprattutto per quanto riguarda la distribuzione dei ferri entro la sezione.

$$\lambda = c_o + \gamma\beta \frac{0.1\phi}{\rho_s}$$



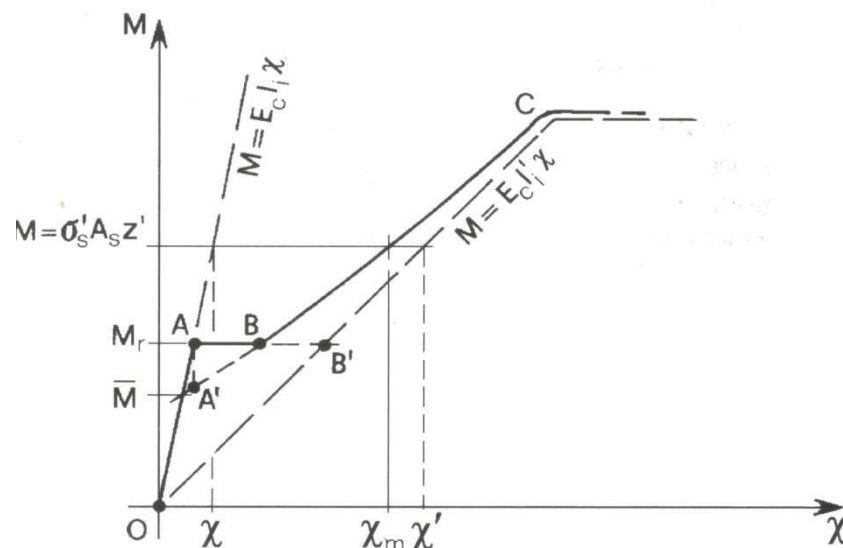
Con  $c_o = c - \phi/2$  è il ricoprimento di calcestruzzo,  $\rho_s$  è il rapporto geometrico di armatura riferito all'area efficace costituita da una striscia di spessore pari a  $2.5c \leq (h - x)/3$ , assumendo in via approssimata  $z' \cong z_s$  si può porre

$$\gamma\beta \cong 1/2$$

# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

## Ampiezza di fessurazione

Il comportamento della trave inflessa, rilevato con prove portate oltre il limite di fessurazione, è descritto in figura (*diagramma M- $\chi$* )



**Tratto OA – non fessurato (*I stadio*)**

**Tratto AB – completa fessurazione**

**Se lo scarico delle tensioni di trazione fosse totale si raggiung. B'**

**Tratto BC – contributo decrescente del calcestruzzo teso**

# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

## Ampiezza di fessurazione

La tensione nell'acciaio in corrispondenza della sezione fessurata é

$$\sigma'_s = \alpha_e \frac{M}{I'_i} y'_s \quad y'_s = d - x' \quad I'_i \text{ Mom. Inerzia sez. fessurata}$$

Per la deformazione media dell'acciaio in fase fessurata

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma'_s}{E_s} - \Delta\varepsilon_s$$

Può assumersi per la trave inflessa un modello iperbolico di “tension stiffening” (*effetto irrigidente del cls fra fessura e fessura*), per cui si ha

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma'_s}{E_s} \left[ 1 - 0.5 \beta_o \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\bar{\sigma}'_s}{\sigma'_s} \right)^2 \right] \quad \text{per } \sigma'_s \geq \bar{\sigma}'_s$$

$\beta_o$  rapporto d'area efficace  $\beta_o \leq 1$

$\beta_1$  tiene conto delle caratteristiche di aderenza ( $\beta_1 = 1$  per ader. migl.)

