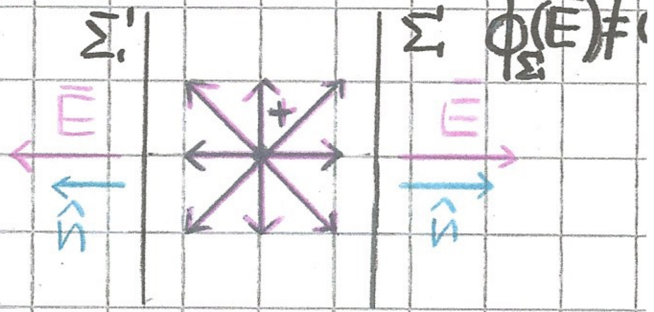
FONDAMENTI DI ELETTRODINAMICA

F. PARMIGIANI LEZIONE #1

- EQS. DI MAXWELL NELLO SPAZIO LIBERO

FORMA INTEGRALE GEOMETRIA

① $\oint_{\Sigma'(3D)} \bar{E} \cdot \hat{n}\, da = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\tau} \rho\, d\tau$



TEOR. $\bar{\nabla}\cdot$

⇓

$\oint_{\tau} \bar{\nabla}\cdot \bar{E}\, d\tau = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\tau} \rho\, d\tau \Rightarrow$ FORMA DIFFERENZIALE

$$\bar{\nabla}\cdot \bar{E} = \rho/\varepsilon_0$$

OSSERVAZIONE: SIAMO NELLO SPAZIO $\mathbb{R}^3$. LA SIMMETRIA DEL CAMPO $\bar{E}$ E' SFERICA. ESSA CONSEGUE DA UNA PROPRIETÀ INTRINSECA DEI MONOPOLI ELETTRICI (CARICHE) => FORZA DI COULOMB E CAMPO $\bar{E}$ SONO TOTAL-SIMMETRICI. NE DISCENDE CHE IL CAMPO E' RADIALE (LONGITUDINALE SECONDO LA SCOMPOSIZIONE DI HELMHOLTZ)

DOMANDE: QUAL E' IL SIGNIFICATO GEOMETRICO DELL' OPERATORE $\bar{\nabla}\cdot$?

- QUANDO SI USA LA FORMA INTEGRALE E QUANDO QUELLA DIFF. DELLE EQS. DI M. ?
- QUAL E' IL SIGNIFICATO DI ε_0 ?

② FORMA INTEGRALE

$$\oint_{\Sigma'(3D)} \bar{B} \cdot \hat{n}\, da = 0$$

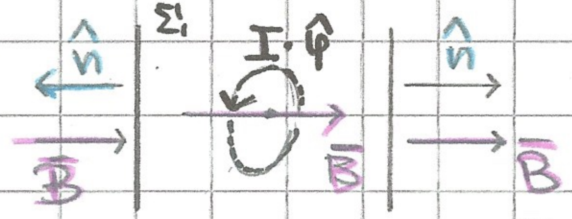
$\Downarrow$

TEOR. $\bar{\nabla} \cdot$ OPER.

$$\int_{\tilde{\tau}} \bar{\nabla} \cdot \bar{B}\, d\tilde{\tau} = 0$$

$\Rightarrow$

GEOMETRIA



IL FLUSSO TOTALE $\bar{B}$

$$\oint_{\Sigma'} (\bar{B}) = 0$$

FORMA DIFFERENZIALE

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0$$

③ FORMA INTEGRALE

$$\int_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{d}{dt} \int_{\Sigma'(2D)} \bar{B} \cdot \hat{n}\, da$$

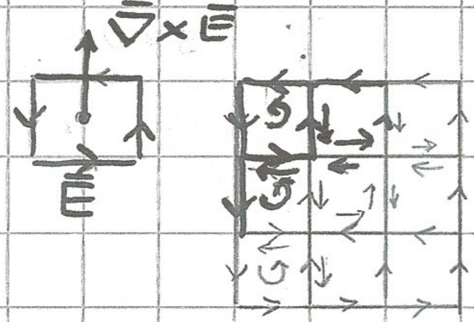
$\Downarrow$

TEOR. $\bar{\nabla} \times$ OPER.

$$\int_{\Sigma'(2D)} (\bar{\nabla} \times \bar{E})\, \hat{n}\, da = -\int_{\Sigma'(2D)} \partial_t \bar{B} \cdot \hat{n}\, da$$

$\Rightarrow$

GEOMETRIA



LE COMPONENTI INTERNE SI ANNULLANO TUTTE. RESTANO SOLO QUELLE DEL PERIMETRO $\Rightarrow$ CALCOLO DEL $\bar{\nabla} \times$ SU TUTTI GLI ELEMENTI DI SUP. $d\Sigma' : \hat{n}\, da$

$$\int (\bar{\nabla} \times \bar{E})\, \hat{n} \cdot da = \int_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

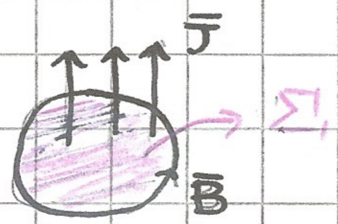
FORMA DIFFERENZIALE

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\partial_t \bar{B}$$

DOMANDE: PERCHÈ SCRIVIAMO $-\frac{d}{dt} \int \bar{B} \cdot \hat{n}\, da = -\int \partial_t \bar{B} \cdot \hat{n}\, da$?

④ FORMA INTEGRALE GEOMETRIA

$$\int_{\Gamma} \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 \int_{\Sigma_1 (2D)} \bar{J} \cdot \hat{n}\, da + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int_{\Sigma_1 (2D)} \bar{E} \cdot \hat{n}\, da$$



COME NEI CASI PREC.

$\Downarrow$

TEOR. $\bar{\nabla} \times$

$$\int_{\Sigma_1} (\bar{\nabla} \times \bar{B}) \hat{n}\, da = \mu_0 \int_{\Sigma_1} \bar{J} \cdot \hat{n}\, da + \varepsilon_0 \mu_0 \int_{\Sigma_1} \partial_t \bar{E} \cdot \hat{n}\, da$$

SI TRATTA DELLA SOMMA DI DUE TERMINI: IL PRIMO A SX DOVUTO A CORRENTI REALI, IL SECONDO A CAMPI $\bar{E}(t)$ IN ANALOGIA CON LA ③ EQ.

FORMA DIFFERENZIALE

$$\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \partial_t \bar{E}$$

NEL CASO DI $\bar{J} = 0$ E $\rho = 0$ LE EQ. DI M. NELLA FORMA DIFFERENZIALE DIVENTANO

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0 \qquad \bar{\nabla} \times \bar{E} = -\partial_t \bar{B}$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0 \qquad \bar{\nabla} \times \bar{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \partial \bar{E}$$

POSSIAMO FARE ALCUNE OSSERVAZIONI

1. PER IL TEOREMA DI HELMHOLTZ SI TRATTA DI CAMPI TRASVERSALI (V. DG. E A.Z.)
2. SEPPURE I CAMPI DEVONO ESSERE ORIGINATI DA SORGENTI ESSI POSSO ESISTERE IN SPAZI PRIVI DI SORGENTI

DOMANDE! I CAMPI SCRITTI SOPRA SEMBRANO QUASI SIMMETRICI, TUTTAVIA !!

CI SONO DELLE DIFFERENZE SOSTANZIALI:

1 - $\bar{\nabla} \times \bar{E}$ E $\partial_t \bar{B}$ HANNO SEGNO OPPOSTO

2 - CON $\bar{J} = 0$ IL RAPPORTO TRA $\bar{\nabla} \times \bar{B}$ E $\partial_t \bar{E}$ È UNA COST $= \varepsilon_0 \mu_0$

PERCHÉ?

. LA DESCRIZIONE DELLA E.D. NON È COMPLETA CON LE 4 - EQS. DI M. MA RICHIEDE UNA 5 - EQ: LA FORZA DI LORENTZ

$$F = q(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B})$$

DUE ESEMPI NOTEVOLI DELLE EQS. DI M.

. CONSIDERIAMO LA 4 EQ

$(\bar{\nabla} \times \bar{B}) = \mu_0 \bar{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \partial_t \bar{E}$ E APPLICHIAMO L'OPERATORE $\bar{\nabla} \circ$ (DIVERGENZA)

$$\underbrace{\bar{\nabla} \circ (\bar{\nabla} \times \bar{B})}_{\emptyset} = \bar{\nabla} \circ (\mu_0 \bar{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \partial_t \bar{E}) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\mu_0 \bar{\nabla} \circ \bar{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \bar{\nabla} \circ (\partial_t \bar{E}) = 0$$

$(\bar{\nabla} \circ)$ E (∂_t) SONO OPERATORI LINEARI QUINDI COMMUTANO

$$\Downarrow$$

$$\mu_0 \bar{\nabla} \circ \bar{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \partial_t \bar{\nabla} \circ \bar{E} = 0$$

MA $\bar{\nabla} \circ \bar{E} = \rho / \varepsilon_0 \Rightarrow \bar{\nabla} \bar{J} = -\partial_t \rho$

$$\Uparrow$$

QUESTA EQ. COME VEDREMO È DI FONDAMENTALE IMPORTANZA E È NOTA COME CONSERVAZIONE DELLA CARICA (O EQ. DI CONTINUITÀ DELLA CARICA).

PER FARVI RIFLETTERE SUL SIGNIFICATO CHE DIAMO ALLE EQS. DI M COME SINTESI DEI FENOMENI E.D. RICAVERÒ LA RELAZIONE DI CONT. DELLA CARICA IN MODO INDIPENDENTE.