$\beta_2$  tiene conto della durata del carico ( $\beta_2 = 1$  per carico breve durata)

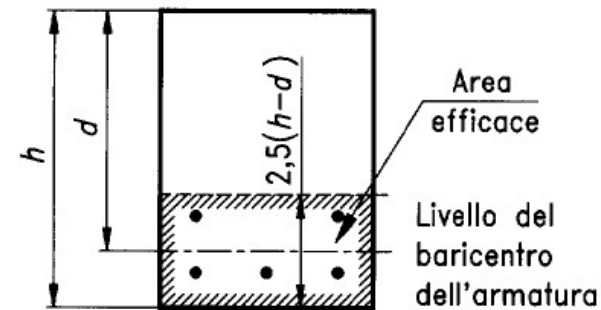
# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

Verifica fessurazione mediante calcolo diretto

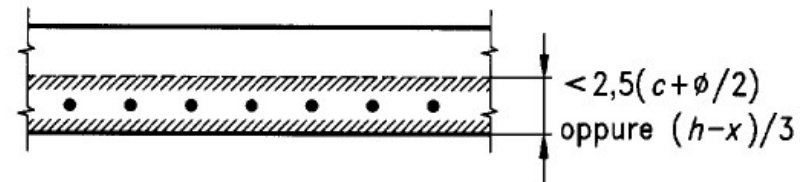
Si possono utilizzare le seguenti relazioni per  $\varepsilon_{sm}$  e  $\Delta_{s\max}$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma'_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff})}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma'_s}{E_s}$$

$$\Delta_{s\max} = 3.4c + 0.425k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$



$$w_d = \Delta_{s\max} \varepsilon_{sm} \leq w_{lim}$$



$k_t = 0.6$  (per carico di breve durata)

$k_1 = 0.8$  (per barre ad aderenza migliorata)

$k_2 = 0.5$  (per flessione)

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}$$

# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

Verifica fessurazione *mediante criterio indiretto*

**L'ampiezza delle fessure causate da distorsioni imposte o da carichi applicati può essere controllata mediante disposizione di una quantità minima di armatura secondo la relazione**

$$A_s = k_c k f_{ctm} \frac{A_{ct}}{\sigma_s}$$

$A_{ct}$  *area di calcestruzzo nella zona tesa prima della formazione della fessura*

$\sigma_s$  *massima tensione ammessa nell'armatura dopo la formazione della fessura*

$f_{ctm}$  *resistenza media a trazione del calcestruzzo*

$k_c$  *coefficiente che tiene conto della distribuzione di tensioni prima della fessurazione*

$k$  *coefficiente che tiene conto degli effetti di tensioni auto-equilibrate non uniformi*