CONSIDERIAMO UNA CARICA $Q_f(t)$ (f STA PER "FREE")

$$Q_f(t) = \int_\tau \rho_f(\bar{r},t)\, d\tau \Rightarrow \frac{dQ_f}{dt} = \int_\tau \partial_t \rho\, d\tau$$

D'ALTRA PARTE LA CORRENTE CHE ATTRAVERSA UNA SUPERFICIE Σ', È LEGATA ALLA RAPIDITÀ DI VARIAZIONE (RATE) DELLA CARICA

$$\frac{dQ}{dt} = -I, \quad \text{MA} \quad \frac{dI}{\hat{n}\,da} = \bar{J} \Rightarrow \int_{\Sigma'} dI = \int_{\Sigma'} \bar{J}\cdot\hat{n}\, da = I$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = -\int_{\Sigma'} \bar{J}\cdot\hat{n}\, da = \int_\tau \partial_t \rho\, d\tau$$

$\Downarrow$

TEOR. DIV.

$$= -\int_\tau \bar{\nabla}\cdot\bar{J}\, d\tau = \int_\tau \partial_t \rho\, d\tau \Rightarrow \bar{\nabla}\cdot\bar{J} = -\partial_t \rho$$

DOMANDA: CHE COSA IMPARIAMO DA QUESTI DUE MODI DIVERSI PER OTTENERE LA RELAZIONE DI CONTINUITÀ DELLA CARICA.

ORA VI MOSTRO UN ALTRO CASO NOTEVOLE DI COMBINAZIONE DELLE EQS. DI M.

CONSIDERIAMO LA 2 EQ.

$$\bar{\nabla}\times\bar{E} = -\partial_t \bar{B}$$

APPLICHIAMO L'OPERATORE $\bar{\nabla}\times$ A ENTRAMBI I MEMBRI

$$\bar{\nabla}\times(\bar{\nabla}\times\bar{E}) = -\bar{\nabla}\times(\partial_t \bar{B})$$

$(\bar{\nabla}\times)$ E (∂_t) SONO OPERATORI CHE COMMUTANO E RICORDANDO CHE $\bar{\nabla}\times(\bar{\nabla}\times\bar{a}) = \bar{\nabla}(\bar{\nabla}\cdot\bar{a}) - \nabla^2\bar{a}$ POSSIAMO SCRIVERE

$$\bar{\nabla}\times(\bar{\nabla}\times\bar{E}) = \bar{\nabla}(\bar{\nabla}\cdot\bar{E}) - \nabla^2\bar{E}$$

MENTRE $-\bar{\nabla}\times(\partial_t \bar{B}) = -\partial_t(\bar{\nabla}\times\bar{B})$ NELLO SPAZIO LIBERO (SENZA MATERIA) $\rho = 0$ E $\bar{J} = 0 \Rightarrow \bar{\nabla}\times\bar{B} = \varepsilon_0\mu_0\partial_t\bar{E}$ E $\bar{\nabla}\cdot\bar{E} = 0$

$$\Rightarrow -\nabla^2\bar{E} = -\partial_t(\varepsilon_0\mu_0\partial_t\bar{E}) \Rightarrow$$

$$\nabla^2\bar{E} - \varepsilon_0\mu_0\partial_t^2\bar{E} = 0$$ MA $\varepsilon_0\mu_0$

HA LE DIMENSIONI DELL'INVERSO DI UNA (VELOCITA')^2 QUINDI QUESTA EQ. LA POSSIAMO IDENTIFICARE COME L'EQ. DI UN MOTO ONDULATORIO DEL CAMPO $\bar{E}$ CHE SI PROPAGA A UNA VELOCITA' $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ IL CUI OPERATORE DEFINITO DA

$\nabla^2 - \varepsilon_0\mu_0\partial^2 = \square^2$ DETTO OPERATORE D'ALAMBERTIANO.

DOMANDA: SI DIMOSTRI CHE $\varepsilon_0\mu_0$ E' DIMENSIONALMENTE $1/v^2$.

OPER. OPERAZIONE

- OPERATORI $\bar{\nabla}\cdot$ E $\bar{\nabla}\times$ (ESEMPI)

OPERAT ↑ ↑ OPERAZIONE

DEF. $\bar{\nabla}\circ$ DI UN CAMPO VETTORIALE:

$$\bar{\nabla}\circ\bar{V} = \lim_{\Delta\tau\to 0} \frac{1}{\tau} \oint_{\Sigma} \bar{V}\cdot\hat{n}\,da$$

. COORDINATE CARTESIANE

$$\bar{\nabla}\circ\bar{V} = \underbrace{(\hat{\imath}\,\partial_x + \hat{\jmath}\,\partial_y + \hat{k}\,\partial_z)}_{\text{OPERATORE}} \underset{\text{OPERAZ.}}{\circ} (\hat{\imath}\,V_x + \hat{\jmath}\,V_y + \hat{z}\,V_z)$$

L'OPERAZIONE $\circ$ È UN PRODOTTO SCALARE

$$\bar{\nabla}\circ\bar{V} = \partial_x V_x + \partial_y V_y + \partial_z V_z \rightarrow \text{SCALARE}$$

. COORDINATE CILINDRICHE

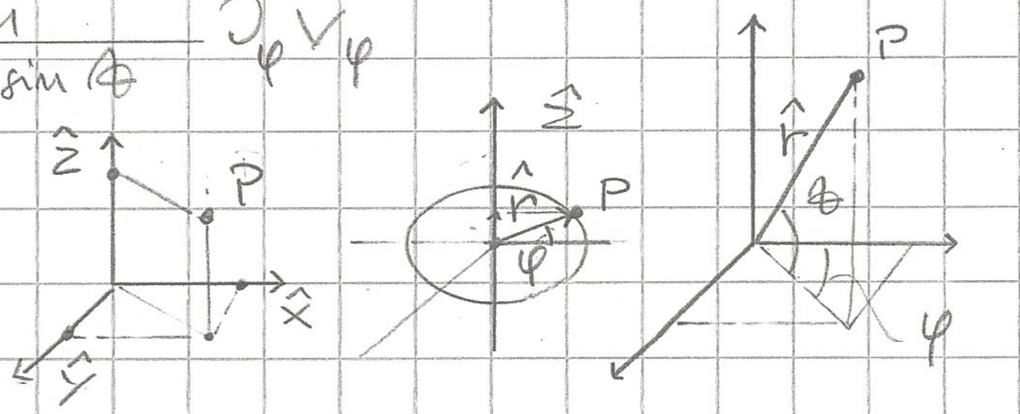
$\phi \equiv$ ANGOLO AZIMUT.

$$\bar{\nabla}\circ\bar{V} = \frac{1}{r}\partial_r(r V_r) + \frac{1}{r}\partial_\varphi V_\varphi + \partial_z V_z$$

. COORDINATE SFERICHE

$$\bar{\nabla}\circ\bar{V} = \frac{1}{r^2}\partial_r(r^2 V_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\partial_\theta V_\theta \sin\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\partial_\varphi V_\varphi$$

GEOMETRIA



LA SCELTA DELLE COORDINATE SI FA IN BASE ALLA SIMMETRIA DEL CAMPO

PROBLEMI DIMOSTRARE CHE $\bar{\nabla}\circ\left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right) = 4\pi\delta^3(\bar{r})$

E $\bar{\nabla}\circ\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q\, \bar{\nabla}\circ\left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\, q\,\delta^3(\bar{r})$

$\delta \equiv$ FUNZIONE (DISTRIBUZIONE GENERALIZZATA) DI DIRAC

PER LA SOLUZIONE VEDI D.G CAP 1.5

QUELLO CHE PER NOI E' IMPORTANTE NOTARE E' IL SIGNIFICATO FISICO E GEOMETRICO

SI TRATTA DEL CAMPO $\bar{E}$ DI UN PTO CARICA

INFATTI IL CAMPO $\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right)$

$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right)\right)$ MA $\bar{\nabla} \cdot$ E' UN OPERATORE SPAZIALE $\Rightarrow$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \underline{\bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right)} = \frac{1}{\varepsilon_0} q \delta^3(\bar{r})$$

$\uparrow$

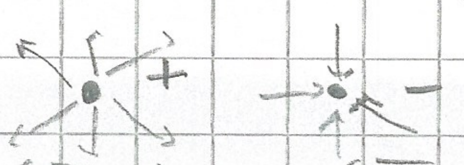
E' UN ES. NOTEVOLE

CHE E' LA BEN NOTA LEGGE DI GAUSS PER UN PTO (EUCLIDEO) CARICA.

FACCIO NOTARE CHE IL CALCOLO E' STATO FATTO IN COOR. SFERICHE PERCHE' $\bar{E}$ HA SIMMETRIA SFERICA. IL RISULTATO

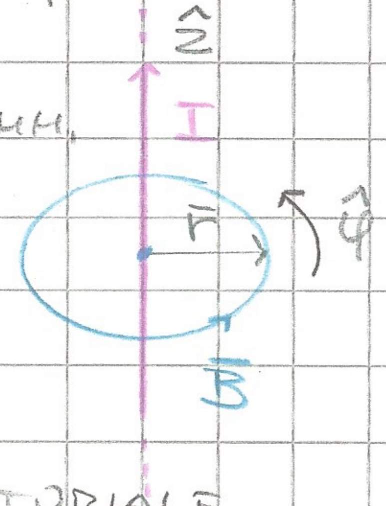
$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} q \delta^3(\bar{r}) \Rightarrow \bar{E} = 0$ OVUNQUE SALVO CHE NEL PTO CARICA DOVE VALE $\bar{E} = \frac{q}{\varepsilon_0}$.