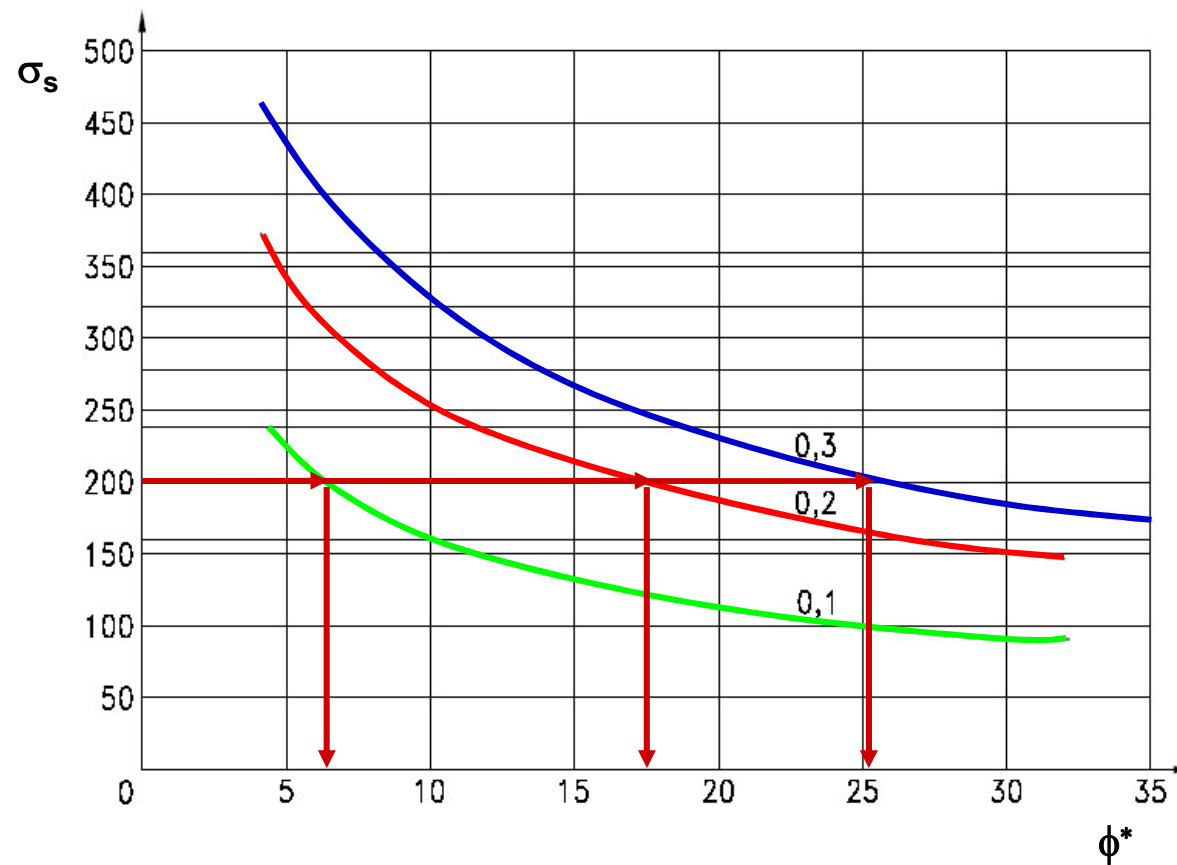
$\left\{ \begin{array}{l} k_c=1.0 \text{ per trazione pura} \\ k_c=0.4 \text{ per flessione pura} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} k=0.8 \text{ tens. di traz. dovute a def. Intrinseche impedita} \\ k=1.0 \text{ tens. di traz. dovute a def. estrinseche impedita} \\ k=0.8 \text{ sez. rett. } h < 30 \text{ cm; } k=0.5 \text{ sez. rett. } h > 80 \text{ cm} \end{array} \right.$
--	--



# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

Verifica fessurazione *mediante criterio indiretto*

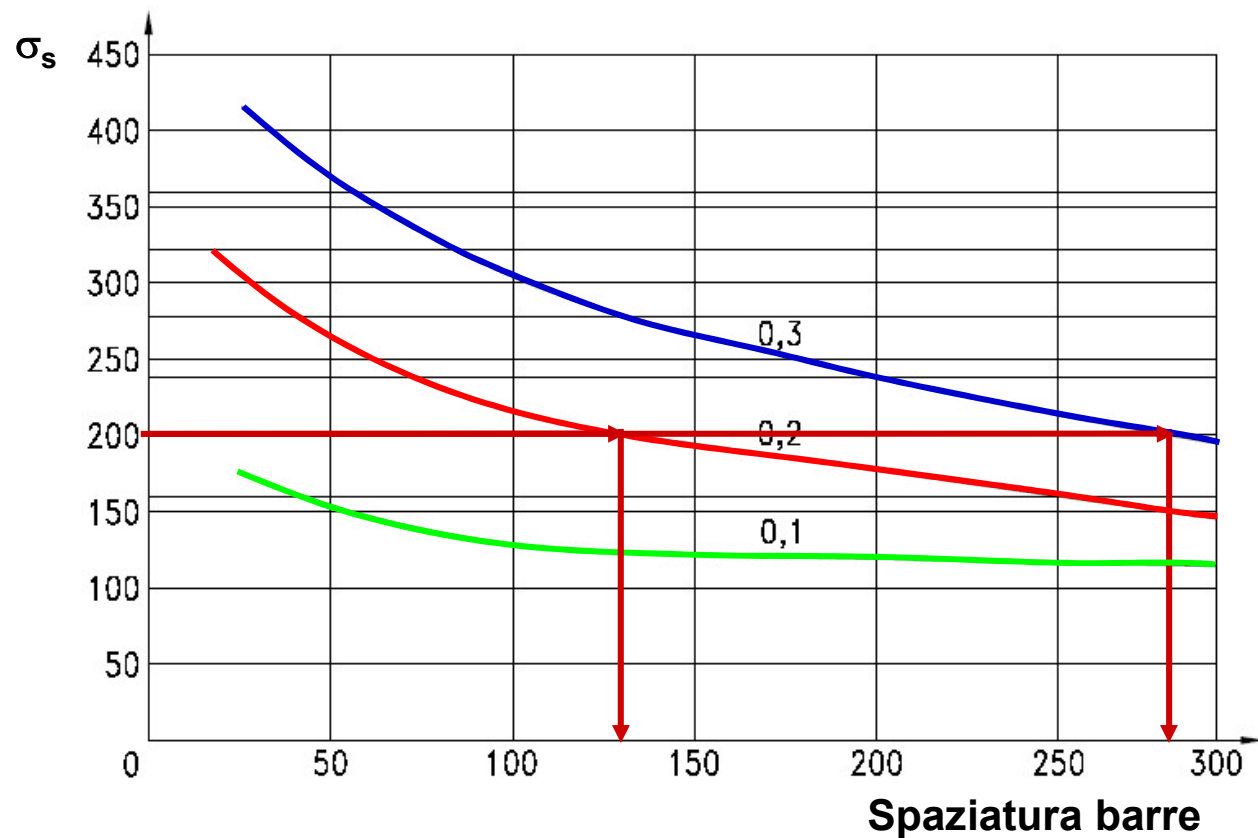
Dal diagramma si ricava in funzione del valore di tensione  $\sigma_s$  il diametro massimo per soddisfare una determinata apertura max.



# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

Verifica fessurazione *mediante criterio indiretto*

Dal diagramma si ricava in funzione del valore di tensione  $\sigma_s$  la spaziatura barre per soddisfare una determinata apertura max.



# FESSURAZIONE DA FLESSIONE

## Verifica fessurazione *limiti apertura di fessura*

Tab. 4.1.IV - *Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione*

Gruppi di Esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	$w_k$	Stato limite	$w_k$
A	Ordinarie	frequente	apertura fessure	$\leq w_2$	apertura fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
B	Aggressive	frequente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$
C	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	apertura fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$

Tab. 4.1.III - *Descrizione delle condizioni ambientali*

Condizioni ambientali	Classe di esposizione
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

$$w_1 = 0,2 \text{ mm}$$

$$w_2 = 0,3 \text{ mm}$$

$$w_3 = 0,4 \text{ mm}$$

# CLASSI DI ESPOSIZIONE

CLASSE	DESCRIZIONE	ESEMPI
<i>1. Nessun rischio</i>		
X0	Calcestruzzo semplice senza attacchi c.a./c.a.p. in ambiente molto asciutto	Interno di edifici con umidità molto bassa
<i>2. Corrosione da carbonatazione</i>		
XC1	Asciutto o permanentemente bagnato	Interno di edifici
XC2	Bagnato, raramente asciutto	Molte fondazioni
XC3	Umidità moderata	Esterni protetti
XC4	Ciclicamente bagnato e asciutto	Strutture in bagnasciuga
<i>2. Corrosione da cloruri</i>		
XD1	Umidità moderata	Atmosfera salina
XD2	Bagnato raramente asciutto	Piscine
XD3	Ciclicamente bagnato e asciutto	Ponti, pavimenti esterni