QUESTO $\Rightarrow$ CHE $(\bar{\nabla} \cdot)$ DI UN CAMPO VETTOR. E' INFORMATIVO SULLE PROPRIETA' PUNTUALI (LOCALI) DEL CAMPO. SE $\bar{\nabla} \cdot \bar{V}(x_0, y_0, z_0) \neq 0$ $\Rightarrow$ x_0, y_0, z_0 E' UN PUNTO "SORGENTE" (+) O DI "DRENAGGIO" (−) DEL CAMPO.



$(\bar{\nabla} \cdot) = +$ $\quad$ $(\bar{\nabla} \cdot) = -$

PROBLEMA: DIMOSTRARE CHE $\overline{\nabla}\cdot\overline{B}=0$ QUANDO $\overline{B}$ E' GENERATO DA UN FILO ∞ CON $I(t)=\text{COST}$ (STAZIONARIA) $\left(\overline{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\varphi}\right)$



SUGGERIMENTO: PARTIRE DALLA SIMM. DEL PROBLEMA.

DEF. $\overline{\nabla}\times$ DI UN CAMPO VETTORIALE

$$\overline{\nabla}\times\overline{V}\equiv\lim_{\Delta\Sigma'\to 0}\frac{1}{\Delta\Sigma'}\oint_{\Gamma}\overline{V}\cdot d\overline{l}$$

DOMANDA: QUAL E' LA DIFFERENZA SOSTANZIALE RISPETTO ALLA DEF. DELLA $\overline{\nabla}\cdot\overline{V}$?

- COORDINATE CARTESIANE

$$\underset{\text{OPER.}}{\overline{\nabla}}\ \underset{\text{OPERAZ.}}{\times}\ \overline{V}=\left(\hat{\imath}\partial_x+\hat{\jmath}\partial_y+\hat{z}\partial_z\right)\times\left(\hat{\imath}V_x+\hat{\jmath}V_y+\hat{z}V_z\right)$$

⇓

SI APPLICA LA DEF. DI PRODOTTO VETTORIALE

$$\overline{\nabla}\times\overline{V}\equiv\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{z}\\ \partial_x & \partial_y & \partial_z\\ V_x & V_y & V_z\end{vmatrix}\Rightarrow$$

$$\overline{\nabla}\times\overline{V}=\left(\partial_y V_z-\partial_z V_y\right)\hat{\imath}+\left(\partial_z V_x-\partial_x V_z\right)\hat{\jmath}+$$
$$+\left(\partial_x V_y-\partial_y V_x\right)\hat{z}$$

- COORDINATE CILINDRICHE

$$\overline{\nabla}\times\overline{V}=\left(\frac{1}{r}\partial_\varphi V_z-\partial_z V_\varphi\right)\hat{r}+\left(\partial_z V_r-\partial_r V_z\right)\hat{\varphi}+$$
$$+\left(\partial_x V_y-\partial_y V_x\right)\hat{z}$$

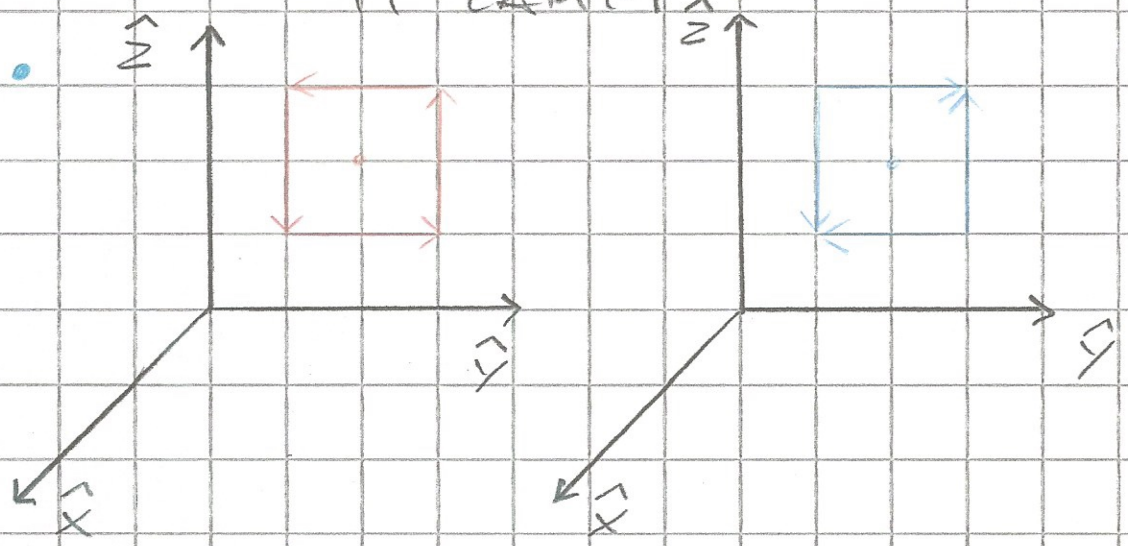
COORDINATE SFERICHE

$$\bar{\nabla}\times\bar{V} \equiv \left(\frac{1}{r\sin\theta}\partial_\theta(V_\varphi \sin\theta) - \partial_\varphi V_\theta\right)\hat{r} +$$

$$+\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\partial_\varphi V_r - \partial_r(rV_\varphi)\right)\hat{\theta} +$$

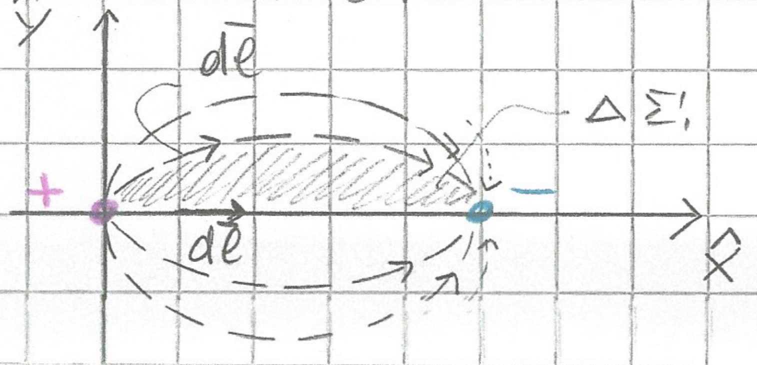
$$+\frac{1}{r}\left(\partial_r(rV_\theta)-\partial_\theta V_r\right)\hat{\varphi}$$

PROBLEMI: CALCOLARE IL ROTORE DEI SEGUENTI CAMPI



- SI CALCOLI IL $\bar{\nabla}\times\bar{E}$ GENERATO DA $\bar{B}(t)=B_0\cos(kz-\omega t)\,\hat{j}$. DOVE $B_0\equiv COST$ $K\equiv COST$; $\omega\equiv COST$. SI COMMENTI LA GEOM. DEL CAMPO RISULTANTE.

CONTEST SI CALCOLI IL $\bar{\nabla}\times\bar{E}$ PER UN DIPOLO FISICO.



$\bar{p}=q\cdot\bar{r}=(qr)\hat{r}$

- SI USI LA DEF DI $\bar{\nabla}\times$

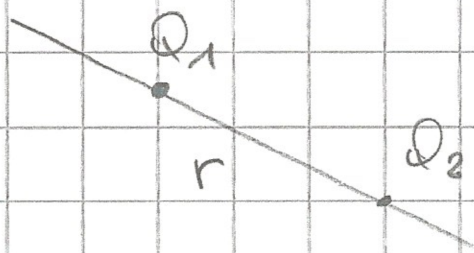
- LA QUESTIONE DELLE UNITÀ DI MISURA

NELLA TEORIA DELL'E.M. IL PROBLEMA DELLE UNITÀ DI MISURA È DI CRUCIALE IMPORTANZA CON IMPLICAZIONI SULLA INTERPRETAZIONE DELLE LEGGI FISICHE, CHE OVVIAMENTE NON MUTANO MA POSSONO OFFRIRE DEGLI SPUNTI INTERPRETATIVI DIVERSI A SECONDA DEL SISTEMA DI MISURA USATO. PARTIAMO CONSIDERANDO

- LA LEGGE DI COULOMB (MODULO DI F_e)

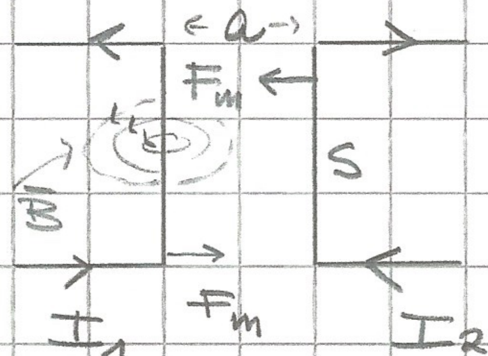
$$F_e \propto \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \Rightarrow F_e = K_1 \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

QUESTA È LA LEGGE FISICA DEDOTTA DAGLI ESPER.



- LA LEGGE DI AMPÈRE

$$F_m \propto 2 I_1 I_2 \frac{s}{a} \Rightarrow F_m = 2 K_2 I_1 I_2 \frac{s}{a}$$



- NOTIAMO CHE LE CARICHE DELLA LEGGE DI COULOMB E LE CORRENTI SONO IN RELAZIONE TRAMITE t (TEMPO)

$$dQ = I\,dt \Rightarrow \Delta Q = I \Delta t$$

POSSIAMO PENSARE A QUESTO PUNTO UN ESP. (WEBER-KOHLRAUSH 1856) DOVE AGGIUSTIAMO GEOMETRIA-CARICHE E CORRENTI IN

MODO TALE CHE $|\bar{F}_e| = |\bar{F}_m| \Rightarrow$ POSSIAMO MISURARE IL RAPPORTO K_1/K_2.