# CLASSI DI ESPOSIZIONE

<i>3. Corrosione da cloruri di acqua marina</i>		
XS1	Atmosfera con umidità marina	Strutture prossime alla costa
XS2	Permanentemente sommerse	Parti di strutture marine
XS3	Zone di bagnasciuga	Parti di strutture marine
<i>4. Attacco di cicli gelo/disgelo</i>		
XF1	Superfici bagnate senza antigelo	Parti verticali alla pioggia
XF2	Superfici bagnate con antigelo	Parti verticali di ponti
XF3	Sature d'acqua senza antigelo	Parti orizzontali alla pioggia
XF4	Sature d'acqua con antigelo	Parti orizzontali di ponti
<i>5. Attacco chimico</i>		
XA1	Ambiente chimico poco aggressivo	Suoli ed acque del terreno
XA2	Ambiente chimico medio aggressivo	Suoli ed acque del terreno
XA3	Ambiente chimico molto aggressivo	Suoli ed acque del terreno

# **SLE – CONTROLLO DEFORMAZIONE**

# VERIFICA DI DEFORMAZIONE

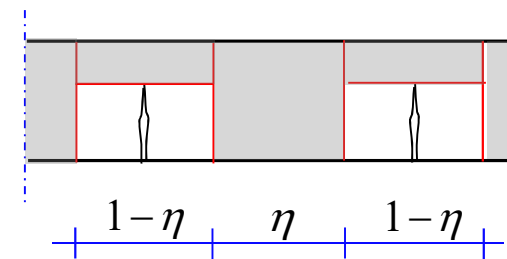
## Calcolo freccia

Si fa riferimento ad un modello semplificato che tiene conto del contributo del “tension stiffening”

$$f_m = \eta f + (1 - \eta) f'$$

$$\eta = 1 - \beta^* \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2$$

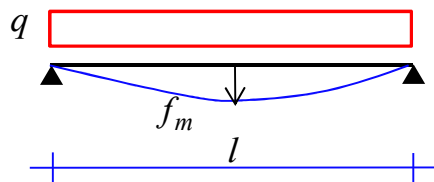
$$M_{cr} = \frac{f_{ctd} I_i}{y'_c}$$



$f$  è la freccia nella condizione di trave non fessurata  $I_i$

$f'$  è la freccia nella condizione di trave fessurata  $I'_i$

$\beta^*$  pari a 1.0 per carico di breve durata, 0.5 per ciclico o lunga durata



$$f = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{E_c I_i}$$

$$f' = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{E_c I'_i}$$

$$f_m = \eta f + (1 - \eta) f'$$

# VERIFICA DI DEFORMAZIONE

## Limiti freccia

**I limiti per la freccia sono fissati in funzione delle esigenze d'uso**

*1/250 l per solai e travi nella condizione quasi-permanente dei carichi*

*1/500 l per solai e travi che portano pareti divisorie e di tamponamento nella condizione quasi-permanente dei carichi*



# VERIFICA DI DEFORMAZIONE

## Verifica freccia *senza calcolo diretto*

**Per travi e solai con luci non superiori a 10 m è possibile omettere la verifica mediante calcolo diretto, ritenendo implicitamente soddisfatta la verifica se il rapporto luce/altezza**

$$\frac{l}{h} \leq K \left[ 11 + \frac{0.0015 f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \cdot \left[ \frac{500 A_{s,eff}}{f_{yk} A_{s,calc}} \right]$$

*$\rho, \rho'$  sono le percentuali geometriche di armatura a trazione e compress.*

Il secondo termine tra parentesi quadre può essere assunto = 1.0

Per travi a T con ala superiore a 3 volte l'anima il rapporto di riferimento va ridotto del 20%

Per travi e piastre nervate caricate da tramezzi che possono subire danni a causa di inflessioni eccessive, i valori di riferimento vanno moltiplicati per  $7/l$ , con  $l$  luce di calcolo in m

Se le luci sono maggiori di 8.5 m, i valori vanno moltiplicati per  $8.5/l$

# VERIFICA DI DEFORMAZIONE

## Verifica freccia *senza calcolo diretto*

**Valori di K e rapporti  $l/h$  limite per calcestruzzo molto sollecitato e calcestruzzo poco sollecitato. Per valori intermedi si può interpolare linearmente.**

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato $\rho=1,5\%$	Calcestruzzo poco sollecitato $\rho=0,5\%$
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	26
Campate intermedie di travi continue o piastre continue mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24