$$2K_2 I_1 I_2 \frac{s}{a} = K_1 \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$ DIMENSIONALMENTE

$$2K_2 \frac{C}{s}\frac{C}{s}\frac{\cancel{m}}{\cancel{m}} = K_1 \frac{C^2}{m^2}$$

C ≡ COULOMB
s ≡ SECONDO
m ≡ METRO

$$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m^2}{s^2} = \left(\frac{m}{s}\right)^2 \equiv \text{VELOCITÀ}$$

QUESTA È UN INFORMAZIONE IMPORTANTE CHE RIGUARDA LA FISICA, IN ULTIMA ANALISI STABILIRE LE COST. DI PROPORZIONALITÀ IN E.D È PIÙ COMPLICATO CHE IN MECCANICA PROPRIO DALLA RELAZIONE CARICA - CORRENTE E D'ALTRA PARTE IL CAMPO MAGNETICO PRESUPPONE IL MOTO DELLE CARICHE ELETTRICHE.

PER QUANTO RIGUARDA I CAMPI $|\bar{E}| = K_1 \frac{q}{r^2}$ E QUESTO SI DERIVA DALLA LEGGE DI COULOMB. ALLO STESSO MODO IL MODULO DI $\bar{B}$ LO DERIVIAMO DALLA LEGGE DI AMPÈRE, ESSENDO $\bar{B}$ NUMERICAMENTE $\propto$ A $\bar{F}_m$ PER UNITÀ DI CORRENTE INDICHIAMO QUESTA COST. DI PROPORZIONALITÀ α, LE CUI DIMENSIONI SONO DA DEFINIRE

$$|\bar{B}| = \alpha |\bar{F}_m|$$

PER UNITÀ DI LUNGHEZZA E UNITÀ DI CORRENTE

$$\frac{F_m}{s I_2} = 2K_2 I_1 \frac{1}{a} \Rightarrow B = 2K_2 \alpha \frac{I}{a}$$

DALLE PRECEDENTI RELAZIONI NOTIAMO CHE

$$\boxed{E/B = \frac{\text{SPAZIO}}{\text{TEMPO}} \frac{1}{\alpha}} = \frac{L}{T} \frac{1}{\alpha}$$

ORA RISCRIVIAMO LE EQS. DI M. CON I TERMINI DI CAMPO RICAVATI. PER FARE QUESTA OPERAZIONE SI PARTE DALLE EQS. DI M. IN FORMA INTEGRALE E SI DEDUCONO LE FORME DIFFER. QUESTE RISULTANO

i) $\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 4\pi K_1 \rho$ ii) $\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0$

iii) ? iv) $\bar{\nabla} \times \bar{B} = 4\pi K_2 \alpha \bar{J} + \frac{K_2}{K_1} \alpha \partial_t \bar{E}$

PER iii) OSSERVO CHE $\bar{\nabla} \times \bar{E} \propto -\partial_t \bar{B}$.
PER EGUAGLIARE QUESTI TERMINI INTRODUCO $K_3 \Rightarrow \bar{\nabla} \times \bar{E} + K_3 \partial_t \bar{B} = 0$. MA SAPPIAMO CHE $E = B \frac{L}{T} \frac{1}{\alpha}$. SEMPRE DIMENSIONALMENTE $\bar{\nabla} \times \bar{E} \doteq \frac{E}{L} \Rightarrow \cancel{B} \frac{\cancel{L}}{T} \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\cancel{L}} = K_3 \frac{\cancel{B}}{T}$

$$K_3 = \frac{1}{\alpha}$$

QUINDI LE EQS. DI M. GENERALIZZATE SONO

$$\boxed{\begin{array}{ll} \bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 4\pi K_1 \rho & \bar{\nabla} \times \bar{E} = -K_3 \partial_t \bar{B} \\ \bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0 & \bar{\nabla} \times \bar{B} = 4\pi K_2 \alpha \bar{J} + \frac{K_2}{K_1} \alpha \partial_t \bar{E} \end{array}}$$

LE COST. SONO K_1, K_2, K_3 E α MA SOLO 2 SONO INDIPENDENTI. ABBIAMO GIÀ VISTO CHE $K_3 = 1/\alpha$. ORA DIMOSTRIAMO CHE

$K_1/K_2 = C^2 \Rightarrow K_1,\ K_1/C^2,\ K_3,\ 1/K_3$

PER DIMOSTRARE CHE $K_1/K_2 = C^2$

(ABBIAMO VISTO IN PRECEDENZA CHE C È LA VELOCITÀ CON CUI SI SPOSTA L'ONDA CHE RAPPRESENTA IL CAMPO $\bar{E}(t)$. ORA RICAVIAMO L'EQ. DELLE ONDE PER $\bar{B}$. ANCHE IN QUESTO CASO CONSIDERIAMO LO SPAZIO LIBERO ($\rho = 0$; $\bar{J} = 0$). L'EQ. iv) RISULTA $\bar{\nabla} \times \bar{B} = \frac{K_2}{K_1} \alpha\, \partial_t \bar{E}$

$$\bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{B}) = \bar{\nabla} \times \left(\frac{K_2}{K_1} \alpha\, \partial_t \bar{E}\right)$$

$$\bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{B}) - \nabla^2 \bar{B} \qquad \bar{\nabla} \times \text{ E } \partial_t \text{ COMM.}$$

CON $\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0$ $\qquad \bar{\nabla}^2 B = \boxed{\frac{K_2 K_3}{K_1} \alpha}\, \partial_t^2 \bar{B}$

$1/(\text{VELOCITÀ})^2$ DELL'ONDA

MA $K_3 = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{C^2}$

LEZIONE # 2

COME ABBIAMO VISTO LE COSTANTI SONO K_1, K_2, K_3 E α MA SOLO 2 SONO INDIPENDENTI, INFATTI $\underline{K_1}$, $K_2 = K_1/C^2$, $\underline{K_3}$, $\alpha = \frac{1}{K_3}$

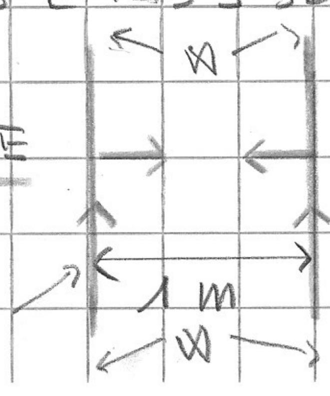
LA SCELTA DI QUESTE DUE COST. DETERMINA IL SISTEMA DELLE UNITÀ DI MISURA

SISTEMA	K_1	K_2	α	K_3
ELETTROSTATICO (esu)	1	c^{-2}	1	1
ELETTROMAGNET. (emu)	c^2	1	1	1
GAUSS	1	c^{-2}	c	c^{-1}
HEAVISIDE LORENTZ	$\frac{1}{4\pi}$	$\frac{1}{4\pi c^2}$	c	c^{-1}
SI (MKSA)	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 10^{-7} c^2$	$\frac{\mu_0}{4\pi} \equiv 10^{-7}$	1	1

(VEDI TAB 2 SEC. 3 E TAB 3 SEC. 3 - JACKSON)

DEF. DI AMPÈRE

SEZIONE TRASCUR.



SE $F_m = 2 \times 10^{-7}$ N

$\Downarrow$

$I = 1$ A

LEZIONE # 2

COME ABBIAMO VISTO LE COSTANTI SONO K_1, K_2, K_3 E α MA SOLO 2 SONO INDIPENDENTI, INFATTI $\underline{K_1}$, $K_2 = K_1/c^2$, $\underline{K_3}$, $\alpha = \frac{1}{K_3}$

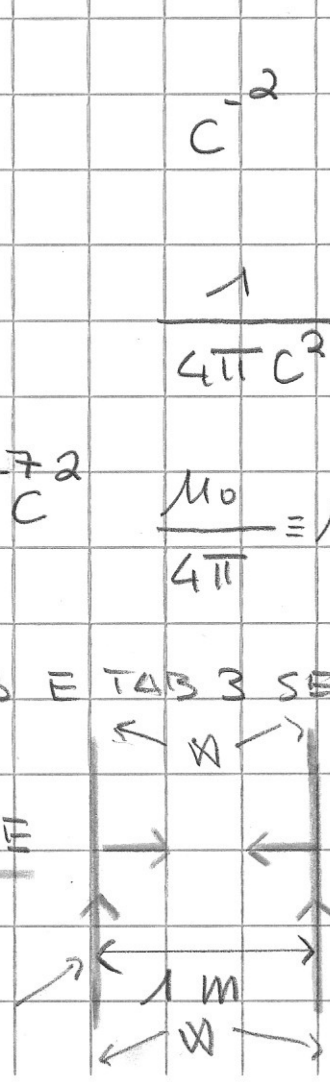
LA SCELTA DI QUESTE DUE COST.
DETERMINA IL SISTEMA DELLE UNITÀ DI MISURA

SISTEMA	K_1	K_2	α	K_3
ELETTROSTATICO (esu)	1	c^{-2}	1	1
ELETTROMAGNET. (emu)	c^2	1	1	1
GAUSS	1	c^{-2}	c	c^{-1}
HEAVISIDE LORENTZ	$\frac{1}{4\pi}$	$\frac{1}{4\pi c^2}$	c	c^{-1}
SI (MKSA)	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 10^{-7} c^2$	$\frac{\mu_0}{4\pi} \equiv 10^{-7}$	1	1

(VEDI TAB 2 SEC. 3 E TAB 3 SEC. 3 - JACKSON)

DEF. DI AMPÈRE

SEZIONE TRASCUR.



SE $F_m = 2 \times 10^{-7}$ N

$\Downarrow$

$I = 1$ A